УДК 378.056.45
ББК 74.480.26

Рекомендовано редакционно-издательским советом Учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина»

Рецензенты:
Заведующий кафедрой профессионального развития работников образования ГУО «Брестский областной институт развития образования», кандидат педагогических наук, доцент
Ю. А. Иванов

Профессор кафедры общей и теоретической физики УО «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина», доктор физико-математических наук, профессор
В. А. Плетюхов

Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 8–9 апр. 2020 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина; редкол.: Е. П. Гринько, [и др.]; под общ. ред. Е. П. Гринько.– Брест : БрГУ, 2020. – 300 с.

В сборнике представлены материалы докладов по проблемам формирования готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися.

Материалы могут быть использованы научными работниками, аспирантами, магистрантами, преподавателями и студентами высших учебных заведений, специалистами системы образования.

СЕКЦИЯ 1
ОДАРЕННОСТЬ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ КАК ПРЕДМЕТ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

I. LÉNÁRT
Eötvös Loránd University (Budapest, Hungary)
Faculty of Natural Sciences, Centre for Didactics of Mathematics
Faculty of Primary and Pre-School Education, Department of Mathematics

HYPERBOLIC RECTANGULAR HEXAGON VS. SPHERICAL POLAR TRIANGLES

Introduction

Many educators expressed doubts as to whether hyperbolic geometry was accessible to the “average” student. Contrary to this opinion, I think that experimenting with hands-on and virtual models and suitable teaching methods can convey non-Euclidean geometries to many students.

The teaching method advocated here is comparative geometry, firstly between the plane and the sphere, later between the sphere and the hyperbolic Poincaré hemisphere (cf. Lénárt, Rybak-Lénárt). The topic is suitable for project work for the mathematically interested student at the high school level, after being introduced into the basics of spherical and hyperbolic geometry, including spherical polar triangles and hyperbolic straight lines.

If the student has already been able to move from plane geometry to spherical geometry, the next step from the sphere to the hyperbolic geometry on the hemisphere will be much easier for him.

During my research, I used plastic spheres and hemispherical transparencies as overlays on the hyperbolic network on the hard sphere. Although the hyperbolic tools were not suitable for an accurate measurement, they were of great help in avoiding big mistakes.

Posing the problem

Gábor Gévay and Lajos Szilassi drew my attention to the classic theorem of Petersen and Morley (Morley) about skew straight lines in Euclidean 3D space. Given three skew straight lines, their three transversals fit one and only one common transversal. The resulting structure is perfectly symmetrical for each of the ten straight lines. Lajos Szilassi created the GeoGebra illustration to the Petersen-Morley theorem (Figure 1).

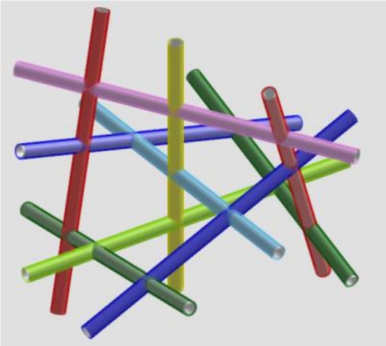


Figure 1

My question was if a similar theorem about skew lines could be set up on a 2D surface. The plane or the sphere is out of question, because they do not admit skew straight lines. However, the Petersen-Morley construction can be tried on any model of 2D hyperbolic geometry where skew straight lines do exist.

Below the hyperbolic figures are given on the open hemisphere of the Poincaré model. Hyperbolic straight lines are open spherical semicircles perpendicular to the equatorial plane.

What corresponds to the transversal of two Euclidean skew lines in 2D hyperbolic geometry?

Two hyperbolic skew lines (non-intersecting and non-parallel straight lines) determine one and only one common perpendicular (Figure 2 below). This line can be defined as the equivalent of the transversal of two skew lines in Euclidean space. It can also be called a transversal; but I keep to the more suggestive term "common perpendicular" in this article.

Hyperbolic rectangular hexagon on 2D surface as the equivalent of skew Euclidean rectangular hexagon in 3D space

Three Euclidean skew lines with three common perpendiculars form a skew hexagon in the Euclidean 3D space. Any two adjacent sides are perpendicular to each other. Three hyperbolic skew lines with three common perpendiculars form a hyperbolic convex hexagon on the hyperbolic 2D surface with six interior angles 90° each.

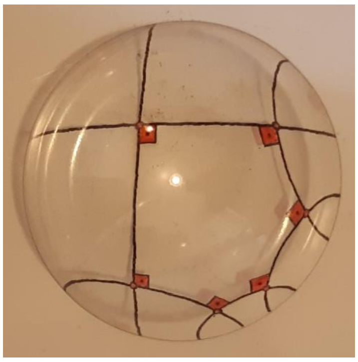


Figure 2

Hyperbolic rectangular hexagon vs. a pair of spherical polar triangles

The hyperbolic rectangular hexagon can be interpreted as the hyperbolic counterpart of a pair of spherical polar triangles.

The three sides of a spherical Euler triangle are the minor arcs of great circles through the vertices of the triangle. Each side determines a pair of opposite points as the pole points of the side. Given a side of the triangle, choose one of its two pole points so that the point lies on the hemisphere with the third vertex on it. The three points constructed in this way are the vertices of the polar triangle. The relation is symmetric between the two triangles. The polar triangle of the polar triangle is the original triangle.

Two polar triangles form a spherical rectangular hexagram with intersecting sides.

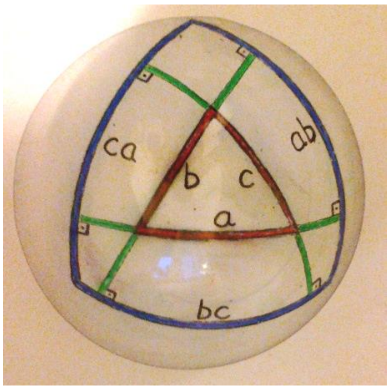


Figure 3

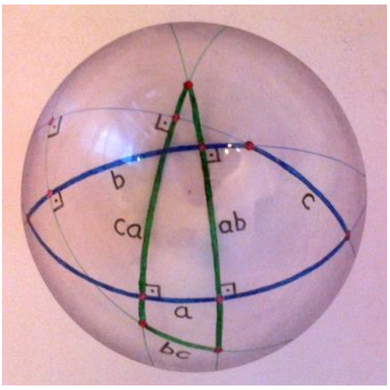


Figure 4

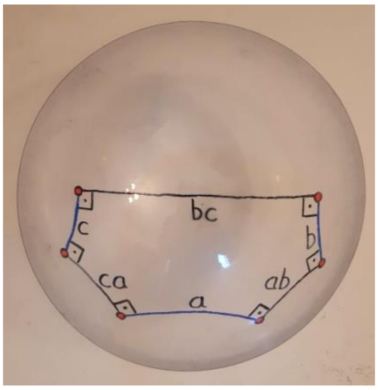


Figure 5

Figure 3 shows nearly regular polar triangles, Figure 4 irregular polar triangles on the sphere, while Figure 5 is a rectangular hexagon on the hyperbolic hemisphere. The sides of the spherical hexagrams and the sides of the hyperbolic hexagon can be traced along the path *a* – *ab* – *b* – *bc* – *c* – *ca* – *a*, with right angles at every adjacent pair of sides. “Rectangular” means that all the angles at the vertices are right angles.

Figure 6 shows the rectangular spherical hexagram with intersecting sides. The hyperbolic hexagon on Figure 7 has vertices P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6; and sides $s_{12} = P_1P_2$, $s_{23} = P_2P_3$, $s_{34} = P_3P_4$, $s_{45} = P_4P_5$, $s_{56} = P_5P_6$, $s_{61} = P_6P_1$. The points of intersection $(P_1P_2 \mid P_3P_4)$, $(P_3P_4 \mid P_5P_6)$, $(P_5P_6 \mid P_1P_2)$, and $(P_6P_1 \mid P_2P_3)$, $(P_2P_3 \mid P_4P_5)$, $(P_4P_5 \mid P_6P_1)$ are missing on Figure 7, because the respective skew lines have no common points.

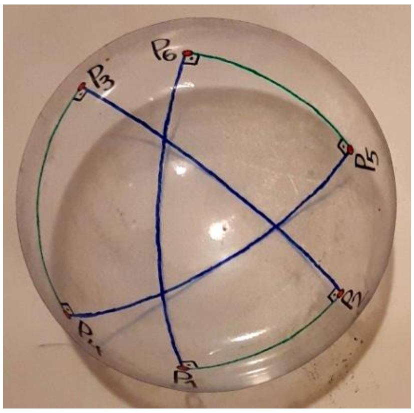


Figure 6

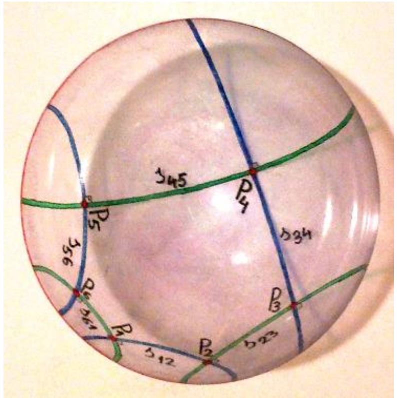


Figure 7

As seen on Figure 3 and Figure 6, the vertices of the spherical hexagon do *not* coincide with the vertices of the spherical polar triangles. The sides of the rectangular spherical hexagon correspond to the equatorial arcs of the angles of the polar triangles. For example, the angle at vertex $P_6P_1 \mid P_2P_3$ corresponds to the equatorial arc P_1P_2. In the analogies below, the *sides* of the hyperbolic rectangular hexagon correspond to the *angles* of spherical polar triangles.

Altitudes of two spherical polar triangles vs. common perpendiculars of a hyperbolic rectangular hexagon

Given a pair of spherical polar triangles, an altitude of one of the triangles is an altitude in the polar triangle as well (Figure 8). Consequently, an altitude can also be defined as the common perpendicular of two corresponding sides in the two triangles. The three altitudes intersect in a pair of opposite points. The same construction for a hyperbolic rectangular hexagon results in three common perpendiculars between the opposite sides (Figure 9).

Theorem: The three common perpendiculars of opposite sides of the hyperbolic rectangular hexagon are concurrent. (They can also be called the three altitudes of the hexagon, and the point of intersection the orthocenter.)

Using the notations of Figure 8 on the sphere and Figure 9 the hyperbolic hemisphere:

$\boldsymbol{m_{36}}$ is the common perpendicular of sides $\boldsymbol{t_{12}} = P_1P_2$ and $\boldsymbol{t_{45}} = P_4P_5$ on the sphere and of sides $\boldsymbol{s_{12}} = P_1P_2$ and $\boldsymbol{s_{45}} = P_4P_5$ on the hemisphere.

$\boldsymbol{m_{14}}$ is the common perpendicular of sides $\boldsymbol{t_{23}} = P_2P_3$ and $\boldsymbol{t_{56}} = P_5P_6$ on the sphere and of sides $\boldsymbol{s_{23}} = P_2P_3$ and $\boldsymbol{s_{56}} = P_5P_6$ on the hemisphere.

$\boldsymbol{m_{25}}$ is the common perpendicular of sides $\boldsymbol{t_{34}} = P_3P_4$ and $\boldsymbol{t_{61}} = P_6P_1$ on the sphere and of sides $\boldsymbol{s_{34}} = P_3P_4$ and $\boldsymbol{s_{61}} = P_6P_1$ on the hemisphere.

Both on the sphere and on the hemisphere, *H* is the point of concurrency, the orthocenter of the three common perpendiculars.

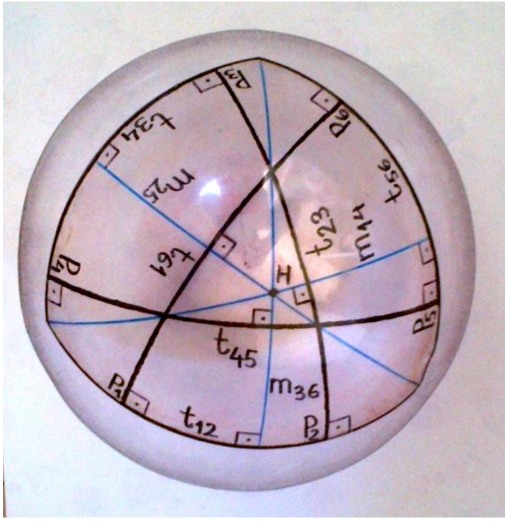


Figure 8

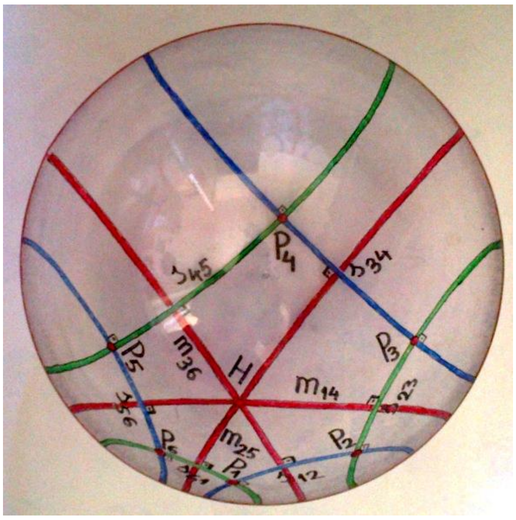


Figure 9

Proof:

Draft: Accept the theorem as proven for the altitudes of a planar triangle. Project orthogonally the figure from the hyperbolic hemisphere onto the Euclidean plane of the equator. Project the planar configuration back to the hemisphere to complete the proof.

Details: Given a hyperbolic rectangular hexagon with vertices $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$, and the point of intersection *H* of two common perpendiculars: m_{36} of sides $\boldsymbol{s_{12}} = P_1P_2$ and $\boldsymbol{s_{45}} = P_4P_5$; and $\boldsymbol{m_{14}}$ of sides $\boldsymbol{s_{23}} = P_2P_3$ and $\boldsymbol{s_{56}} = P_5P_6$ (Figure 10). Without loss of generality, transform the figure on the hemisphere so that *H* is the pole point of the hemisphere (Figure 11).

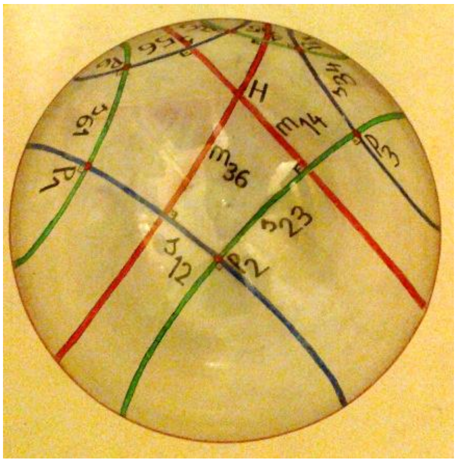


Figure 10

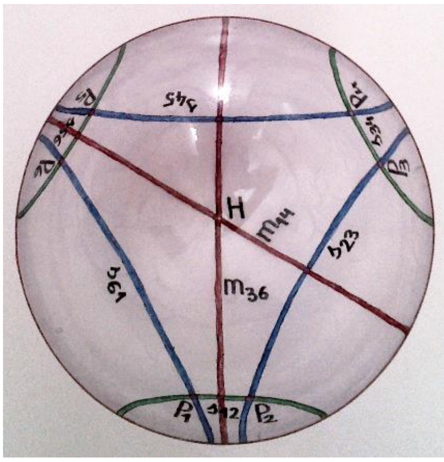


Figure 11

The orthogonal projection onto the equatorial plane transforms the Poincaré hemispherical model into the Cayley-Klein disc model. For example, mappings of sides P_6P_1 and P_2P_3 intersect in point Q_{12} of line $\boldsymbol{m_{36}}$ because line $\boldsymbol{s_{12}}$ on the hemisphere is perpendicular to three lines: side P_6P_1, side P_2P_3 and common perpendicular (altitude) $\boldsymbol{m_{36}}$. So the mappings of the three lines are concurrent in point Q_{12} (Figure 12). All triangles on Figure 12 are similar because point H is the pole of the hemisphere, and the orthogonal projection preserves the perpendicularity of hyperbolic straight lines passing through H. Therefore the corresponding sides of triangles $Q_{12}Q_{34}Q_{56}$ and $Q_{45}Q_{61}Q_{23}$ are parallels.

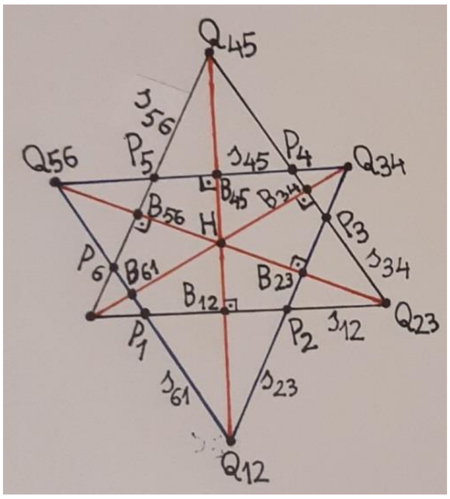


Figure 12

The remaining part of the proof is simple, and akin with Morley's proof: Two altitudes of the planar triangle H, Q_{56}, Q_{12} go through vertices Q_{56} and Q_{12} respectively, and intersect in point Q_{34}. Therefore the third altitude also goes through point Q_{34}, but this line is the common perpendicular m_{25} through point H. This gives that the three lines m_{14}, m_{25}, m_{36} are concurrent in point H. Project the planar configuration back to the hemisphere to complete the proof. ■

The theorem remains valid when any side is replaced by a finite point on the open hemisphere, or an ideal point on the missing equator of the hemispherical model. It holds true for the thrice-asymptotic triangle which is the limiting case of regular triangles. Here the ideal points represent three degenerated sides of the hexagon.

Other proofs make use of trigonometry, Ceva's theorem, etc.

Conclusion

To the best of my knowledge, several concepts and theorems in this paper are novel. I hope that this topic offers new perspectives from the geometric and educational point of view. For example, a convex rectangular pentagon can be constructed which is the hyperbolic equivalent of the famous Pentagramma Mirificum, Napier pentagram in spherical geometry. The hyperbolic Napier pentagon leads to important trigonometric formulas of hyperbolic geometry.

Tools for experimentation: the hyperbolic network on the hard sphere and the hemispherical overlay with figures:

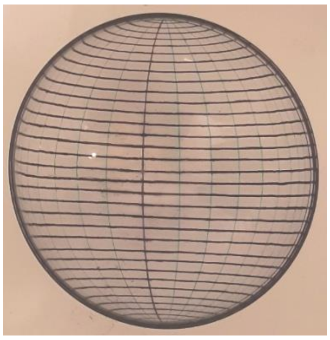


Figure 13

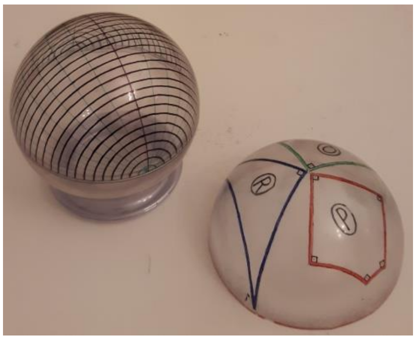


Figure 14

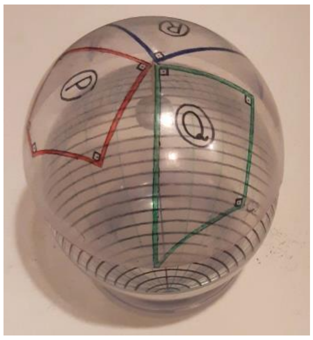


Figure 15

REFERENCES

1. Gévay, G. Pascal's Triangle of Configurations. In: Discrete Geometry and Symmetry. Eds. Conder, Marston D. E., Deza, Antoine, Weiss, Asia Ivić. Springer, 2018. – P. 181–200.

2. Lénárt, I. Non-Euclidean Adventures on the Lénárt Sphere / I. Lénárt. – Key Curriculum Press, 1996.

3. Rybak, A. Trzy światy geometrii (Three Worlds of Geometry) (in Polish) / A. Rybak, I. Lénárt. – Bielsko-Biała : Wydawnictwo Dla Szkoły, 2013.

4. Rybak, A, Lénárt, I. Comparative Geometry with Geogebra, Spherical Easel and Other Didactic Tools. Geogebra International Journal of Romania, Vol. 2, No. 2, 2013.

5. Morley, F. On a regular rectangular configuration of ten lines // Proc. London Math. –1897. – Soc. 29 (1). – P. 670–673.

ANNA RYBAK
University of Białystok, Faculty of Mathematics and Informatics,
Centre for Creative Math Learning (Bialystok, Poland)

STRATEGIA CZYNNOŚCIOWEGO NAUCZANIA MATEMATYKI DROGĄ DO BUDOWANIA POJĘĆ MATEMATYCZNYCH PRZEZ UCZNIÓW

Wprowadzenie

Wszyscy nauczyciele i rodzice poszukują dróg efektywnego uczenia się matematyki dla ich dzieci i uczniów. Według wielu dorosłych podstawowy problem polega na tym, że «dzieci nie rozumieją matematyki». Oczywiście, jeśli matematyka będzie wciąż ukazywana jako zestaw oderwanych od siebie definicji i twierdzeń do zapamiętania, uczniowie nie będą jej rozumieć. Natomiast jeśli matematyka będzie się jawiła uczniom jako nauka spójna, a wiedzę matematyczną będą oni mogli sami odkrywać, a nie tylko zapamiętywać jako «przychodzącą od bardzo mądrych ludzi», to jest duża szansa, że efekty uczenia się będą bardziej zadowalające.

Jednym z narzędzi umożliwiających zmianę stylu kształcenia matematycznego jest strategia czynnościowego nauczania matematyki. Jest ona odpowiednia dla wszystkich uczniów, nie tylko dla szczególnie matematycznie uzdolnionych.

Nauczanie czynnościowe

Zofia Krygowska definiuje nauczanie czynnościowe jako «postępowanie dydaktyczne uwzględniające stale i konsekwentnie operatywny charakter matematyki równolegle z psychologicznym procesem interioryzacji prowadzącym od czynności konkretnych, wyobrażeniowych do operacji abstrakcyjnych» [1, s. 127].

Zgodnie z założeniami tej metody, aby rozwój myślenia był prawidłowy, należy stosować odpowiednio dobrane środki dydaktyczne i przy ich pomocy organizować konkretne czynności dziecka.

W procesie nauczania powinny wystąpić następujące rodzaje czynności:

– czynności manipulacyjno – ruchowe wykonywane z użyciem rzeczywistych przedmiotów, bliskich otoczeniu dziecka, np.: zabawki odtwarzające sytuacje z doświadczenia lub zadane przez nauczyciela w postaci zabaw;

– czynności manipulacyjno – ruchowe wykonywane za pomocą zastępników, np.: patyczki, liczmany, guziki;

– czynności umowne wykonywane za pomocą środków graficznych np.: drzewka matematyczne, oś liczbowa, tabele, wykresy;

– czynności werbalne powodujące wytwarzanie pojęć na skutek dokonywanych przez ucznia samodzielnych doświadczeń i obserwacji, które nie są narzucone przez nauczyciela lub podręcznik.

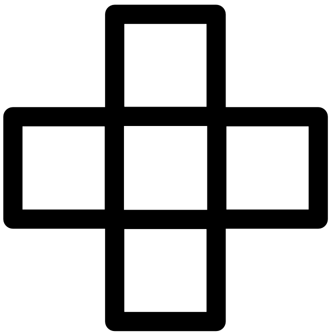
Nauczanie czynnościowe bardziej angażuje ucznia i ułatwia opanowanie wiadomości i umiejętności matematycznych oraz rozbudza zainteresowania i kształtuje ich samodzielność. Metoda ta umożliwia dzieciom stawianie pytań, badanie przedstawionych sytuacji, tworzenie różnych rozwiązań i dochodzenie do celu różnymi drogami.

W metodzie czynnościowej realizowane jest podejście konstruktywistyczne, w którym uczeń tworzy swoją wiedzę w integracji z materiałami, różnorodnymi zadaniami na drodze bogatych doświadczeń, pod kierunkiem nauczyciela i we współpracy z kolegami. Mówi o tym obszernie Helena Siwek w (2005). Zastosowanie nauczania czynnościowego w edukacji matematycznej daje możliwość realizowania naturalnej drogi rozwoju pojęć matematycznych uczniów. W wyniku czynności konkretnych powinny powstawać reprezentacje enaktywne, w wyniku czynności wyobrażonych – reprezentacje ikoniczne, a w wyniku operacji abstrakcyjnych – reprezentacje symboliczne. Uczeń rozwiązując zadanie powinien wiązać czynności z reprezentacjami [4, s. 54].

Przykład zastosowania

Prezentowany przykład oparty jest na problemie rozwiązywanym przez członków Klubu Młodego Odkrywcy «My, tropiciele matematyki» działającego w ramach Centrum Kreatywnego Uczenia się Matematyki na Wydziale Matematyki Uniwersytetu w Białymstoku dnia 23 października 2019 roku. W zajęciach Klubu uczestniczą uczniowie szkół podstawowych w wieku od 9 do 13 lat. Projekt Klub Młodego Odkrywcy jest koordynowany przez Centrum Nauki Kopernik w Warszawie, zaś Uniwersytet w Białymstoku jest partnerem regionalnym CNK w tym programie. Szczegóły dotyczące programu KMO są opisane na stronie www.kmo.org.pl.

Problem. Jak przekształcić grecki krzyż w kwadrat?

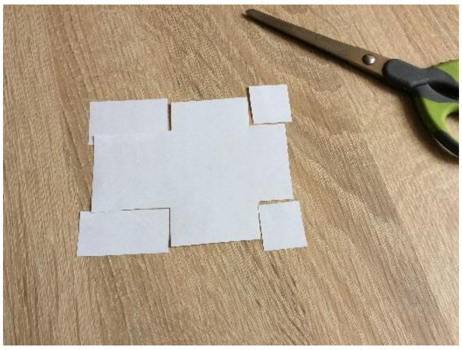


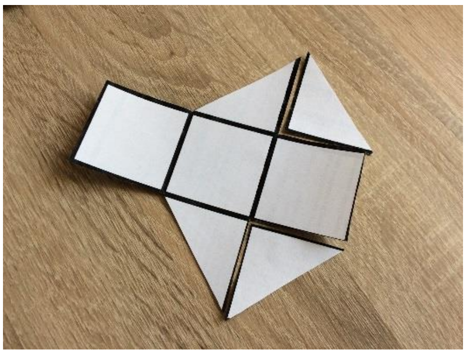
Cele rozwiązywania problemu:

1. Pogłębienie wiadomości uczniów z zakresu geometrii.
2. Kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów.
3. Kształcenie umiejętności budowania strategii, realizacji planu, krytycznego podejścia do rezultatu swoich działań.
4. Kształcenie umiejętności dyskutowania, argumentowania, uzasadniania swojego zdania.

Czynności konkretne:

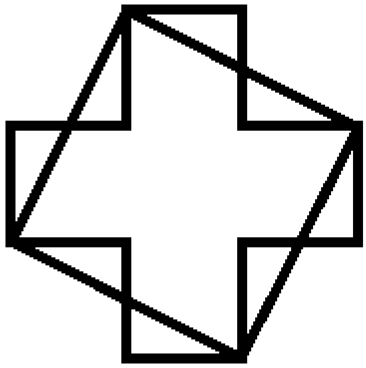
Najpierw uczniowie próbują ułożyć kwadrat z części rozciętego krzyża greckiego:





Czynności wyobrażeniowe:

Uczniowie prezentują swoje pomysły na tablicy i starają się uzasadnić, że prezentowana «układanka» rzeczywiście jest kwadratem (rysunek po prawej części tablicy):



Czynności abstrakcyjne:

Omawiamy przekształcenie rzeczywiście prowadzące do ułożenia kwadratu (rysunek na środku tablicy). Musimy pokazać, że «odcięte» fragmenty «pasują» do miejsc, w których chcemy je umieścić, czyli – matematycznie – że dwa trójkąty są przystające.

I tutaj pojawia się problem, jeśli zajęcia realizujemy w grupie zróżnicowanej wiekowo. Podczas relacjonowanych zajęć obecni byli uczniowie w wieku od 7 do 13 lat, więc nie wszyscy z nich znali pojęcie przystawania figur. To pojęcie należało wprowadzić w oparciu o sytuacje codzienne, bliskie uczniowi. I rzeczywiście tak się stało: uczestnicy przyswoili sobie pojęcie figur przystających (zamiennie: identycznych) na przykładzie wykrojów części sukienki, którą szyje kwarcowa, ściśle pasujących do przyłożonego do materiału szablonu. Określenie cech przystawania trójkątów było już proste (Co to znaczy, że trójkąty są identyczne? Co to oznacza dla ich boków i dla ich kątów?) Opierając się na sformułowanych cechach przystawania uzasadniliśmy, że dwa wyszczególnione na rysunku trójkąty są identyczne.

Teraz należało uzasadnić, że «układanka» jest kwadratem. Musieliśmy pokazać, że wszystkie boki otrzymanego czworokąta są równe i wszystkie kąty proste. W przypadku uzasadnienia równości boków sytuacja jest prosta: korzystamy z przystawania trójkątów. W przypadku kątów sytuacja jest bardziej skomplikowana. Dla dzieci z młodszych klas pozostaje tutaj intuicja i mierzenie, dla starszych operacje na miarach kątów wyrażonych ogólnie, przy pomocy symboli.

Zajęcia na ten sam temat były też prowadzone z uczniami szkół średnich, członkami Klubu Młodego Odkrywcy «My, matematycy». Generowanie pomysłów na przekształcenie krzyża greckiego w kwadrat nie poszło tutaj lepiej niż w przypadku dzieci ze szkół podstawowych, ale uzasadnianie, że otrzymaliśmy kwadrat, było już dużo sprawniejsze, ponieważ uczniowie znali pojęcie przystawania figur, twierdzenie Pitagorasa i sprawniej wykonywali operacje na miarach kątów. Co więcej: jedna z uczennic zaproponowała udowodnienie, że obie figury (wyjściowy krzyż grecki i otrzymany kwadrat) mają takie same pola, co oczywiście zrobiliśmy.

Refleksja:

Praktycznie żaden uczeń nie wpadł na pomysł, jak przekształcić krzyż grecki w kwadrat – pomimo podpowiedzi udzielonej w pewnym momencie. Rysunek na środku tablicy został sporządzony przez osobę prowadzącą zajęcia (AR) w momencie, gdy już było wiadomo, że nie ma nowych pomysłów ze strony uczestników. Dlaczego uczestnikom zajęć tak trudno było opracować koncepcję przekształcenia? Prawdopodobnie dlatego, że przyzwyczajeni są oni rysować figury geometryczne tak, że pewne boki są równoległe do krawędzi kartki lub tablicy, czyli wtedy «rysunek jest porządny». Właśnie tak położony na stoliku kwadrat chcieli otrzymać. Tymczasem tutaj otrzymaliśmy kwadrat «nieco obrócony», czyli należało zerwać ze stereotypem.

Podsumowanie

Uczniowie bardzo lubią wykonywać czynności konkretne. Lubią metodę prób i błędów podczas swoich działań, są bardzo zainteresowani właściwym rozwiązaniem problemu, dlatego też chętnie potem przechodzą do czynności wyobrażeniowych na rysunkach i, co za tym idzie, do dyskusji zawierającej rozumowanie matematyczne, czyli czynności abstrakcyjne. Obserwacje naszej szkolnej rzeczywistości wskazują, że na lekcjach matematyki podczas budowania pojęć matematycznych pomijane są czynności konkretne, a przecież zgodnie z teorią Piageta dziecko w wieku 7–12 lat jest w stadium inteligencji konkretno-operacyjnej, więc wymaganie od niego myślenia abstrakcyjnego z pominięciem czynności konkretnych jest błędem i na pewno nie przyniesie dobrych efektów. Zaś rozważania bardziej abstrakcyjne powinny odbywać się w formie inspirującej uczniów do myślenia rozmowy, nie zaś wykładu, czy podania do zapisania i zapamiętania zestawu definicji czy twierdzeń.

BIBLIOGRAFIA

1. Krygowska, Z. Zarys dydaktyki matematyki / Z. Krygowska – Warszawa : WSiP, 1997. – T. 1.

2. Piaget, J. Studia z psychologii dziecka / J. Piaget – Warszawa : Wydawnictwo Naukowe PWN, 1966.

3. Siwek, H. Czynnościowe nauczanie matematyki / H. Siwek – Warszawa : WSiP, 1998.

4. Siwek, H. Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowania w matematyce szkolnej / H. Siwek – Warszawa : WSiP, 2005.

Е. П. ГРИНЬКО
УО «БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ЛОГИКО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ

Современный этап развития общества характеризуется внедрением информационных технологий во все сферы человеческой деятельности [1]. Вместе с тем IT-индустрия испытывает огромный дефицит кадров, в частности программистов, который только в Европе достигает 1,1 миллиона и непрерывно растет. В университеты на IT-специальности поступает слабо подготовленная молодежь, не обладающая достаточно развитым логико-алгоритмическим мышлением, так необходимым для специалистов IT-сферы.

Логико-алгоритмическое мышление включает методы системного мышления, методы и соответствующие мыслительные операции, которые направлены на решение теоретических и практических задач, что в результате дает алгоритмы как специфические продукты человеческой деятельности. Навыки алгоритмического мышления способствуют формированию особого стиля культуры человека, составляющими которого являются целеустремленность и сосредоточенность, объективность и точность, логичность и последовательность в планировании и выполнении своих действий, умение четко и лаконично выражать свои мысли, правильно ставить задачу и находить окончательные пути ее решения, быстро ориентироваться в стремительном потоке информации. Специфическими свойствами логико-алгоритмического мышления являются дискретность (исполнение шаг за шагом, спецификация действий, структурирование технологических операций), абстрактность (умение абстрагироваться от конкретных исходных данных и приступить к решению общей проблемы, то есть проблемы, не имеющей конкретных значений исходных данных) [2].

Наибольшим потенциалом для формирования логико-алгоритмического мышления учащихся обладает математика, в особенности нестандартные задачи. Нестандартным задачам присущи:

– связь с конкретным математическим материалом;

– элементы, находящиеся в противоречивых отношениях как между собой, так и между имеющимися знаниями учащихся;

– скрытые связи между элементами условия и заключения задачи.

Нестандартные задачи являются средством создания проблемных ситуаций; способствуют эвристической деятельности учащихся; требуют выработки новых действий в учебно-познавательной деятельности; требуют гибкости и критичности мышления, изобретательности, практического приложения знаний в новой ситуации; формируют у учащихся высокую математическую активность [3].

Логико-алгоритмическое мышление предполагает не только широкое использование усвоенных знаний, но и отход от привычного хода мысли, разрешение противоречий между актуализированными знаниями и требованиями учебной ситуации, оригинальность решений, их своеобразие. Этот тип мышления включает такие структурные компоненты, как:

– способность к оперированию образами;
– способность к оперированию понятиями и категориями;
– способность к формированию предметных суждений;
– способность к формированию индуктивных умозаключений;
– способность к формированию дедуктивных умозаключений;
– способность к формированию репродуктивных навыков;
– способность к формированию продуктивных навыков;
– способность к анализу задачи;
– способность к формализации задачи (абстрагированию);
– способность к реализации элементарных алгоритмических операций.

К примеру, для формирования и развития логико-алгоритмического мышления учащихся 5–6 классов можно использовать систему нестандартных заданий по следующим темам: задачи на смекалку, занимательные задачи, геометрические задачи, комбинаторные задачи, задачи на переливание, задачи с цифрами и числами и др.

При отборе нестандартных задач необходимо соблюдать следующие требования:

– система задач должна иметь развивающую направленность, не только способствовать формированию определенных математических умений и навыков, но, в первую очередь, содействовать развитию логико-алгоритмического мышления учащихся, учить их определенным мыслительным приемам и алгоритмам;

– в систему должны быть включены задачи, которые способствуют формированию таких операций, как анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение и классификация и др.;

– система задач должна учитывать возрастные особенности учащихся.

Приведем примеры различных типов нестандартных задач, способствующих развитию логико-алгоритмического мышления учащихся.

1. *Задачи на смекалку.*

1.1. Масса аиста, стоящего на одной ноге, 10 кг. Сколько будет весить аист, если встанет на две ноги?

1.2. Пара лошадей пробежала 40 км. Сколько пробежала каждая лошадь?

1.3. Летели утки: одна впереди и две позади, одна позади и две впереди, одна между двумя и три в ряд. Сколько всего летело уток?

1.4. У кур и собак вместе 5 голов и 14 ног. Сколько кур и сколько собак?

2. *Занимательные задачи*.

2.1. Как расставить 6 стульев у 4 стен, чтобы у каждой стены было по 2 стула?

2.2. У Вани были 22 купюры – пятирублевые и десятирублевые, всего на сумму 150 рублей. Сколько было пятирублевых и десятирублевых купюр?

2.3. Лошадь съедает воз сена за месяц, коза – за два месяца, овца – за три месяца. За какое время лошадь, коза, овца вместе съедят такой же воз сена?

2.4. Древнегреческий математик Пифагор рассказывал о своих учениках следующее: «Половина моих учеников изучает математику, четвертая часть изучает природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, остальную часть составляют 3 девы». Сколько учеников было у Пифагора?

3. *Геометрические задачи*.

3.1. Нарисуйте фигуру, не отрывая кончика карандаша от бумаги и не проводя дважды один и тот же отрезок.

3.2. Разрежьте квадрат на 4 части и сложите из них 2 квадрата. Как это сделать?

3.3. Разрежьте треугольник на два треугольника, четырехугольник и пятиугольник, проведя две прямые линии.

3.4. Можно ли квадрат разделить на 5 частей и собрать восьмиугольник?

4. *Задачи на взвешивание*.

4.1. Имеются 8 одинаковых по виду монет, одна из которых фальшивая. Требуется определить фальшивую монету минимальным числом взвешиваний на чашечных весах без гирь, если известно, что фальшивая монета легче.

4.2. Имеется 9 монет и двухчашечные весы без гирь. По виду все монеты одинаковые, но среди них есть фальшивая (она легче других). Как с помощью двух взвешиваний найти фальшивую монету?

4.3. Имеются 10 мешков, набитых монетами. Количество их в каждом из мешков одинаковое. В девяти из них все монеты золотые, и каждая весит 5 грамм, а в одном – все фальшивые, и они, соответственно, легче – 4 грамма. Нужно определить этот мешок, но взвешивание производить можно всего 1 раз.

4.4. Дано n монет, одна из которых фальшивая. Все настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая монета отличается по весу от настоящей. Разрешается сделать k взвешиваний на двухчашечных весах без гирь. При каких n при помощи этих взвешиваний можно заведомо определить фальшивую монету и узнать, легче или тяжелее она настоящей?

5. *Комбинаторные задачи.*

5.1. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинам, по другой – 6 мужчинам, по третьей – 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?

5.2. В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно в этом турнире?

5.3. Сколько различных дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17 так, чтобы в каждую дробь входили 2 различных числа? Сколько среди них будет правильных дробей?

5.4. У Даши дома живут 4 кошки:

а) сколькими способами можно рассадить кошек по углам комнаты;

б) сколькими способами можно отпустить гулять кошек;

в) сколькими способами Даша может взять на руки двух кошек?

6. *Задачи на переливание.*

6.1. Можно ли, имея лишь два сосуда емкостью 3 и 5 л, набрать из водопроводного крана 4 л воды?

6.2. Как разделить поровну между двумя семьями 12 л березового сока, находящегося в двенадцатилитровом сосуде, воспользовавшись для этого двумя пустыми сосудами: восьмилитровым и трехлитровым?

6.3. Как, имея два сосуда емкостью 9 л и 5 л, набрать из водоема ровно 3 литра воды?

6.4. Бидон, емкость которого 10 литров, наполнен соком. Имеются еще пустые сосуды в 7 и 2 литров. Как разлить сок в два сосуда по 5 литров каждый?

7. *Задачи на проценты.*

7.1. Влажность купленного арбуза составила 99 %. В результате длительного хранения влажность снизилась до 98 %. Как изменилась масса арбуза?

7.2. Дядя Миша взял в банке кредит на сумму 36 000 рублей с годовой процентной ставкой 140 %. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей дядя Миша должен вносить в банк ежемесячно?

7.3. Переводчик Максим получил гонорар в размере 350 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет роз для своей девушки. Какое наибольшее количество роз сможет купить переводчик, если удержанный у него налог на доходы составляет 13 % гонорара, розы стоят 15 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

7.4 Смешав 60 %-й и 30 %-й растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 20 %-й раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90 %-го раствора той же кислоты, то получили бы 70 %-й раствор кислоты. Сколько килограммов 60 %-го раствора использовали для получения смеси?

8. *Задачи на математическую индукцию*

8.1. Докажите, что при любом натуральном n число $3^{2n+1}+2^{n+2}$ делится на 7.

8.2. Докажите, что для всех натуральных n справедлива формула $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

8.3. Докажите, что для любого натурального числа n целое число $a = -n^3 - 17n + 12$ делится на 6.

8.4. В последовательности Фибоначчи 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, . . . каждый следующий член равен сумме двух предыдущих. Докажите, что два делящихся на 7 числа в ней не могут стоять рядом [4; 5].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Национальная программа развития цифровой экономики и информационного общества на 2016–2020 годы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e-gov.by/zakony-i-dokumenty/nacprogrammarazvitiya-cifrovoj-ekonomiki-i-informacionnogoobshhestva-na-2016-2020-gody/. – Дата доступа: 15.03.2020.
2. Воронцова, Л. Я. Развитие логического мышления на уроках математики / Л. Я. Воронцова // Образование в соврем. шк. – 2007. – № 2.
3. Левитес, В. В. Развитие логического и алгоритмического мышления / В. В Левитес, А. В. Белошистая // Начальная школа плюс до и после. – 2006. – № 9. – С. 15–23.
4. Гринько, Е. П. Элементарная математика и практикум по решению задач (методы решения олимпиадных задач) : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2019. – Ч. 1. – 184 с.
5. Гринько, Е. П. Элементарная математика и практикум по решению задач (методы решения олимпиадных задач) : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2019. – Ч. 2. – 196 с.

Е. С. ЛОЗИНА[1], Л. И. ЛОЗИНА[2], Л. П. МАЛЕВАННАЯ[2]
[1]МБОУ «Центр образования № 15 “Луч”» (Белгород, Россия)
[2]МБОУ «Гимназия № 22» (Белгород, Россия)

ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧИТЕЛЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ ПО РАЗВИТИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОДАРЕННОСТИ УЧАЩИХСЯ

Человек, способный к математике, изощрен во всех науках.
Платон

В современном мире любое государство нуждается в сбережении и поддержке интеллектуального потенциала нации. Эта проблема остро стоит и для нашей страны. Интеллектуальные возможности страны – это интеллектуально развитые люди, это, в первую очередь, талантливые и успешные в различных видах деятельности наши дети.

Одаренные, способные учащиеся – это будущее для государства. Только целеустремленные люди смогут качественно решать назревшие социальные и экономические проблемы страны. Учителя настроены на то, чтобы развивать детей, у которых есть талант, стремление к знаниям. С самого рождения каждый родитель видит успехи своего ребенка, отмечает, какими способностями ребенок обладает. Ребенок обязательно рождается с задатками таланта. В детском саду, школе успехи детей становятся более яркими, проявляется их одаренность. Детская одаренность – это удивительное загадочное явление. В. А. Сухомлинский придавал большое значение работе с одаренными детьми. Вот как он об этом говорил: «В душе каждого ребенка есть невидимые струны. Если тронуть их умелой рукой, они красиво зазвучат». Поэтому работать с одаренными детьми надо начинать как можно раньше. Педагоги должны помнить, что одаренные дети отличаются умением самообучения. Для них важна не только целенаправленная учебная деятельность, но и создание многовариантной индивидуальной образовательной среды. Поэтому перед родителями, учителями стоит следующая задача, поставленная в программе «Одаренные дети» (Закон Российской Федерации «Об образовании»): «Выявление, поддержка, развитие одаренных детей становятся одной из приоритетных задач современного образования, поскольку от ее решения в итоге зависит интеллектуальный и экономический потенциал государства в целом».

У каждого одаренного ребенка есть свои возможности в усвоении математики. Обучение в начальной школе – это время, когда происходит накопление и усвоение основных математических понятий, способов решения задач, уравнений, идет развитие пространственных представлений. Именно учитель содействует изменению личности, каждый урок – это радость общения, дающего возможность обучаемому ощутить удивление от открытий. Поэтому учителя начальной школы стремятся на своих занятиях создать образовательную творческую атмосферу, которая способствует выявлению природных способностей ребенка. У В. А. Сухомлинского есть такое высказывание: «…Одаренность человека – это маленький росточек, едва проклюнувшийся из земли и требующий к себе огромного внимания. Необходимо холить и лелеять, ухаживать за ним, дать все необходимое, чтобы он вырос и дал обильный плод...».

Со стороны кажется, что обучать одаренных детей проще простого. Ведь эти дети как подарок для учителя. В таких детях есть «дар Божий», как говорится в народе. Да, легко, когда не думаешь над серьезностью проблемы, а труднее тогда, когда к обучению относишься серьезно, осознаешь свою ответственность перед обществом. Постоянная, настойчивая работа с одаренными детьми, работа учителя над собой дают хорошие результаты. Как определить математическую одаренность? Один из вариантов портрета одаренного ребенка следующий: постоянно задает вопросы: «Зачем, почему, как?»; фонтанирует идеями при решении задач; высказывает свое мнение, твердо и осознанно его отстаивает; ребенок плодотворно фантазирует, хороший друг, стремится к творчеству. А каким должен быть учитель, чтобы успешно работать с одаренными детьми? Этот портрет «нарисовал» американский математик Д. Пойа: «…учитель интересуется и знает математику; убежден, что лучший способ изучить – это открыть самому; умеет поставить себя на место ученика, понять, в чем затруднение, не навязывает свое мнение; может научить их догадываться и доказывать; учит видеть общий подход к решению различных задач».

Существует методически выверенная четкая система, дающая возможность развивать математически одаренных детей. Для этого учителя используют материал, который не входит в основную программу по математике, особое внимание уделяют развитию логического мышления, интуиции при решении задач, различным способам решения одной и той же задачи, нестандартным заданиям, для решения которых, необходимо умение анализировать и составлять собственный алгоритм действий, большую часть времени на уроке отводят самостоятельной работе. Важным является использование занимательности на уроках математики. Это творческие задания, математические фокусы, задачи в стихах, различные головоломки, дидактические игры, ребусы.

Познавательная активность увеличивается, если детям дают возможность самостоятельно составлять задачи по схемам, обратные задачи, использовать для решения нестандартных задач уравнения, сочинять математические или геометрические сказки, рисовать по клеточкам, подбирать пословицы, загадки с математическим содержанием, составлять тесты для одноклассников, показывать фокусы с числами, проводить исследовательские и проектные работы на математические темы. Подобные задания в математике являются самыми трудными, так как для решения таких заданий нет известного алгоритма. Трудные они и потому, что требуют от ученика нестандартного способа мышления. Четкая целенаправленная работа с одаренными детьми дает им возможность стать успешными участниками и победителями различных интеллектуальных конкурсов.

Приведем несколько примеров нестандартных заданий, которые были предложены нашим учащимся и вызвали огромный интерес.

Задание 1. Компьютер написал все числа от 1 до 1000. Сколько цифр написал компьютер?

Решение. 9 однозначных чисел написано 9 цифрами, 90 двузначных написано 180 цифрами, 900 трехзначных – 2700 цифрами, число 1000 – четырьмя цифрами, итого 2890 цифр.

Задание 2. «Угаданный день рождения». Содержание этого математического фокуса: скажите учащимся, что вы сможете угадать день рождения любого из одноклассников. Говорите им: «Умножьте на 2 число дня своего рождения (про себя). Сложите получившееся произведение и число 5. Умножьте на 50 полученную сумму. К этому результату прибавьте номер месяца рождения (июнь – 6, февраль – 2). Назовите полученное число». Через секунду вы называете день и месяц рождения одноклассника. Секрет этого математического фокуса: в уме от того числа, которое назвал человек, отнимите 250. У вас должно выйти трехзначное или четырехзначное число. Первая и вторая цифры – день рождения, две последние – месяц.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабкина, Н. В. Дидактические игры на уроках математики / Н. В. Бабкина, В. Г. Коваленко. – М. : Просвещение, 2000. – 97 с.
2. Крутецкий, В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий – М. : Просвещение, 1968. – 432 с.
3. Тихоморова, Л. Ф. Развитие логического мышления детей / Л. Ф. Тихоморова. – Ярославль : Гринго, 1995. – 235 с.
4. Шумакова, Н. Б. Обучение и развитие одаренных детей / Н. Б. Шумакова. – М. : Изд-во Моск. психол.-соц. ин-та, 2004. – 334 с.
5. Быкова, Т. П. Нестандартные задачи по математике / Т. П. Быкова – М. : Экзамен, 2013. – 144 с.

А. П. САЦКЕВИЧ
МБОУ «СШ № 40 г. Смоленска» (Смоленск, Россия)

ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ УЧИТЕЛЯ ФИЗИКИ С ОБУЧАЮЩИМИСЯ, ОДАРЕННЫМИ ПО ПРЕДМЕТАМ ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА

Задачи развития и обучения детей и подростков с признаками одаренности заключаются не только в том, чтобы обеспечить усвоение образовательных программ по разным предметам, дисциплинам, но и в том, чтобы продвинуть детей в развитии. Важно отметить, что каждый ребенок должен иметь возможность получить такое образование, которое позволит ему достичь максимально возможного уровня развития. Одаренность обучающихся может развиваться через оптимальное сочетание основного, дополнительного и индивидуального образования, что в итоге должно способствовать саморазвитию обучающихся, их активной учебно-познавательной деятельности, а также построению образовательного процесса с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся. Все это создает условия для работы по развитию одаренности учащихся, и акценты смещаются в сторону ученика, на активизацию и стимуляцию процессов осмысленного учения. В учебном процессе развитие одаренного ребенка следует рассматривать как развитие его внутреннего деятельностного потенциала. Именно поэтому, учитывая особенности работы с одаренными детьми, мы сможем реализовать тот потенциал, который заложен в одаренном ребенке.

Физика – это предмет, в котором интегрированы знания из математики и химии, литературы и истории, географии и астрономии. Задача каждого учителя физики состоит в том, чтобы повысить интерес к предмету, активизировать учебную деятельность на уроке.

Работа с одаренными детьми включает в себя следующие направления деятельности:

а) выявление одаренных детей;

б) развитие их способностей на уроках;

в) развитие способностей во внеурочной деятельности (олимпиады, конкурсы, исследовательская работа);

г) создание условий для всестороннего развития одаренных детей.

К основным общим принципам обучения одаренных учащихся относятся:

– принцип развивающего обучения. Этот принцип означает, что цели, содержание и методы обучения должны способствовать не только усвоению знаний и умений, но и познавательному развитию, а также воспитанию личностных качеств учащихся;

– принцип индивидуализации и дифференциации обучения. Он состоит в том, что цели, содержание и процесс обучения должны как можно более полно учитывать индивидуальные особенности учащихся;

– принцип учета возрастных возможностей. Этот принцип предполагает соответствие содержания образования и методов обучения специфическим особенностям одаренных учащихся на разных возрастных этапах, поскольку их более высокие возможности могут легко провоцировать завышение уровней трудности обучения, что может привести к отрицательным последствиям.

Деятельность учителя физики с одаренными учащимися в обозначенном контексте включает:

1. Построение работы по индивидуальному плану. Одаренный ребенок может проявить свои способности благодаря грамотно построенной системе педагогического сопровождения, которая будет учитывать психологические и индивидуальные особенности участника. Учитель должен начинать работу с одаренным учащимся с изучения его личностных качеств и индивидуальных особенностей, типа мышления и черт характера.

2. Поэтапное планирование работы (включает даты и количество часов, распределение учебного материала (с указанием учебно-методических пособий для отработки тем)).

3. Системность – один из важнейших принципов при организации занятий одаренных учащихся. Надо обязательно знать и думать о том, чем будут заниматься ваши учащиеся завтра.

4. Ключевой момент при составлении планирования – это подбор качественной литературы, которая поможет организовать управляемую самостоятельную работу с одаренными учащимися (для подготовки к олимпиадам, конкурсам, выполнению научно-исследовательских проектов).

Систему работы с одаренными учащимися по физике можно условно разделить на части: урочная деятельность, внеклассная работа, самостоятельная работа.

В учебной деятельности, направленной на развитие одаренности на уроках физики, мы используем следующие методы и формы работы:

– дифференцированный и индивидуальный подход;

– современные образовательные технологии;

– работу в режиме «консультант» (способные учащиеся курируют остальных, осуществляя взаимообучение и помощь учителю в учебном процессе);

– возможность выбора заданий повышенного уровня сложности в ходе выполнения контрольных, проверочных и самостоятельных работ по физике;

– предложение учащимся индивидуальных домашних заданий творческого и поискового характера;

– групповые формы работы (совместная работа учащихся над определенной проблемой при минимальном участии учителя);

– различные формы вовлечения учащихся в самостоятельную познавательную деятельность.

На уроках физики мы используем такие *методы и приемы развития* учащихся, как эвристическая беседа, проблемное изложение теоретического материала, исследовательская работа, рассказ, объяснение, схемы, опорные таблицы, заполнение классификационных таблиц своими примерами или распределение готовых примеров в таблицу, сравнение и сопоставление, моделирование, обсуждение в группах, ролевая игра, дискуссия, семинар, дебаты, мозговой штурм, межпредметные сравнения, эксперимент, опыты, проекты и др.

При подготовке к уроку учителю физики необходимо продумать и осуществить отбор методов, форм и приемов, способствующих развитию самостоятельности мышления, инициативности и творчества учащихся; подготовить дополнительный материал для развития креативности высокомотивированных учеников; разработать памятки, алгоритмы для одаренных детей по организации самостоятельной деятельности. Важным является и создание в учебном кабинете физики картотек с заданиями повышенного уровня сложности. Для этого подбираются задачи, которые не могли быть использованы на уроках в рамках учебного курса физики: задания, выходящие за рамки школьной физики; задания, требующие нестандартного подхода к их решению.

Одним из путей развития природных задатков одаренных учащихся является привлечение их в качестве своеобразных помощников учителя при демонстрации опытов. В такой роли ученик должен быстро ориентироваться в ситуации, найти правильный ответ, объяснить результаты, полученные в ходе проведения эксперимента. Иногда с такими учащимися работаем на опережение, и потом эти учащиеся излагают учебный материал в понятной и доступной для одноклассников форме, что способствует лучшему усвоению и более глубокому пониманию физики.

Использование информационных технологий на уроках физики дает возможность эмоционально и образно подать материал, сэкономить время, помогает в проверке и закреплении знаний, умений и навыков различными методами и приемами. На уроках мы используем ИКТ при изучении нового материала, проведении лабораторных работ, демонстрации опытов, решении задач, обобщении и повторении, подготовке к ЕГЭ и т. д.

При объяснении нового материала эффективны презентации, созданные в PowerPointe, бесплатное приложение GeoGebra, дающее возможность создания динамических чертежей для разных уровней обучения физике. Например, с помощью приложения GeoGebra можно моделировать движение заряженной частицы (электрона) в магнитном поле. Известно, что возможны три типа траектории движения заряженных частиц под действием магнитного поля:

1) окружность – когда $\vec{v} \perp \vec{B}$, где $\vec{v}$ – вектор скорости частицы, $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции, $\alpha = 90^\circ$ (угол между $\vec{v}$ и $\vec{B}$). Сила Лоренца $F_Л = qvB$ постоянна по модулю и перпендикулярна к траектории частицы, которая в таком случае будет двигаться по окружности в плоскости, перпендикулярной $\vec{B}$;

2) прямая – если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью v вдоль линий магнитной индукции, то угол α между векторами v и B равен 0 или π, тогда сила Лоренца $F_Л = qvB\sin\alpha = 0$ равна нулю ($\sin 0^\circ = 0$), то есть магнитное поле на частицу не действует, и она движется равномерно и прямолинейно;

3) винтовая линия – вектор $\vec{v}$ частицы направлен под некоторым углом α к вектору магнитной индукции B. Заряженная частица движется под углом к линиям магнитной индукции. Движение частицы можно представить в виде двух движений: а) равномерное прямолинейное вдоль поля; б) равномерное движение по окружности. Суммарное движение определит движение по винтовой линии, ось которой параллельна B.

Этапы построения модели движения заряженной частицы представлены в таблице.

Таблица – Алгоритм построения модели движения заряженной частицы

Описание действия	Действие в GeoGebra
Введем параметры, необходимые для построения уравнения траектории движения заряженной частицы.	Введем числовые значения массы частицы m, заряда частицы q, скорости движения частицы v, угла α. Определим радиус винтовой линии, для этого запишем в строке ввода формулу $R = mv\sin\alpha / q / B$. Создадим ползунок для параметра t, его значение изменяется в интервале $[0{,}8\pi]$, шаг 0,005, скорость 10, повтор увеличение. Создадим вектор $\vec{B}$.

Продолжение таблицы

Зададим уравнение, определяющее траекторию движения частицы $$c:\begin{cases} R\cos t \\ R\sin t \\ vt\cos\alpha \end{cases}$$	Кривую в GeoGebra можно задать, используя такие функции: 1) Кривая [<Выражение>, <Выражение>, <Параметр>, <Начальное значение>, <Конечное значение>] 2) Кривая [<Выражение>, <Выражение>, <Выражение>, <Параметр>, <Начальное значение>, <Конечное значение>] Выбираем вторую функцию, в нашем случае она будет выглядеть так: *Кривая[R cos(t), R sin(t), v cos(α) t, t, 0, 8π]*
Создадим модель электрона	Задаем точку *D*, координаты которой заданы таким образом: *D = (R cos(t), R sin(t), v cos(α) t)*

Результаты создания модели движения заряженной частицы в приложении GeoGebra представлены на рисунках 1, 2 и 3.

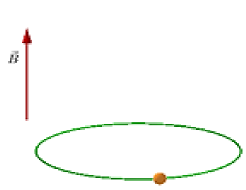


Рисунок 1 – Движение заряженной частицы прямолинейно и равномерно

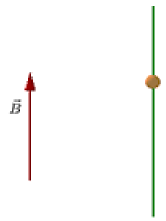


Рисунок 2 – Движение заряженной частицы по окружности

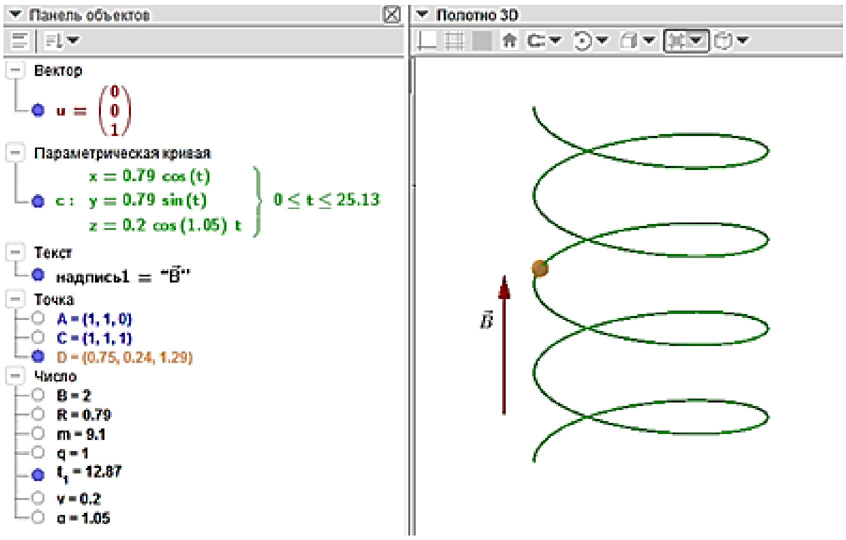


Рисунок 3 – Движение заряженной частицы по винтовой линии

Одним из важных методов повышения активности и развития мыслительной деятельности учащихся на уроках физики является использование в образовательном процессе структурно-логических схем, обобщающих таблиц и ментальных карт (Рисунок 4).

Рисунок 4 – Ментальная карта

Во внеурочной деятельности с одаренными учащимися можно выделить:

– планирование внеклассных мероприятий в рамках индивидуальных планов развития одаренных учащихся;

– организацию развивающей среды (предметные недели, конкурсы, олимпиады);

– организацию исследовательской деятельности;

– организацию самостоятельной работы.

Мы вовлекаем учащихся, проявляющих интерес к физике, к таким внеклассным мероприятиям, как мини-олимпиады, дистанционные олимпиады, различные интеллектуальные конкурсы и др.

Мини-олимпиада проводится, как правило, в каждой четверти. Учащимся предлагаются задачи олимпиадного характера различного уровня сложности, и их надо решить в течение четверти. Всего проводится четыре этапа мини-олимпиады – по одному в каждой четверти.

Пример заданий мини-олимпиады (1 четверть, 9 класс).

Задача № 1. Тело падает с высоты 100 м без начальной скорости. За какое время тело проходит первый метр, последний метр своего пути? Какой путь проходит тело за первую, за последнюю секунду своего движения?

Задача № 2. На прямой дороге находятся велосипедист, мотоциклист и пешеход между ними. В начальный момент времени расстояние от пешехода до велосипедиста в 2 раза меньше, чем до мотоциклиста. Велосипедист и мотоциклист начинают двигаться навстречу друг другу со скоростями

20 км/ч и 60 км/ч соответственно. В какую сторону и с какой скоростью должен идти пешеход, чтобы встретиться с велосипедистом и мотоциклистом в месте их встречи?

Задача № 3. Сухие дрова плотностью 600 кг/м^3, привезенные со склада, свалили под открытым небом и ничем не укрыли. Дрова промокли, и их плотность стала равной 700 кг/м^3. Для того чтобы в холодную, но не морозную (при температуре $t = 0°\ C$) протопить дом до комнатной температуры, нужно сжечь в печи 20 кг сухих дров. Оцените, сколько нужно сжечь мокрых дров, чтобы протопить дом до той же комнатной температуры. (Удельная теплота парообразования воды $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг°С), удельная теплота сгорания сухих дров $q = 10^7$ Дж/кг).

Задача № 4. Имеется выключатель, две электрические лампочки, на цоколях которых написано 75 Вт, 220 В и 15 Вт, 220 В и розетка сети под напряжением 220 В. Составить цепь, удовлетворяющую следующим условиям: когда выключатель находится в положении «включено», горит только лампа мощностью 75 Вт, а если его перевести в положение «выключено», то эта лампа гаснет, но загорается лампа мощностью 15 Вт. Начертите схему цепи и объясните ее работу.

Мини-эксперимент мы проводим практически на каждом уроке физики (где это уместно и целесообразно). К примеру, предлагаем учащимся следующие темы простейших экспериментальных работ и опытов:

7 класс

1. Измерить толщину тонких пластин алюминия.
2. Как можно определить с помощью весов и полоски миллиметровой бумаги площадь тела неправильной формы?
3. Как с помощью рычага и полоски миллиметровой бумаги найти приблизительное значение плотности жидкости?
4. Исследовать, как изменяется сила трения покоя от формы тела, от рода вещества.

8 класс

1. Провести серию экспериментов, которые доказывают, что испарение зависит от многих внешних факторов. Разработать план исследования.
2. Выяснить, как температура влияет на процесс конденсации воды.
3. Исследование сопротивления проводника.

В педагогической практике были случаи, когда инициаторами поиска, осмысления и решения научно-исследовательской проблемы становились сами учащиеся. К примеру, надо было изучить поведение звуковых колебаний разной частоты, получить ультразвук и инфразвук различных характеристик, путем анализа графиков колебаний и расчетных графических зависимостей предложить методику оценки звукового давления и плотности среды. Учащиеся проделали серию следующих экспериментов:

1. Исследование зависимости распространения звука в различных веществах.

2. Исследование явления резонанса на примере пластикового и стеклянного стакана с водой.

3. Исследование биений в протяженном резонаторе.

4. Получение графического отображения эха в трубе при звуковом воздействии.

5. Расчет динамических характеристик для оценки звукового давления твердых и газообразных веществ. Создание графических зависимостей.

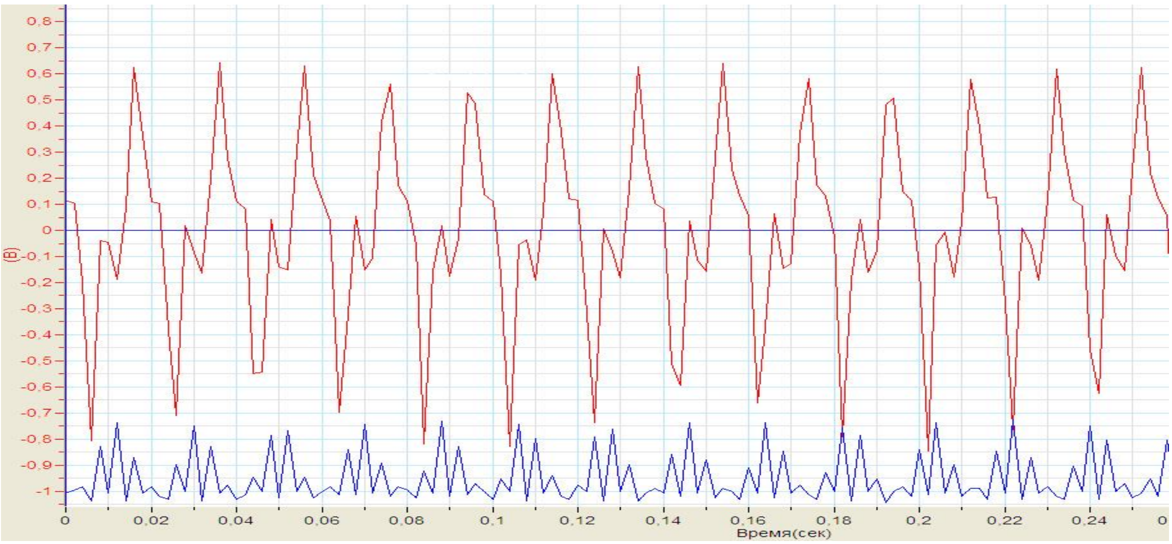


Рисунок 5 – Резонанс водной поверхности

График, представленный выше, отражает резонанс водной поверхности (Рисунок 5). Как итог работы были предложены графики зависимости звукового давления от плотности и от модуля упругости Юнга веществ, от температуры среды. Учащиеся исследовали и попытались объяснить некоторые звуковые явления. На основе полученных зависимостей был предложен оценочный метод определения плотности среды и ее экологического загрязнения.

Мы изучаем со школьниками такие сложные и интересные вопросы, как теорема Гаусса, метод отображений в электростатике, движение в скрещенных полях, метод узловых потенциалов и правила Кирхгофа, метод векторных диаграмм для переменного тока и т. д.

Для одаренных учащихся важно проведение ежегодных декад и недель физики, во время которых учащиеся могут проявить себя в различных викторинах, конкурсах («КВН», «Занимательные опыты», «Умники и умницы» и др.), подготовке и проведении различных праздников: «День космонавтики», «День радио», юбилеи ученых-физиков и т. д.

Несколько советов коллегам по развитию одаренности:

1. Учитывайте предложения учащихся и оценивайте их тут же, подчеркивая их оригинальность, важность и т. п.
2. Учите детей систематической оценке каждой мысли. Никогда не отрицайте, не отбрасывайте ее.
3. Не настаивайте на запоминании схем, формул одностороннего решения, где имеется много способов решения.
4. Знакомьте учеников с интересными фактами, случаями, техническими и научными идеями.
5. Стимулируйте и поддерживайте инициативу учащихся, самостоятельность. Предлагайте проекты, которые могут увлечь.
6. Создавайте проблемные ситуации, требующие альтернатив, прогнозирования, воображения.
7. Не «загоняйте» учеников в творчество, создавайте ситуации, позволяющие ребятам выполнять или не выполнять творческие задания (необязательные), выбирать.
8. В творческих заданиях оценивайте не только результат-знание, но и результат-оригинальность.
9. Помогайте доводить начинания до логического завершения.

С. С. СЕКЕРЖИЦКИЙ
УО «БрГУ имени А. С. Пушкина» (Брест, Беларусь)

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ УЧАСТИЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ В МЕЖДУНАРОДНЫХ ОЛИМПИАДАХ ПО АСТРОНОМИИ

В течение последних четырнадцати лет автор является руководителем команды Республики Беларусь на международных олимпиадах по астрономии и астрофизике. В процессе подготовки к данному событию для кандидатов в команду в течение месяца проводятся учебные сборы, на которых, кроме определения окончательного состава команды, в силу возможностей, выявляются математически одаренные дети, некоторые из которых вовсе не подозревают о своих способностях.

Дело в том, что в связи с известными событиями конца нулевых годов содержание преподавания физико-математических дисциплин в школе существенно упростилось, вследствие чего процесс решения текстовых задач в настоящее время сводится к запоминанию, без должного понимания, стандартных приемов. В то же время математически одаренные дети, безусловно, есть, надо только их найти и оценить.

В качестве такого элемента подготовки в течение последних лет мы предлагаем для решения задачу, предложенную на IOAA-2012, которая состоялась в Бразилии [1]. В ней присутствует местный колорит, приводящий к нестандартной для жителей северного полушария ситуации.

Christ, the Redeemer is the most famous Brazilian monument. But there are many similar statues in other Brazilian cities and across the world. Imagine that an exact copy of the monument was built on Borradaile Island, at latitude $\varphi = -66{,}5°$, the first place south of the Antarctic Circle reached by man.

Assume the island is exactly on the Antarctic Circle, and define a Cartesian coordinate system (O_{xy}) on the horizontal plane, with the origin O being at the base of the Christ, the O_x axis in the East-West direction and the O_y axis in the North-South direction. Determine the equation of the curve described by the tip of the Christ's head shadow on the horizontal plane, on a sunny solstice day and the minimum length of the shadow during that day (neglect the motion of the sun in declination during the day). Neglect the atmospheric effects.

Составители данной задачи, в своем решении, постулируют параболу как кривую, по которой движется тень от верхней точки данного монумента. При этом она симметрична относительно указанной в задаче оси ординат. Затем рассматривают две ее точки, когда Солнце находится в меридиане и первом вертикале, что позволяет найти коэффициенты параболы и записать ее уравнение в виде

$$y = -0{,}0063x^2 + 37{,}06(м).$$

Данное решение, без доказательства того факта, что тень описывает параболу, широко распространено в учебно-методической литературе, посвященной международным олимпиадам по астрономии, и стало, в некоторой степени «баяном».

Опуская астрономические «подробности», с которыми обычно успешно справляются все участники сборов, приходим к заданию траектории тени в параметрическом виде:

$$\begin{cases} x = -h\dfrac{\cos\delta \sin t}{\sin\delta \sin\varphi + \cos\delta \cos\varphi \cos t} \\ y = -h\dfrac{-\sin\delta \cos\varphi + \cos\delta \sin\varphi \cos t}{\sin\delta \sin\varphi + \cos\delta \cos\varphi \cos t} \end{cases},$$

с учетом данных задачи, здесь: $\varphi = -23{,}45°$, $\delta = -66{,}55°$, $h = 39{,}60\,м$.

И вот в этом месте большая часть участников команд Республики Беларусь, во все годы их тестирования, делает ошибку. Некоторые, в лучшем случае, находят минимальную длину тени, что возможно простой подстановкой величины $t = 12^{ч} = 180°$, $L_{MIN} = 37{,}06\,м$, но получить уравнение $y = -0{,}0063x^2 + 37{,}06$ и тем самым доказать, что искомая кривая действительно парабола, удавалось буквально единицам, которые в дальнейшем и становились призерами олимпиад.

Виной этому, на наш взгляд, является методика решения большинства задач «в общем виде», которая в данном случае не годится. Определяющим в адекватном подходе к пониманию решения данной задачи является тот факт, что $\varphi + \delta = -90°$, в связи с чем, произведения синусов и косинусов соответствующих величин в некоторых местах системы становятся одинаковыми.

Следует сказать, что мы отметили факт беспроблемного преобразования данной системы уравнений в уравнение параболы с определением ее коэффициентов участниками параллельных сборов к международной олимпиаде по математике, что можно интерпретировать, с одной стороны, как их большую математическую одаренность, с другой – как наличие устойчивого навыка в решении аналогичных задач.

Таким образом, в некоторых случаях тестом на математическую одаренность учащихся может быть решение нестандартных задач, решение которых в открытом доступе является ограниченным.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sule, A. A. Problem book on Astronomy and Astrophysics. Compilation of problems from International Olympiad on Astronomy and Astrophysics (2007–2012) / A. Sule. – Suceava : Cygnus, 2014. – 236 p.

СЕКЦИЯ 2
ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

Г. Н. АКСЕНОВА, Н. Е. МОЗГОВАЯ, Т. В. ПОПОВА
МБОУ «Центр образования № 15 “Луч”» (Белгород, Россия)

РАЗВИТИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ ОДАРЕННЫХ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ПОСРЕДСТВОМ ПРОБЛЕМНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО МЕТОДА

Плохой учитель преподносит истину,
хороший учит ее находить
А. Дистервет

Проблема развития математической одаренности школьников, как и общей одаренности, не является принципиально новой. Во многих странах наблюдается значительный рост интереса к проблемам математического образования. Это связано с тем, что значение математики в жизни человеческого общества возрастает с каждым днем. Новые социальные запросы обусловили возрождение интереса к идеям развивающего обучения, ядром которого является познавательное и личностное развитие ребенка [1, с. 186]. Целью образования становится «общекультурное, личностное и познавательное развитие учащихся, обеспечивающее такую ключевую компетенцию, как умение учиться».

Многие учителя, понимая важность умения учиться и разделяя идеи концепции развития универсальных действий, все же испытывают большие сомнения в возможности достижения поставленных задач. И одна из основных причин – недостаток знаний и умений в области применения таких психолого-педагогических технологий, с помощью которых становится возможным достижение новых образовательных результатов.

Развитие исследовательских умений младших школьников в процессе освоения ими базовых программ начальной школы представляется сложной задачей. Ее решение предполагает существенное переосмысление учителем не только исходных педагогических позиций, но и представлений о временных рамках урока. Более эффективным становится организация и проведение урока-исследования в случае двухчасового занятия. Такие уроки предполагают разнообразие видов деятельности учащихся, что снимает вопрос о переутомлении, делая занятие, отвечающее требованиям здоровьесберегающих технологий.

Весьма актуальным становится вопрос о том, как создать для детей разных возрастных групп и с разным уровнем развития познавательных потребностей и возможностей такую образовательную среду, которая будет способствовать развитию у ребенка исследовательского отношения к математике и самому себе. Развитие исследовательского отношения к математике непосредственно связано с развитием познавательных интересов, которые становятся основным механизмом для осуществления детьми больших и малых исследований, позволяющих им не только узнать много нового в области математики, но и приобрести универсальные способы ее познания – исследовательские умения. Основная проблема столь важного направления заключается в том, что у ребенка должна быть развита собственная мотивация к выполнению исследовательской работы. Важно, чтобы ребенок на самом первом этапе своего обучения в школе мог прикоснуться к многообразию математической действительности, удивиться ее тайнам и в процессе их познания испытать радость творчества, восторг открытия. Хотелось бы отметить, что какими бы содержательными возможностями ни обладал предмет (математика, русский, окружающий мир и т. д), он не может обеспечить развитие тех или иных познавательных интересов, исследовательского интереса к миру или исследовательских отношений учащихся. Важное значение в данном случае имеет метод преподавания. Например, удивиться тайнам науки математики может помочь применение проблемно-диалогического метода в обучении, а испытать радость творчества и восторг открытия – такая организация учебно-познавательного процесса, когда ребенок имеет возможность открывать знания о математике в ходе индивидуальной или совместной со сверстниками деятельности [2, с. 71]. Важным условием для ребенка является необходимость поделиться своей радостью открытия, быть услышанным, понятным другим. Можно сделать вывод, что обогащенная развивающая среда, которая будет способствовать развитию у ребенка исследовательского отношения к миру математики, предполагает не только то или иное предметное содержание, но и метод обучения, моделирующий процесс открытия ребенком новых знаний о математике (проблемно-исследовательский); субъект-субъектные отношения, обеспечивающие возможность сотрудничества.

Применение проблемно-исследовательского метода позволяет поставить ребенка в активную *позицию исследователя*. Важно отметить, что такой метод предполагает не только индивидуальный, но и групповой, совместный поиск неизвестного учащимися. Можно выделить шесть основных этапов методики исследования, которые следуют друг за другом: мотивация, исследование, обмен информацией, организация информации, связывание информации, подведение итогов, рефлексия [3, с. 19].

Этап мотивации – ключевой этап. От него во многом зависит, состоится исследование или нет. Если вопрос не возник и проблема не сформулирована в той или иной форме, то не может быть и подлинного исследования, предполагающего творческий поиск решения проблемы, возникшей у ребенка или взрослого. Например*:*

Урок математики.

Тема «Порядок действий в выражениях»

Для создания проблемной ситуации предлагаем воспользоваться приемом удивления. На доске записаны примеры: $8 + 5 \cdot 3 = 39$ *и* $8 + 5 \cdot 3 = 23$.

У: «Сравните левые части данных выражений, что вы заметили? Сравните правые части. Что вас удивило? Какие факты налицо?»

Тем самым сталкиваем в восприятии детей два факта: левые части одинаковые, а правые отличаются. Реакция удивления – показатель возникновения проблемной ситуации.

У: «Какой у вас возникает вопрос?» (Необходимо выслушать ответы детей и записать вопрос исследования: почему в одинаковых выражениях разные ответы.)

Далее формулируется цель исследования: найти способ, который помогает изменить значение в выражении.

Формулирование проблемы или исследовательского вопроса говорит о завершении первого этапа исследования и означает плавный переход ко второму этапу – *этапу исследования*. Исходя из своей практики, мы рекомендуем проведение этого этапа в малых группах с использованием для каждой группы разного материала для изучения, с помощью которого учащиеся и осуществляют свой поиск. После того, как каждая группа изучила разный материал для поиска решения, появляется необходимость следующего этапа – *обмена информацией*. На этом этапе учащиеся производят классификацию имеющихся данных, находят сходство, общую идею, закономерность, пытаются связать информацию и сделать свое большое или маленькое открытие. На следующем этапе – *связывания информации* – учащиеся находят общую идею, которая относится ко всем изученным фактам, и тем самым переходят к завершающему этапу – *подведения итогов* (рефлексия). На этом этапе необходимо вернуться к предположениям детей и выяснить, какие из них подтвердились, а какие нет. Этот этап может послужить источником для возникновения и постановки новых вопросов, тем самым побудить к проведению нового исследования.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ломакин, А. В. Из опыта работы с одаренными детьми / А. В. Ломакин // Одаренный ребенок. – 2009. – № 6. – С. 186.

2. Матюшкин, А. М. Мышление, обучение, творчество / А. М. Матюшкин. – Воронеж : МОДЭК, 2003. – 720 с.
3. Развитие исследовательских умений младших школьников / под ред. Н. Б. Шумаковой. – М. : Просвещение, 2011. – 157 с.

С. А. АНДРУСЕНКО, С. Н. ТУРБИНА, М. А. КИРЕЙШИНА
МБОУ «Гимназия № 3» г. Белгорода (Белгород, Россия)

РАЗВИТИЕ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ЧЕРЕЗ РЕШЕНИЕ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ТАБЛИЦ И ГРАФОВ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

> Творчество, конечно, состоит не в том, чтобы составить бесконечные комбинации, а в том, чтобы создавать полезные, а таких не особенно много. Творить – это значит различать, выбирать.
>
> *Анри Пуанкаре*

Математика как учебный предмет вносит заметный вклад в реализацию важнейших целей и задач начального общего образования младших школьников. Овладение учащимися начальных классов основами математического языка для описания разнообразных предметов и явлений окружающего мира, усвоение общего приема решения задач как универсального действия, умения выстраивать логические цепочки рассуждений, алгоритмы выполняемых действий, использование измерительных и вычислительных умений и навыков создают необходимую базу для успешной организации процесса обучения учащихся в начальной школе.

Так что такое комбинаторика?

Комбинаторика – это раздел математики, в котором исследуются и решаются задачи выбора элементов из исходного множества и расположения их в некоторой комбинации, составляемой по заданным правилам.

В начальном курсе математики рассматриваются только четыре вида комбинаций: размещение с повторением, размещение без повторения, сочетание, перестановка. В начальной школе комбинаторные задачи встречаются в программе 4 класса, в олимпиадных работах. Комбинаторные задачи и их решение способом перебора возможных вариантов расстановки или расположения предметов в соответствии с условиями задач способствуют развитию логического мышления.

В начальной школе комбинаторные задачи решаются бесформульным методом на основе рассуждений обучающихся, составлением графов, размещением, таблиц, дерева решений.

Задача 1. В каждой из четырех коробок лежит один из фруктов: апельсин, лимон, зеленое яблоко и ананас. Цвет коробки не совпадает с цветом фрукта. Известно, что зеленое яблоко лежит в коричневой коробке, а лимон не лежит в зеленой коробке. В коробке какого цвета лежит каждый фрукт?

Заполните таблицу и ответьте на вопрос: «В коробке какого цвета лежит каждый фрукт?».

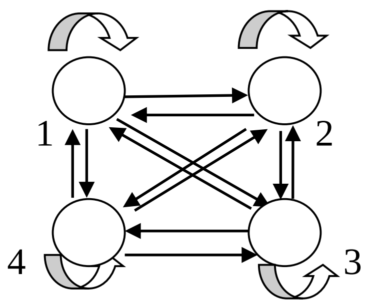
Фрукт/ коробка	Оранжевый	Желтый	Зеленый	Коричневый
Апельсин	–	–	+	–
Лимон	+	–	–	–
Яблоко	–	–	–	+
Ананас	–	+	–	–

Читая условие задачи, обучающиеся заполняют таблицу. Рассуждаем: зеленое яблоко лежит в коричневой коробке, следовательно, другие фрукты уже не могут лежать в коричневой коробке, выставляем «+» или «–». Лимон не лежит в зеленой коробке, значит лимон может лежать в оранжевой или желтой коробке. А так как цвет коробки не совпадает с цветом фрукта, выясняем, что лимон – желтый, значит, лимон лежит в оранжевой коробке. Если апельсин положить в зеленую коробку, тогда ананас будет лежать в желтой коробке.

Ответ: Апельсин – в зеленой коробке, лимон – в оранжевой, яблоко – в коричневой, ананас – в желтой.

Задача 2. Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4?

Решают коллективно. Строят граф на доске. Может получиться граф без стрелок. Тогда будет только 8 ребер. Это неверно. Могут забыть про числа 11, 22, 33, 44. Обсуждаем варианты построения графа, учитывая все ошибки.



Ответ: 16 чисел.

Задача 3. Во дворе у фермера гуляли гуси и поросята. Сын спросил отца: «Папа, сколько у нас гусей и сколько поросят?» «Если считать по головам, то на дворе 25 голов, а если по ногам, то 70 ног». Сколько было гусей и поросят?

Решение. Так как голов 25, всех гусей и поросят 25 штук. Предположим, что во дворе гуляли бы только гуси, то у них ног было 25 · 2 = 50. На самом деле у всех обитателей двора 70 ног. Следовательно, 70 – 50 = 20 ног «лишние», принадлежат поросятам, у каждого из которых на 2 ноги больше, чем у гуся. Значит, поросят было 20 : 2 = 10, а гусей 25 – 10 = 15.

Умение обучающихся составлять комбинации, учитывая определенные признаки, умение классифицировать их лежит в основе разных сфер человеческой деятельности. Поэтому вариативность – качество, необходимое людям разных специальностей: учителю, составляющему расписание, конструктору, составляющему проект, биологу и архитектору и т. д. Вариативность играет важную роль в творчестве.

И. А. АРТЕМЕНКО, Е. А. ВЕТРОВА
МБОУ «СОШ № 50 г. Белгорода» (Белгород, Россия)

МАТЕМАТИЧЕСКИ ОДАРЕННЫЕ ДЕТИ И РАБОТА С НИМИ

Одаренный ребенок – это ребенок, который выделяется яркими, очевидными, иногда выдающимися достижениями (или имеет внутренние предпосылки для таких достижений) в том или ином виде деятельности.

В мире существуют разные определения математической одаренности. Но наиболее подходящее следующее: *математическая одаренность* – качественно своеобразное сочетание математических способностей, которое открывает возможность успешного творческого овладения предметом.

Ученые выделяют три категории одаренных детей:

1) Дети с необыкновенно высоким общим уровнем умственного развития (дошкольный и младший школьный возраст);

2) Дети с признаками специальной умственной одаренности – в определенной области науки (подростковый возраст);

3) Учащиеся, не достигающие по каким-либо причинам успехов в учении, но обладающие яркой познавательной активностью, оригинальностью психического склада, незаурядными умственными резервами (старший школьный возраст).

Выявляя одаренных детей, мы начинаем кропотливую работу с использованием интерактивных технологий по развитию способностей детей, ведь все дети способны в той или иной области. И развитие одаренности в одной области влечет в той или иной мере, развитие способностей в других областях, хоть и неравномерно. Такая работа ведется в трех направлениях: постоянный подбор задач, которые решаются различными способами; решение задач повышенной сложности в освободившееся время на уроках и внеурочное время; проведение кружковой работы, привлечение к олимпиадам, турнирам, играм.

В работе с одаренными учащимися очень важная роль отводится *индивидуальной работе* на уроке и во внеурочное время. Пока учащиеся на уроке работают самостоятельно, можно работать в индивидуальном режиме с отдельными учениками. Для целенаправленной подготовки учащихся к участию в олимпиаде необходимо рассматривать на дополнительных занятиях, факультативах или предлагать для самостоятельного обучения по дополнительной литературе различные типы олимпиадных задач. Это могут быть логические задачи, математические ребусы, геометрические задачи, арифметические задачи, текстовые задачи: решаемые с конца, на переливание, взвешивание, на движение.

Для наиболее успешной работы с одаренными учащимися учителю необходимо регулярно использовать дифференциацию и индивидуализацию в обучении. Прежде всего, важно изучить индивидуальные особенности учеников в классе. Затем работать в трех направлениях:

– *разноуровневый подход к детям* – использовать разноуровневые задания необходимо не только на уроках, но и в виде домашнего задания;

– *обучение самостоятельной работе* – научить работать самостоятельно с учебником, с дополнительной литературой, проводить исследовательскую работу;

– *обучение исследовательской работе* – использование задач с элементами исследования, развивающие задачи. Систематически предлагать учащимся творческие задания: составить задачу, выражение, кроссворд, ребус, анаграмму и т. д. Учить учащихся, как проанализировать полученную информацию, выделить главное, исключить второстепенное. И наконец, в каком виде представить результат. Это может быть электронная презентация или документ, макет, книжка-раскладушка. Исследовательская работа активизирует обучение, придает ему творческий характер и таким образом передает учащимся инициативу в организации своей познавательной деятельности развития творческих способностей.

Математическая направленность (склад) ума выражается в стремлении к математизации явлений окружающего мира. Это постоянная установка: обращать внимание на математическую сторону явлений, всюду подмечать пространственные и количественные отношения, связи и функциональные зависимости, словом, видеть мир математическими глазами.

Математический склад ума формируется как особое синтетическое выражение математической одаренности и включает в себя и познавательную, и эмоциональную, и волевую стороны (соответствующее отношение, склонности и интересы), потребность в компонентах, в совокупности образующих математические способности:

а) «сильная память», но именно «математическая память» на предмет того типа, с которым имеет дело математика, память на идеи и мысли, а не факты, в то время как «бытовая» и музыкальная память могут быть ослаблены;

б) «остроумие», т. е. способность «обнимать в одном суждении» понятия из двух малосвязанных областей, отыскивая сходное в самых отдаленных, казалось бы, совершенно разнородных предметах;

в) «быстрота мысли», которую можно связать с бессознательным мышлением.

После выявления математических способностей учащихся важной задачей является усиленное обучение. Наиболее эффективной педагогической технологией в преподавании математики является технология дифференциации обучения, в основе которой лежит личностно ориентированный подход. Основной формой организации учебного процесса в школе является урок. На уроках математики очень хороши в использовании будут следующие технологии: игровые, коммуникативные, исследовательские, проблемно-поисковые и здоровьесберегающие.

Для успешного результата просто необходимо использовать такие формы и методы работы, как самостоятельная и групповая деятельность ребенка на уроке, проектная, исследовательская деятельность, семинары, практикумы. Вместе с этим на уроках математики нужно использовать как можно больше различных современных средств информации, таких как компьютерные программы, дидактические игры, а также обучающие интернет-сайты и интернет-платформы, электронные энциклопедии. Учителям необходимо создавать «методические портфели», в которых будут размещены все необходимые для развития ребенка дидактические материалы: тесты, олимпиадные задания повышенной трудности, кроссворды, ребусы, загадки, логические задачи и примеры, а также интеллектуальные марафоны, игры, квесты.

После обучения учащиеся должны уметь оценивать себя и свои способности, возможности, познать себя, выявить сильные и слабые стороны, сделать глубокий анализ и выводы, определить на перспективу индивидуальный план работы. Учителю важно совершенствовать и развивать методику работы с такими одаренными ребятами, создать для них условия, которые помогут раскрыть их талант и уникальные способности еще сильнее. Необходимо привлекать одаренных детей к исследовательской деятельности, вовлекать учащихся в различные форумы, команды, конкурсы. Ведь одаренные дети – это интеллектуальный потенциал и будущее нашей страны. Как мы будем развивать талант молодого поколения зависит от нас – взрослых.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Королева, Е. В. Проектно-исследовательская деятельность учащихся как средство формирования и развития инновационного мышления генератора инноваций / Е. В. Королева // Исслед. работа школьников. – 2010. – № 1. – С. 5–6.
2. Мухина, С. А. Нетрадиционные педагогические технологии в обучении / С. А. Мухина, А. А Соловьева. – Ростов н/Д : Феникс, 2004. – 384 с.

Ю. М. ГОЛОТОВСКАЯ, Г. Н. ВАСИЛЬЧИКОВА,
Е. А. ПЛЕТНИКОВА
МБОУ «СОШ № 50 г. Белгорода» (Белгород, Россия)

РАБОТА С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ВО ВНЕУРОЧНОЕ ВРЕМЯ

> Не существует сколько-нибудь достоверных тестов на одаренность, кроме тех, которые проявляются в результате активного участия хотя бы в самой маленькой поисковой исследовательской работе.
>
> *А. Н. Колмогоров*

В современном мире в начальной школе на основе наблюдения, изучения психологических особенностей, речи, памяти, логического мышления ребенка можно определить одаренных детей. Каждый учитель должен уметь выявить одаренных детей. Уже с первых дней в школе учитель в общении с детьми может выделить тех детей, которые быстрее других изучают новый материал, у них преобладает хорошая память, умеют правильно рассуждать, чаще всего они перегоняют своих одноклассников в учебе.

Настоящий современный учитель, работающий с одаренными детьми, должен быть прежде всего творческим, профессионально грамотным, способным к экспериментальной и научно-исследовательской деятельности, умелым организатором учебно-воспитательного процесса, интеллигентным, эрудированным, владеть современными образовательными технологиями.

Начиная с уроков по математике, учитель выделяет из группы тех детей, которые отличаются от своих сверстников особыми математическими способностями. Особенности заключаются в том, что эти дети более сообразительны, имеют смекалку, по-своему изобретательны, осуществляют быстрый переход от конкретного к отвлеченному, умеют правильно и быстро сделать обобщения.

Во время внеурочной деятельности по математике у одаренных детей происходит развитие их способностей в зависимости от того, как учитель построит процесс обучения и по какой форме у детей происходит активизация познавательной деятельности и развитие их математических способностей. Учитель может выбрать для себя наиболее подходящую форму обучения. Это могут быть предметные олимпиады, групповые занятия, работа по индивидуальным планам, интеллектуальные марафоны, творческие задания и т. д.

Именно в начальной школе важно создать такие условия для одаренных детей, во время внеурочной деятельности, которые помогли бы им в реализации интеллектуальных возможностей, проявления творческих способностей.

Начиная с начальной школы, желательно отводить большую роль тем занятиям, где учащиеся приобретают знания вне рамок школьной программы. Эта система учебных занятий позволяет ученикам более углубленно изучить некоторые школьные разделы, которые предусмотрены программой, или дать возможность им получить те знания, которые на данный момент их больше всего интересует. Эти темы интересны и требуют наиболее активной умственной работы с дополнительной литературой, самостоятельного осмысления проблем, умения работать с устным изложением учителя как источником информации. К тому же дети в этот период начинают получать опыт самостоятельной творческой деятельности.

Не менее важной составной частью работы с одаренными детьми являются олимпиады. Уже начиная с начальной школы учитель готовит таких детей к ним. Олимпиады позволяют выявить и развить такие качества учащегося, которые не всегда проявляются в повседневном учебном процессе. Известно, что ребенок, имеющий высокую отметку по математике, не всегда сможет справиться с решением олимпиадных задач и, тем самым, не покажет на олимпиадах высоких результатов. Это связано с тем, что результативное участие в олимпиадах требует специфических качеств и особых способностей, которые, естественно, тоже следует развивать. С этой целью помимо основного цикла олимпиад ученики нашей школы участвуют в олимпиадах различного рода и уровня.

Для того чтобы хорошо подготовить этих детей к участию в олимпиадах по математике, надо решать на дополнительных занятиях, факультативах, кружках или предлагать для самостоятельного изучения по дополнительной литературе разнообразные виды олимпиадных задач. Для общего развития изучать на занятиях и дома исторический материал по определенным разделам. Многие математические игры, задачи со сказочным сюжетом и задачи прикладного характера развивают умение объяснять свои решения последовательно и непротиворечиво, умение логически рассуждать при решении нестандартных задач, выполнять несложные для их возраста исследования. У детей проявляются умения саморазвития и самообучения с использованием приемов самостоятельной учебной деятельности.

Чаще всего одаренные дети проявляют себя на различных математических турнирах: олимпиадах, конкурсах и т. д. И то, как они себя проявят, и их успешность участия напрямую зависят прежде всего от профессионализма учителя, которому необходимо постоянно совершенствоваться. Только учитель, увлеченный своим предметом, может привить интерес детей к нему.

В начальной школе, работая с одаренными детьми, тема сказок наиболее актуальна и интересна. Фестиваль математических сказок очень уместен в череде сложных турниров и конкурсов. Дети учатся сами сочинять сказки, в основе которых лежит тот или иной математический закон, а затем представляют их либо в виде спектакля, либо с помощью презентации. Увлекательность сюжета, фантазия и передача информации в такой форме не только развивают творческие способности, но и развивают интерес к изучению математики.

Надо не забывать о поощрительных мерах для одаренных детей. Они являются действенным инструментом, который повышает мотивацию одаренных детей к учебному процессу и к улучшению своих достижений. Когда поощрительные меры в системе и ее регулирование формируют стимулирующие мотивы одаренных обучающихся, они способствуют оказанию учащимся социальной помощи и поддержки. Это может быть занесение в книгу почета общеобразовательного учреждения (ОУ), награждение почетными грамотами и подарками или вручение премий.

Одной из приоритетных задач современного общества являются создание условий, обеспечивающих выявление и развитие одаренных детей, и реализация их потенциальных возможностей. Поэтому обязательным для учителей является требование прохождения курсов повышения квалификации.

Существует множество неразрешенных проблем, связанных с развитием одаренных детей в общеобразовательной школе, но для этого есть специальная методическая литература, разнообразие дидактических материалов, которые помогли бы учителю организовать работу с одаренными детьми.

И. Н. ГОНЧАРЕНКО
ГУО «Гимназия № 71 г. Гомеля» (Гомель, Беларусь)

КОМПЕТЕНТНОСТНО ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Математическое образование на уровне общего среднего образования базируется на *знаниевом*, *личностно ориентированном*, *компетентностном* подходах.

Актуальность педагогической деятельности по поиску приемов обучения, которые, наряду с обеспечением усвоения предметных знаний, будут способствовать формированию и развитию личности учащегося, мотивированного на образование в течение всей жизни, его социальных и исследовательских компетенций, заключается в следующем: в овладении учащимися, наряду с предметным материалом, надпредметными знаниями, умениями, в развитии их познавательных и общих учебных умений (ставить вопрос, формулировать проблему, выдвигать и проверять гипотезу, определять цели; строго, ясно, точно выражать свои мысли).

Вышесказанное обусловливает важность внедрения в образовательный процесс по математике заданий исследовательского характера как средства развития функциональной грамотности учащихся.

Идея нашей работы заключается в совершенствовании учебного процесса в рамках исследовательско-практической ориентации, в повышении результативности обучения учащихся на основе включения исследовательских задач, в создании *системы* работы педагога по формированию исследовательских умений учащихся средствами математики.

Процесс развития исследовательских умений включает три этапа: мотивационно ориентировочный, познавательно-продуктивный, творческо-рефлексивный. При становлении нашей системы мы разработали модель развития исследовательских умений учащихся, опираясь на исследования магистранта ГУО «Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет имени В. М. Шукшина» И. А. Марковой [1]. Считаем, что уровень сформированности функциональной грамотности учащихся коррелируется с уровнем развития их исследовательских умений.

Процесс овладения учащимися исследовательскими умениями целесообразно осуществлять на основе разноуровневого задачного подхода.

Для реализации I этапа в 5–6 классах мы предлагаем ребятам следующие виды задач: проблемные, контекстные, компетентностные, исследовательские.

Особое внимание на этом этапе уделяем тому, как учащиеся формулируют гипотезы. При решении подобных задач у детей обычно возникает соблазн высказывать не предположения, а давать сразу готовое решение. Очень важно, чтобы в формулировках присутствовали такие слова, как «возможно», «вероятно», «допустим», «а что, если». Они ориентируют их на исследование, на поиск решения.

Этот этап очень важен для формирования умения ставить цели, анализировать результаты своей деятельности и вести диалог в группе.

Таким образом, на мотивационно ориентировочном этапе у учащихся формируются мотивы осуществления учебного исследования. Они получают представление о научном способе познания действительности, основных видах исследовательских работ, этапах осуществления исследовательской деятельности, правилах оформления и защиты учебно-исследовательской работы.

Когда у детей 5–6 классов сформированы основы практических навыков научной организации труда, в 7–9 классах считаем целесообразным переход к познавательно-продуктивному этапу, то есть к частично поисковой деятельности.

Считаем, что при организации образовательного процесса по математике нужно применять различные приемы, комбинируя их в соответствии с целями и содержанием обучения, учитывая возрастные особенности учащихся. Педагогу важно выстраивать образовательный процесс таким образом, чтобы формировать умение учиться самостоятельно, развивать способности к контролю и оценке результатов своей деятельности.

Завершение познавательно-продуктивного этапа в 9 классах основывается на закреплении навыков исследовательской работы.

На третьей ступени общего среднего образования начинается реализация творческо-рефлексивного этапа. На данном этапе учащийся проявляет повышенную устойчивую активность, свободно ориентируется в изменяющихся условиях, самостоятельно определяет место и цель собственной деятельности. Наша функция на этом этапе ограничивается консультациями и общим «курированием» процесса работы учащихся. Самостоятельная исследовательская деятельность предполагает выход за рамки урочной деятельности, т. е. активное участие в конкурсах, турнирах, конференциях.

Сочетая различные методы и приемы, удалось реализовать идею взаимодействия предметно ориентированного и компетентностного подходов. Это обусловило повышение уровня функциональной грамотности учащихся.

Анализ результатов образовательного процесса, организованного на основе описанной работы, позволяет сделать вывод об эффективности реализации компетентностного подхода при обучении математике. Он позволяет решать задачи активизации познавательной деятельности учащихся на качественно новом уровне, обеспечивает возможность выбора индивидуальных траекторий и темпа изучения учебного материала.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1. Научная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://elibrary.ru/item.asp/. – Дата доступа: 25.03.2020.

Е. П. ГРИНЬКО, Н. С. РУСАК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭВРИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА В МАТЕМАТИКЕ

Эвристическим называется метод, при котором учитель вместо изложения учебного материала в готовом виде подводит учащихся к «открытию» теорем, их доказательств, к самостоятельному формулированию определений, к составлению и решению задач. Из этого следует, что метод целесообразных задач является разновидностью эвристического метода. Эвристический метод можно подразделить на следующие виды:

1) метод целесообразных задач;
2) эвристическая беседа, при которой учащиеся подводятся к определенному выводу с помощью системы вопросов;
3) постановка и решение (или только решение) проблемы;
4) обобщение способа решения задач и составление рекомендаций для поиска решения подобных задач.

Например, при изучении темы «Ромб» ставится задание: «Наблюдением установить свойства диагоналей ромба. Сформулировать и доказать соответствующую теорему». К самостоятельной постановке этого задания можно подвести учащихся, к примеру, системой вопросов: «Обладает ли ромб теми же свойствами, что и параллелограмм? Не присущи ли ему какие-либо новые свойства?». По чертежу учащиеся выявляют свойства диагоналей ромба, формулируют и пытаются доказать свою гипотезу.

Вместо того чтобы самому объяснять вывод формулы общего члена геометрической прогрессии, учитель сразу после определения геометрической прогрессии дает задание: «Попытайтесь составить формулу ее общего члена». Это задание учащиеся могут выполнить по аналогии с арифметической прогрессией.

Приведем пример эвристической беседы при решении текстовой задачи.

Задача. Ваня проехал на велосипеде расстояние от пункта A в пункт B со средней скоростью 8 км/час. Возвращался из B в A другой дорогой, которая была длиннее первой на 3 км, и на обратном пути ехал со средней скоростью 9 км/час. На обратную дорогу Ваня затратил на $\frac{1}{8}$ часа больше. Установите, какое расстояние проехал Ваня, направляясь от A в B, и какое расстояние он проехал из B в A.

Для решения этой задачи можно поставить такие вопросы:

Что дано? Какие величины рассматриваются в условии задачи? Что известно о времени движения велосипедиста? В чем заключается вопрос задачи? Что неизвестно? Значения каких величин могут определить искомое расстояние? Значения какой из этих величин известны? Какая общая связь между величинами, характеризующими равномерное движение? Какое данное может служить связующим звеном между данными значениями и неизвестными? К какой величине можно свести все данные и неизвестные? Как выразить время движения там, где скорость движения равна 8 км/час? Можем ли мы выразить второе расстояние, если первое обозначено через x? Как выразить время движения на обратном пути, то есть там, где скорость движения была равной 9 км/час? Как сравнить время движения пути туда и обратно? Каково уравнение получим в результате этого сравнения?

В результате учащиеся составят уравнение

$$\frac{x+3}{9}-\frac{x}{8}=\frac{1}{8}.$$

Решив уравнение, получат ответ: 15 км и 18 км.

Ценность эвристических уроков по математике заключается в том, что учащиеся самостоятельно добывают новые знания, учатся их применять исходя из уже имеющегося опыта, учитель лишь подводит их правильному решению. Эвристическое обучение на уроке математики способствует формированию своей точки зрения, своей позиции, своего математического и не только миропонимания. Этот метод позволяет активизировать мыслительную деятельность учащихся, повысить их интерес к познавательной деятельности. Учителю при организации обучения с помощью эвристического метода следует придерживаться следующих правил:

1) формирование новых знаний происходит на основе эвристической беседы и должно сочетаться с самостоятельной работой учащихся (участие в эвристической беседе – «задавание» учащимся встречных проблемных вопросов, ответы на проблемные вопросы, решение познавательных задач);

2) учитель преднамеренно создает проблемные ситуации, учащиеся должны их анализировать и ставить проблемы, выдвигать и доказывать (или опровергать) гипотезы, делать выводы;

3) оцениваются в основном умения применять ранее полученные знания, умения выдвигать и обосновывать гипотезы, доказывать их, овладение способами деятельности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Выготский, Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский; ред. В. В. Давыдов. – М. : Педагогика-Пресс, 1996. – 536 с.

2. Ильясов, И. И. Система эвристических приемов решения задач. – М. : РОУ, 1992. – 154 с.

3. Гринько, Е. П. Элементарная математика и практикум по решению задач (методы решения олимпиадных задач) : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2019. – Ч. 1. – 184 с.

С. И. ДАНИЛЮК

ГУО «Лицей № 1 имени А. С. Пушкина г. Бреста» (Брест, Беларусь)

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ОРГАНИЗАЦИИ РАБОТЫ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ: ПРАКТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

Цель: трансляция педагогического опыта учителя-практика по организации работы с одаренными учащимися.

Задачи:

1) показать актуальность и значимость системной работы с одаренными учащимися;

2) выявить преимущества системного подхода к организации работы с одаренными учащимися;

3) продемонстрировать результативность системного подхода.

Объект педагогического опыта: системный подход к организации работы с одаренными учащимися.

Ожидаемый результат: достигнув поставленной цели и решив поставленные задачи, мы хотели бы оказать педагогическую поддержку и передать накопленный практический опыт по заявленной теме прежде всего молодым учителям. Современное образование направлено на личностно ориентированный подход к каждому учащемуся. Кодекс об образовании Республики Беларусь гласит: «Система образования – совокупность взаимодействующих компонентов, направленных на достижение целей образования. Целями образования являются формирование знаний, умений, навыков и интеллектуальное, нравственное, творческое и физическое развитие личности обучающегося» [1, с. 2].

Актуальными остаются идеи Л. С. Выготского о ближней и дальней зонах развития учащихся. Дифференцированное обучение способствует развитию каждого. Цель развития и зона дальнего развития у каждого человека своя. Какова цель данной образовательной стратегии? Каждый человек должен занять свое достойное место в социуме, чему будут способствовать метапредметные результаты, полученные выпускниками школ в рамках отечественного образования. Этот постулат подтверждается международной практикой мониторинга в рамках PISA. Что же такое одаренность? И кто может быть отнесен к одаренным детям? «Большинство психологов оценивают количество одаренных детей от 1–2 % до 20 %. Одаренность –это высокий уровень общих и специальных способностей. Многие страны разработали свои стратегии работы с одаренными детьми. В Израиле создана эффективная система работы с одаренными детьми, и она является государственным секретом. Интеллект, творческие способности – главное национальное богатство. Это давно поняли японцы, которые не жалеют средств на их обучение и развитие» [3]. Как же подходят к работе с одаренными учащимися мы и наши коллеги в лицее имени А. С. Пушкина города Бреста? Системный подход предполагает ответы на вопросы: зачем, для кого, каким образом, что дает? А также наличие подсистем, отдельных элементов и взаимосвязанных частей. Начинает работу психологическая служба лицея, которая диагностирует учащихся еще на этапе поступления в лицей в группы определенного профиля. Затем учителя профильных и непрофильных предметов внимательно знакомятся с результатами диагностики. Но это не означает, что склонный в соответствии с диагностикой учащийся обязательно станет успешным олимпиадником или исследователем. Следующий этап – это кропотливая работа учителя-предметника, который в течение нескольких уроков должен вовлечь учащихся в разнообразную учебную деятельность, заинтересовать предметом, стимулировать к дополнительному тяжкому интеллектуальному труду. Далее – погружение в предмет на факультативных и индивидуальных занятиях. Однако этого недостаточно. Смотивированный на длительную интеллектуальную дистанцию учащийся никогда не станет успешным в олимпиадах или научно-исследовательских конкурсах без самообразования: если не будет читать первоисточники по истории и обществоведению, монографии известных историков, знать содержание учебников, решать учебно-познавательные и проблемные задачи. На помощь учителю приходит семья, если заинтересована в развитии творческого потенциала своего ребенка. На факультативных занятиях определяются причинно-следственные связи исторических явлений, учащиеся знакомятся с деятельностью выдающихся политиков, лидеров государств, творчеством известных музыкантов, литераторов, художников. Для того чтобы победить на олимпиаде по истории любого уровня сложности, нужно очень много знать, запоминать, иметь не просто хорошую, а отличную память. Учащимся сложно представлять целостную картину исторических событий вследствие разделенности исторического образования на два предмета – всемирную историю и историю Беларуси. Чтобы решить эту задачу, нами была разработана синхроническая таблица, в которой отражены события всемирной истории и истории Беларуси. Подготовить победителя олимпиад и научных конкурсов так же сложно, как победителя в спорте. Необходима постоянная тренировка ума: тесты, задачи, анализ документов, работа с понятийным аппаратом, просмотр бесчисленного количества памятников культуры, портретов исторических деятелей и многое другое. Полезно меняться местами с учащимися. Давать им возможность почувствовать себя учителем. Мы разрабатываем собственные тестовые задания по различным разделам истории, а также используем задания олимпиад всех уровней сложности прежних лет в процессе индивидуальной и групповой работы с учащимися.

Почти все победители республиканских предметных олимпиад по истории и обществоведению, подготовленные нами не изучали историю и обществоведение на повышенном уровне. Интерес к предмету, отношение учителя к ученику как к субъекту, а не объекту образовательного процесса, большая, почти ежедневная индивидуальная работа и поддержка учащихся в их нелегком труде дают вполне ожидаемый результат. Более чем за двадцатилетнюю работу в лицее нами были подготовлены 22 победителя II (районного) этапа республиканских предметных олимпиад по истории и обществоведению, 10 победителей III (областного) этапа, 4 победителей IV (республиканского) этапа. Победителей научно-исследовательских конференций учащихся: районного уровня – 10, городского – 2, областного – 8, республиканского – 2, международного – 2.

В заключение мы делимся рекомендациями, которые помогут не только организовать работу с одаренными учащимися, но и повысить познавательный интерес к предмету у всех учащихся. «Типовой учебный план белорусской школы XXI века предоставляет ребенку довольно широкий комплект образовательных дисциплин, имеющий общекультурное значение и обеспечивающий всестороннее и гармоническое развитие» [2, с. 2].

История и обществоведение – это науки про жизнь. Строить урочную деятельность необходимо таким образом, чтобы каждый ученик становился частью исторического процесса и общественной жизни своей страны и целого мира. Необходимо стимулировать и поощрять погружение в семейные архивы, убеждать учащихся в том, что нет «маленьких людей» в истории, есть забытые лица или малоизученные судьбы, и достойными предками нужно гордиться. Не надопренебрегать внеклассной работой по предмету. Одним из самых интересных внеклассных мероприятий, организованных нами, была встреча с Н. П. Кузьмичом, брестским ювелиром, воссоздавшим копию Креста Воздвижения Е. Полоцкой. Образовательная деятельность учителя должна быть практико-ориентированной.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кодекс Республики Беларусь об образовании. – Минск : Нац. центр правовой информ. Респ. Беларусь, 2011.

2. Об организации в 2019/2020 учебном году образовательного процесса при изучении учебных предметов и проведении факультативных занятий при реализации образовательных программ общего среднего образования [Электронный ресурс] : инструкт.-метод. письмо М-ва образования Респ. Беларусь – Режим доступа : http://adu.by. – Дата доступа: 15.03.2020.

Е. Н. ЕРЕМЕНКО, Н. А. ГАБЕЛКО, Н. В. СТАРИНСКАЯ
МБОУ «Гимназия № 3 г. Белгорода» (Белгород, Россия)

ТЕХНОЛОГИЯ ГРУППОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

В качестве «соперника» традиционным формам обучения выступила групповая форма организации работы учащихся на учебном занятии. Первоосновой групповой работы является концепция Ж. Ж. Руссо, И. Песталоцци, Дж. Дюи о свободном развитии ребенка. По словам И. Песталоцци, именно умелое соединение индивидуальной и групповой деятельности способствует успешному обучению детей, а их активность и самостоятельность – повышению эффективности урока.

Групповая учебная деятельность предполагает организацию учебного процесса, участники которого сплочены общей целью, находятся в тесном сотрудничестве под умелым руководством педагога.

Технологии групповой деятельности способствуют развитию учащихся как субъекта учебной деятельности, и позволяют педагогу решить ряд важнейших задач:

– формирование у учащихся умения сотрудничать в процессе выполнения заданий группы;

– стимулирование нравственных переживаний общей деятельности, положительного эмоционального отклика на успех товарища;

– формирование у младшего школьника умения общаться;

– формирование навыков рефлексии: целеполагание, планирование, контроль, оценка.

Объединение различных форм деятельности дает возможность педагогу возместить несовершенства каждой в отдельности. В групповой учебной деятельности педагог управляет действиями членов группы через задания. Отношения между педагогом и учениками партнерские. Когда в группе возникают вопросы или ученики обращаются за помощью, тогда педагог непосредственно включается в деятельность группы.

Учебная деятельность, организованная таким образом, дает возможность восполнить природную необходимость в общении, взаимосотрудничестве, взаимопомощи. Многим учащимся легче обратиться за помощью к сверстникам, чем к преподавателю.

Можно сделать вывод, что такая учебная деятельность способствует повышению активности учащихся, позволяет воспитывать между ними гуманные отношения, дает возможность поднять уровень самостоятельности, развивать умения отстаивать свои взгляды, прислушиваться к мнению товарищей, учит культуре ведения диалога, повышает чувство ответственности за результат своего труда перед другими членами группы.

Групповая учебная деятельность способствует формированию коллективизма, моральных и гуманитарных составляющих подрастающей личности. Особое значение в становлении этих составляющих отводится особенностям организации групповой работы, распределению функций и обязанностей между членами группы, обмену мнениями, взаимотребовательности и помощи, взаимоконтролю и оценке.

В групповой деятельности ученики осваивают коммуникативные навыки, учатся находить компромисс в конфликтных ситуациях, которые появляются в процессе деятельности. В этом заключается организационная функция групповой учебной деятельности.

Формы групповой учебной деятельности: дифференцированно-групповая, индивидуально-групповая, малая группа, парная, метод проектов.

Использование групповых форм обучения должно происходить с учетом индивидуальных особенностей и возможностей детей. В одних случаях сильных детей следует прикреплять к слабым, а в других для успешной работы необходим равносильный партнер. Нужно брать во внимание и суть заданий.

Количество членов групп варьируется от 2 до 6 человек. Состав группы зависит от содержания и характера предстоящей работы. При этом не менее одной второй должны составлять ученики, которые способны успешно заниматься самостоятельной работой. Не следует объединять в одну группу учащихся, которые испытывают по отношению друг другу негатив.

Для работы в группе можно предложить следующие задачи:

– с недоопределенным условием;

– не имеющие решения;

– имеющие несколько вариантов ответов;

– с лишними данными.

Групповая форма работы достаточно эффективна на этапе проверки домашних заданий. Например, при изучении таблицы умножения учащимся в качестве домашнего задания предлагается составить карточку с выражениями на умножение и деление для своего соседа по парте (статистическая пара). На следующем уроке учащиеся будут работать в режиме взаимоконтроля. Каждый сможет побыть в роли ученика и учителя. Ребята будут выполнять карточку, которую им подготовил сосед, и проверять его работу, которую он выполнял в качестве ученика.

При работе с темами, направленными на отработку вычислительных навыков, на этапе проверки усвоения изученного материала можно группам из 5 человек предложить 25 выражений по 5 в 5 столбиках. Каждый участник группы находит значение выражений одного из столбиков. По завершении работы группам предлагаются верные ответы для самопроверки. Ребята проверяют свою работу и делают выводы об успешности ее выполнения.

Хорошо оправдывают себя задания проблемного содержания. Их ценность в том, что часть заданий предусматривает выполнение интересных, связанных с изучаемым материалом, практических заданий, которые затем учащимся всего класса показывают сами авторы.

В своей работе мы используем следующие методы:

– исследование;
– доклад;
– лабораторный метод;
– поисковый метод;
– частично-поисковый;
– метод проектов.

Рассмотренные выше методы – это лишь наиболее популярные, которые в целом могут дать представление о процессуальных характеристиках такого обучения. Естественно, что их можно комбинировать и использовать в сочетании с традиционными методами. Более того, групповая форма обучения – открытая и динамичная дидактическая система, она постоянно обогащается новыми находками учителей-практиков.

Только в сочетании с другими формами (фронтальной и индивидуальной) обучения учащихся на уроке групповая форма организации работы приносит ожидаемые положительные результаты.

Ю. П. ЗОЛОТУХИН, А. С. АРБУЗОВ
ГрГУ имени Я. Купалы (Гродно, Беларусь)

ОДИН СПОСОБ ВВЕДЕНИЯ ПОНЯТИЯ «ГРАФИК ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ»

В централизованном тестировании по математике в последние годы регулярно используются задачи на графики равномерного прямолинейного движения. В то же время в школьных учебниках математики эта тема не отражена в достаточной мере.

Серьезное внимание при обучении решению задач рассматриваемого типа следует уделить понятию *«график движения материальной точки»* (наш опыт показывает, что подавляющее большинство абитуриентов ошибочно отождествляют его с траекторией движения точки). Приведем возможную схему введения этого понятия, применявшуюся авторами при подготовке учащихся к централизованному тестированию по математике.

Прежде всего, приходится затратить немного времени на введение понятия «*именованная система координат*», несколько отличающееся от привычной числовой системы координат на плоскости. Например, в *системе координат* «*время – расстояние*» координатами точки являются не числа, а именованные числа соответствующих величин – их численные значения, взятые с указанием единиц измерения. Поэтому, строго говоря, приходится также уточнять понятие уравнения фигуры, в частности прямой, в плоскости, снабженной такой системой координат.

Следует иметь в виду, что, поскольку при этом длины единичных отрезков на осях координат, как правило, разные (в отличие от традиционно применяемой декартовой системы координат на плоскости), возникают непривычные эффекты. Например, угловой коэффициент прямой на *«именованной координатной плоскости»* в общем случае не равен тангенсу ее угла наклона к положительному направлению оси абсцисс. Более того, угловые коэффициенты являются не числами, а именованными числами соответствующих величин. Если, например, в уравнении $s = kt + b$ размерность расстояния s – [*км*], времени t – [*ч*], размерность свободного члена b – [*км*], то размерность углового коэффициента k – [*км/ч*]. Естественно, при переходе от одних единиц измерения системообразующих величин к другим угловые коэффициенты, вообще говоря, изменяют свои численные значения.

Центральное понятие темы определяем следующим образом. С течением времени движущаяся по прямой Os материальная точка изменяет свое положение на ней и описывает некоторую линию, называемую ее *траекторией* (длину траектории часто называют пройденным точкой *путем* или *расстоянием*). Одновременно в плоскости Ots вычерчивается другая линия – *график движения материальной точки*, представляющая собой *график зависимости ее координаты* s *на оси* Os *от момента времени* t. Чаще всего предполагают, что $t \in [0;+\infty)$ и $s \in R$ или что $t \in [0;+\infty)$ и $s \in [0;+\infty)$.

Понятно, что материальная точка не движется непосредственно по этому графику. Ее траектория совпадает с проекцией графика движения на ось Os, если движение происходит в одном направлении. Очевидно,

$|s_2 - s_1|$ – модуль разности ординат $s_2 = s(t_2)$ и $s_1 = s(t_1)$ этой точки в моменты времени t_2 и t_1 соответственно – равен пройденному ею за время $t_2 - t_1$ расстоянию только в том случае, если материальная точка не изменяла направления движения в течение промежутка времени $[t_1; t_2]$. При этом проекция графика движения на ось Ot есть отрезок времени, в течение которого движение совершается.

Введенное понятие иллюстрируется следующим примером.

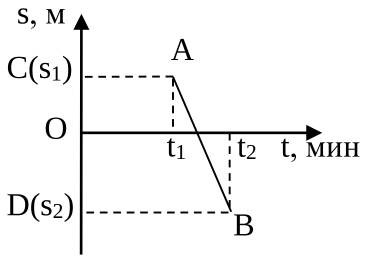


Рисунок 2

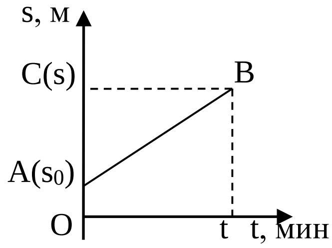


Рисунок 1

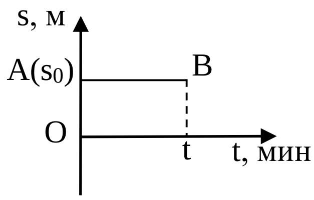


Рисунок 3

Пример. На рисунке 1 изображен график движения (отрезок AB) материальной точки, перемещающейся по оси Os в положительном направлении. Движение начинается в момент времени $t = 0$ *мин* в точке A с координатой $s = s_0$ *м* оси Os, а заканчивается в момент времени t *мин* в точке C с координатой s *м* этой же оси. Траектория движения материальной точки – отрезок AC, а пройденный ею путь – $(s - s_0)$ *м*.

На рисунке 1Рисунок **2** изображен график движения (отрезок AB) некоторой материальной точки по оси Os в отрицательном направлении. Движение начинается в момент времени $t = t_1$ *мин* в точке C с координатой $s = s_1$ *м* оси Os, а заканчивается в момент времени $t = t_2$ *мин* в точке D с координатой $s = s_2$ *м* этой же оси. Траектория движения материальной точки – отрезок CD, а пройденный ею путь – $|s_2 - s_1| = s_1 - s_2$ (*м*).

На рисунке 3Рисунок **3** изображен график движения (отрезок AB) материальной точки, находящейся в точке A с координатой $s = s_0$ *м* оси Os в состоянии покоя с момента времени $t = 0$ *мин* до момента времени t *мин*. На самом деле никакого движения не происходит.

Далее абитуриентам предлагается выполнить самостоятельно упражнение.

Упражнение. На рисунках 4–6 изображены графики движения (отрезок AB) материальных точек в системе координат «*время – расстояние*» Ots (t – в часах, s – в километрах). Ответьте на вопросы: в каком направлении движутся материальные точки, в какие моменты времени и в каких точках оси Os начинается движение, в какие моменты времени и в каких точках оси Os заканчивается движение, что представляют собой траектории движения и чему равны пройденные пути?

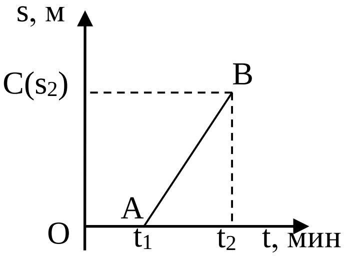


Рисунок 4

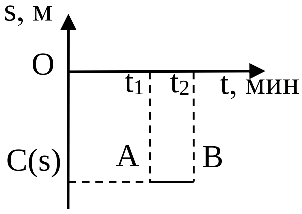


Рисунок 6

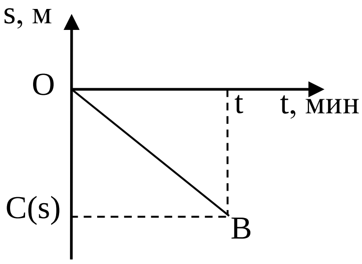


Рисунок 5

Ответы: в направлении, совпадающем с направлением оси Os, начинается – в момент времени t_1 *мин* в точке O $(0\ м)$ оси Os, заканчивается – в момент времени t_2 *мин* в точке $C\,(s_2\ м)$ оси OS, траектория – отрезок OC, пройденный путь – s_2 *м* (Рисунок 4);

в направлении, противоположном направлению оси Os, начинается – в момент времени *0 мин* в точке O $(0\ м)$ оси Os, заканчивается – в момент времени t *мин* в точке $C\,(s\ \ м)$ оси Os, траектория – отрезок OC, пройденный путь – $|s| = -s$ *м* (Рисунок 6);

находится в состоянии покоя с момента времени t_1 *мин* до момента времени t_2 *мин* в точке $C\,(s\ \ м)$ оси Os, траектория – точка C, пройденный путь – *0 м* (Рисунок 5).

На этом этап введения понятия графика движения материальной точки заканчивается. В продолжение темы рассматриваются следующие основные вопросы: формула и график равномерного прямолинейного движения, сравнение скоростей движения, нахождение момента времени и координаты точки встречи двух движущихся материальных точек, график кусочно-равномерного движения материальной точки.

Ю. П. ЗОЛОТУХИН
ГрГУ имени Я. Купалы (Гродно, Беларусь)

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧЕБНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО ТЕМЕ «ПРОГРЕССИИ»

Тема «Прогрессии» занимает особое место в школьном курсе математики. Она завершает его числовую линию, переводя изучение чисел в изучение наборов чисел. С другой стороны, ее можно считать введением в математический анализ, одним из фундаментальных объектов которого является числовая последовательность.

Числовые последовательности имеют обширные практические применения и серьезное научное содержание. Тем не менее, в соответствии с действующей программой, изучение последовательностей, в частности арифметической и геометрической прогрессий, крайне ограничено по времени. Одним из способов углубления знаний и умений по этой теме может стать организация учебных исследований. Исследовательская деятельность на уроках математики – эффективное средство повышения учебной мотивации одаренных учащихся, их творческого личностного развития, формирования их мировоззрения и компетенций.

В данной статье предлагаются три учебно-исследовательские задачи для старшеклассников, результаты которых, могут быть востребованы при прохождении экзаменационных испытаний по математики.

Задача 1 (*арифметическая прогрессия*). Докажите утверждения:

1. Числовая последовательность является *арифметической прогрессией* тогда и только тогда, когда ее n-й член a_n можно представить в виде

$$a_n = An + B,$$

где A, B – константы, $n \in \boldsymbol{N}$ (т. е. a_n является *линейной функцией от* n, в частности *постоянной функцией*, если A = 0).

При этом число A – *разность прогрессии*. Если A = 0, получаем формулу n-го члена *стационарной последовательности* (a_n = B).

2) Последовательность является *арифметической прогрессией* тогда и только тогда, когда сумму S_n ее n первых членов можно представить в виде

$$S_n = En^2 + Fn,$$

где E, F– константы, $n \in \boldsymbol{N}$ (т. е. S_n является *квадратичной функцией от* n указанного вида, в частности, *прямой пропорциональностью*, если E = 0).

При этом число 2E – *разность прогрессии*. Если E = 0, получаем формулу суммы n первых членов *стационарной последовательности* F, F, … (S_n = Fn).

Комментарий 1. Доказательство утверждения 2, как и утверждения 2 следующей задачи, основывается на использовании очевидной формулы $u_n = S_n - S_{n-1}$, где $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ – сумма n первых членов любой числовой последовательности (u_n). Применяя ее, следует считать, что $n \geq 2$. Использовать ее для нахождения u_1, вообще говоря, нельзя (т. к. символ S_o не имеет смысла). Впрочем, если формально предположить, что S_o= 0, то член u_1 также может быть получен по этой формуле.

Комментарий 2. Результаты задачи 1 могут служить для распознавания арифметической прогрессии. Например, последовательность с n-м членом $a_n = \frac{3-4n}{2}$, где $n \in \boldsymbol{N}$, является арифметической прогрессией с разностью d = – 2, а последовательность с n-м членом $a_n = -5$, где $n \in \boldsymbol{N}$ – стационарная (– 5, – 5, …).

Последовательность с суммой n первых членов $S_n = 0{,}5n^2 - 73n$, где $n \in \boldsymbol{N}$, является арифметической прогрессией с разностью d = 1, а последовательность, для которой $S_n = -5n$, где $n \in \boldsymbol{N}$, является стационарной (– 5, – 5, …).

Задача 2 (*геометрическая прогрессия*). Докажите утверждения:

1. Числовая последовательность является *геометрической прогрессией* тогда и только тогда, когда ее n-й член $в_n$ можно представить в виде

$$в_n = C \cdot D^n,$$

где C, D – константы, причем $C, D \neq 0$, $n \in \boldsymbol{N}$.

При этом число D – *знаменатель прогрессии*. Если D = 1, получаем формулу n-го члена *стационарной последовательности* ($в_n = C$).

2. *Нестационарная последовательность* тогда и только тогда является *геометрической прогрессией*, когда сумму S_n ее n первых членов можно представить в виде

$$S_n = P - P \cdot Q^n,$$

где P, Q – не равные нулю константы, $Q \neq 1$.

При этом число Q – *знаменатель прогрессии*.

Комментарий 3. Функция $в_n = C \cdot D^n$ является показательной при условии, что $D > 0$ и $D \neq 1$. В данном случае число D может быть также отрицательным или равным единице числом (с учетом того, что $n \in \boldsymbol{N}$). Соответственно, число Q в формуле $S_n = P - P \cdot Q^n$ также может быть отрицательным.

Комментарий 4. Результаты задачи 2 могут служить для распознавания геометрической прогрессии. Например, последовательность с n-м членом $в_n = 5(-1)^n 2^{3n+1}$ (по-другому, $в_n = 10\,(-8)^n$), где $n \in \boldsymbol{N}$, является геометрической прогрессией со знаменателем $q = -8$.

Соответственно, последовательность с суммой n первых членов $S_n = 1 - 6^{2n}$, где $n \in \boldsymbol{N}$, является геометрической прогрессией со знаменателем $q = 36$.

Комментарий 5. Последовательность с n-м членом $u_n = A_n + B + C \cdot D^n$, где A, B, C, D – константы, $n \in \boldsymbol{N}$, , причем $C, D \neq 0$, называют суммой арифметической прогрессии с n-м членом $u_n' = An + B$ и геометрической прогрессии с n-м членом $u_n'' = C \cdot D^n$.

Например, последовательность с n-м членом $u_n = -5n + 11 + 3 \cdot 7^{n-0{,}5}$, где $n \in \boldsymbol{N}$, является суммой арифметической прогрессии (u_n') с первым членом $u_1' = 6$ и разностью $d = -5$ и геометрической прогрессии (u_n'') с первым членом $u_1'' = 3\sqrt{7}$ и знаменателем $q = 7$.

Задача 3 (*арифметико-геометрическая прогрессия*). *Арифметико-геометрическая прогрессия* задается следующим рекуррентным соотношением:

$$c_1 = a_1,\ c_{n+1} = qc_n + d, \qquad (1)$$

где $q \neq 1$ и $d \neq 0$ – постоянные, называемые соответственно *знаменателем* и *разностью прогрессии* ([1; 2]).

Докажите утверждения:

1) $c_n = q^{n-1}\left(c_1 - \frac{d}{1-q}\right) + \frac{d}{1-q}$ (*формула n-го члена арифметико-геометрической прогрессии*).

2) $S_n = \frac{dn}{1-q} + \frac{c_1(q-1)+d}{(q-1)^2}(q^n - 1)$ (*формула суммы n первых членов арифметико-геометрической прогрессии*).

Комментарий 6. Название «арифметико-геометрическая прогрессия» объясняется тем, что по формулам (1) при $q = 1$ получается арифметическая прогрессия ($c_1 = a_1$, $c_{n+1} = c_n + d$), а при $d = 0$ – геометрическая прогрессия ($c_1 = a_1$, $c_{n+1} = qc_n$).

Комментарий 7. Доказательство утверждений задачи 3 и некоторых других свойств арифметико-геометрических прогрессий можно найти в статьях [1] и [2]. В статье [1] приведены также геометрические их приложения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Суконник, Я. Н. Арифметико-геометрическая прогрессия / Я. Н. Суконник // Квант. – 1975. – № 1. – С. 36–39.

2. Налегач, Д. И. Некоторые свойства арифметико-геометрической прогрессии / Д. И. Налегач, С. А. Конакпаева // Юный ученый. – 2018. – № 2. – С. 79–84.

Ю. П. ЗОЛОТУХИН
ГрГУ имени Я. Купалы (Гродно, Беларусь)

ЗАМЕЧАНИЕ О ПОСТОЯННЫХ(?) УРАВНЕНИЯХ И НЕРАВЕНСТВАХ

В задании А15 варианта 1 централизованного тестирования 2018 абитуриентам было предложено уравнение $5x + 2 = \frac{15x+6}{3}$, которое равносильно равенству $0 = 0$. Другой пример: решая методом промежутков неравенство $|x-1| + |x-2| > 1$ на отрезке $[1; 2]$, получаем неравенство $1 > 1$. Наш опыт показывает, что «исчезновение икса» из уравнений или неравенств застает врасплох многих школьников. Чтобы предупредить затруднения такого рода, достаточно уделить равенствам и неравенствам, не содержащим переменных, чуть больше внимания на уроках математики, чем это принято. Прежде всего, возникает вопрос, насколько допустимо относить их к уравнениям и неравенствам с переменными соответственно. С одной стороны, в школьном курсе математики уравнениями называются равенства, содержащие переменную (букву). Различаются также, по существу, и терминологически числовые неравенства, и неравенства с переменными. С другой стороны, в любое числовое равенство или неравенство можно ввести переменную (переменные) совершенно естественным способом, например прибавив $0{\cdot}x$ к любой из его частей. Поскольку содержательных изменений при этом не происходит, здравый смысл подсказывает, что числовые равенства и числовые неравенства можно считать уравнениями и неравенствами специального вида.

Назовем *простейшим уравнением* (*неравенством*) уравнение вида f(x) = c (неравенство вида f(x) $\vee$ c), где y = f(x) – функция из числа основных функций, изучаемых в школе, c – действительное число. Здесь: $\vee$ – обобщенный символ сравнения (в зависимости от контекста представляется символами $>$, $\geq$, $<$ или $\leq$).

Данное описание не является математическим определением в силу того, что объем понятия «функция из числа основных функций, изучаемых в школе» не определен однозначно. Тем не менее оно успешно используется в школьной практике. Примеры: sin x = c – *простейшее тригонометрическое уравнение*, $\log_a x > c$ – *простейшее логарифмическое неравенство*. Рассуждая в выбранном направлении и взяв *постоянную функцию* y = a, где a = const, получим простейшие уравнение и неравенство – a = c и a $\vee$ c соответственно, которые логично назвать *постоянными*. Заметим, что термины «*постоянное уравнение*» и «*постоянное неравенство*» не только не применяются в преподавании математики, но и кажутся на первый взгляд странными. Однако следует признать, что логика их введения совершенно естественная, а применение на практике удобно. Постоянные уравнения и неравенства – суть числовые равенства и неравенства, трактуемые как уравнения и неравенства с переменными.

«Теория» решения постоянных уравнений и неравенств с одной переменной совершенно проста. *Если они представляют собой верные числовые уравнения или неравенства, то, очевидно, множества их решений одинаковы – множество действительных чисел **R**. В противном случае они не имеют решений*. Например, постоянному уравнению 0 = 0 удовлетворяет любое действительное число, а постоянное неравенство$1 > 1$ решений не имеет.

В качестве полезных упражнений можно предложить учащимся составить равносильные переходы для решения следующих уравнений и неравенств, в известном смысле близких к постоянным:

1) $0\cdot f = 0$, $0\cdot f \vee 0$;

2) $\frac{f}{f} = 1$, $\frac{|f|}{f} = 1$ $(\frac{f}{|f|} = 1)$, $\frac{|f|}{f} = -1$ $(\frac{f}{|f|} = -1)$;

3) $\frac{f}{f} \vee 1$, $\frac{|f|}{f} \vee 1$ $(\frac{f}{|f|} \vee 1)$, $\frac{|f|}{f} \vee (-1)$ $(\frac{f}{|f|} \vee -1)$.

Здесь через f обозначено выражение с переменной x.

Н. А. КАЛЛАУР, А. С. БЫКОВА
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

РАЗВИТИЕ ОДАРЕННОСТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Не существует сколько-нибудь достоверных тестов на одаренность, кроме тех, которые проявляются в результате активного участия хотя бы в самой маленькой поисковой исследовательской работе.
А. Н. Колмогоров

Одаренность – это системное, развивающееся в течение жизни качество психики, которое определяет возможность достижения человеком более высоких (необычных, незаурядных) результатов в одном или нескольких видах деятельности по сравнению с другими людьми.

Одаренный ребенок – это ребенок, который выделяется яркими, очевидными, иногда выдающимися достижениями (или имеет внутренние предпосылки таких достижений) в этом или ином виде деятельности.

Выделяют следующие категории одаренных детей:

– дети с необыкновенно высокими общими интеллектуальными способностями;

– дети с признаками специальной умственной одаренности в определенной области наук и конкретными академическими способностями;

– дети с высокими творческими (художественными) способностями;

– дети с высокими лидерскими (руководящими) способностями;

– учащиеся, не достигающие по каким-либо причинам успехов в учении, но обладающие яркой познавательной активностью, оригинальностью мышления.

После выявления способных учеников школа должна научить их думать, предпринимать все возможное для развития их способностей. Первым помощником в этом деле является интерес учащихся к предмету. Не стоит заниматься наставлениями, следует помогать детям действовать независимо, без прямых и четких инструкций относительно того, чем они должны заниматься. Также не стоит сдерживать инициативы учащихся и постараться давать им больше свободы при выполнении заданий, которые они могут выполнить самостоятельно. Важен сам процесс разрешения детьми проблемной ситуации.

К. Роджерс утверждал: «Нельзя кого-либо изменить, передавая ему готовый опыт. Можно лишь создать атмосферу, способствующую развитию человека».

Система работы с одаренными детьми включает в себя следующие компоненты:

– развитие творческих способностей на уроках;

– развитие способностей во внеурочной деятельности (олимпиады, конкурсы, исследовательская работа);

– создание условий для всестороннего развития одаренных детей;

– формирование умений самостоятельной работы и управления познавательным процессом;

– использование на уроках и во внеучебных мероприятиях межпредметных связей.

При работе с одаренными детьми необходимо использовать систематический подход с различными видами приемов: использование дидактических игр и логических заданий на уроках математики, проведение математических соревнований, подготовка и проведение олимпиад. Большее внимание уделить исследовательским работам, работам на кружках и факультативах.

Лучший способ запомнить информацию – кому-нибудь ее пересказать, объяснить. Поэтому поощрение выступлений, докладов на уроках и внеклассных занятиях в рамках совместной деятельности учеников не только помогает ребенку запомнить информацию, но и формирует в нем ораторские навыки, способствует созданию благоприятной обстановки в классе.

В целях поддержки интереса к предмету и развития природных задатков учащихся необходимо использовать творческие задания, занимательные материалы и задачи.

Очень эффективно использование развивающих задач, которые можно предлагать учащимся в качестве разминки в начале урока.

Например:

1. Можно ли число 1888 разделить пополам так, чтобы в каждой половине было по тысяче?

2. Как с помощью 7-литрового ведра и 3-литровой банки налить в кастрюлю ровно 5 литров воды?

3. Из трех одинаковых по виду колец одно несколько легче других. Как найти его одним взвешиванием на чашечных весах?

В заключение хочется добавить, что мышление – это навык, который можно развивать. Каждый ученик, вне зависимости от его одаренности, должен понять, как лучше учиться и как мыслить самостоятельно и творчески. Научить приобретать знания – одна из главных задач школы. Наше поколение переходит из эры информации в эру концепций. Область человеческих знаний расширяется и развивается так стремительно, что работники сферы образования должны передавать детям навыки, которые помогут им шагать в ногу со временем.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анастази, А. Психологическое тестирование / А. Анастази. – М. : Педагогика, 1982. – 320 с.

2. Гильбух, Ю. З. Внимание: одаренные дети / Ю. З. Гильбух. – М. : Знание, 1991. – 71 с.

3. Беляева, Н. А. Одаренные дети в обычной школе / Н. А. Беляева, А. И. Савенков // Нар. образование. – 1999. – № 9.

4. Шумакова, Н. Б. Обучение и развитие одаренных детей / Н. Б. Шумакова. – М. : Изд-во Моск. психол.-соц. ин-та, 2004. – 334 с.

5. Интервью директора школы Caterham Ким Уэллс [Электронный ресурс] // Официальный сайт школы Caterham. – Режим доступа: https://www.caterhamschool.co.uk/about/. – Дата доступа: 21.02.2020.

Н. А. КАЛЛАУР, И. О. МАКСИМОВИЧ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

РАБОТА УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ ВО ВНЕКЛАССНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Основная задача обучения математике состоит не в изучении основ математической науки, а в том, чтобы сформировать в процессе изучения математики качества мышления, необходимые для жизни человека в современном обществе, так как мы учимся «не для школы, а для жизни».

Диагностика математических способностей наиболее актуальна сегодня при изучении одаренности детей. Во-первых, математика, одна из древнейших наук, является неотъемлемой частью человеческой культуры, а овладение ее основами или элементами – задача каждого человека. Вторая причина состоит в том, что для овладения математическим материалом и успешного решения математических задач требуется высокий уровень развития абстрактного мышления.

Одаренный ребенок – это, прежде всего, ребенок с выдающимися достижениями в той или иной деятельности. Аккуратный, настойчивый в поиске ответов, часто задающий глубокие вопросы, склонный к размышлениям, обладает хорошей памятью. Учитель, который выявляет таких детей, должен научить их думать и делать все возможное для развития своих навыков.

Давайте рассмотрим систему работы учителя математики с одаренными учащимися. Она охватывает развитие творческих способностей сначала на уроках математики, затем во внеклассной деятельности.

Как гласит старинная латинская пословица, повторение – мать учения. И это верно! Без систематического повторения очень сложно добиться прочных знаний. Поэтому работа с одаренными учащимися должна быть ежедневной. На каждом уроке учитель должен уделять особое внимание таким детям, но не выделять их из числа остальных учащихся. Учителю следуют предлагать учащимся задачки «с изюминкой», которые зачастую одаренные дети и сами находят. Также следует проводить так называемые игровые моменты, в ходе которых у учащихся вырабатываются такие качества, как внимание, вера в собственные силы, умение использовать полученные знания в новой ситуации.

Во время уроков учитель должен выявить талантливых учеников и привлечь их к участию во внеклассной работе. Во внеклассных мероприятиях необходимо применять такие методы и приемы, как мозговой штурм, консультации старших учеников, подсказка с последующим самостоятельным решением (которую неплохо применять и на обычных уроках), эвристические беседы, самостоятельная работа учащихся и метод проектов.

Основным видом внеклассной деятельности по математике в школе являются математические кружки. Они вызывают интерес учащихся к предмету, способствуют расширению математического кругозора, творческих способностей учащихся, привитию навыков самостоятельной работы, повышают качество общей математической подготовки учащихся. Одна из главных целей кружка – познакомить учащихся с общими подходами к решению разнообразных задач. Большую роль играют методы графов, полного перебора, математической индукции и др.

Не менее важным видом внеклассной деятельности, которая помогает развить у учащегося способности к саморазвитию, самообразованию, умение вступать в общение, владеть информационными технологиями, работать со всеми видами информации, уметь работать и создавать свой продукт, является исследовательская деятельность. Ее основы закладываются на уроках. Самостоятельно и активно разбираться в новом материале учащиеся смогут, если у них возник интерес к исследованию. При выполнении исследовательского задания учащийся должен осуществить следующие действия: ознакомление с содержанием задания и постановкой цели деятельности; прогнозирование направлений выполнения задания и выбор методов исследования; проведение исследования и оценка полученных результатов в соответствии с поставленными целями.

Таким образом, можно сделать вывод, что развивать потенциал и способности учащихся можно и нужно. Для этого необходимо четко выделять индивидуальность каждого учащегося, создавать условия для развития и максимальной реализации его склонностей и способностей. Необходимо создать новые разноуровневые программы, учебно-методическое обеспечение, направленное на организацию дифференцированного подхода к обучению как на уроках, так и во внеклассной деятельности. Следует активно и заинтересованно вести внеклассную работу. Творчеству можно и нужно учить. И чем раньше начнется эта работа, тем выше будут ее результаты.

А самое главное – это вера учителя в своего ученика. Если учитель верит в ученика, видит в нем одаренность, то первые открытия и первые победы не заставят себя долго ждать.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Областной институт повышения квалификации педагогических работников [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://edu-eao.ru/issledovatelskaya-deyatelnost-obuchayushhihsya-na-zanyatiyah-po-himii-2/. – Дата доступа: 19.03.2020.

2. Мультиурок [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://multiurok.ru/files/rabota-s-matematicheski-odarennymi-detmi-v-osnovno.html. – Дата доступа: 19.03.2020.

3. Информационный психологический ресурс [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://forpsy.ru/works/matematicheskaya-odarennost-i-intellektualnaya-odarennost/. – Дата доступа: 19.03.2020.

О. Н. КАРНЕВИЧ
БГПУ имени М. Танка (Минск, Беларусь)

ОДНО ИЗ НАПРАВЛЕНИЙ РЕАЛИЗАЦИИ КОНТЕКСТНОГО ПОДХОДА К ОБУЧЕНИЮ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ

В статье [1] очерчена значимость контекста для правильного восприятия и интерпретации информации, выявления свойств геометрических объектов и отношений между ними. Так, для выявления взаимного расположения двух прямых в пространстве достаточно найти связывающую их конструкцию, позволяющую сделать вывод о возможности применения признаков параллельных или скрещивающихся прямых в пространстве или найти плоскость, в которой лежат обе прямые, и воспользоваться признаками параллельных прямых на плоскости.

Также в работе [1] описано влияние конструктивного контекста на нахождение различных способов решения задач. Для достижения этой цели важным является формирование умения «видеть» рассматриваемый геометрический объект как элемент различных геометрических конструкций. *Чем больше различных контекстов для рассматриваемого объекта знает ученик, тем ему проще выявлять свойства этого объекта.* А если учащийся способен сам создавать различные контексты, то шансы на успешное решение содержательных задач, нахождение различных способов решения, в том числе наиболее рациональных, становятся еще выше.

Рассмотрим следующую конкурсную задачу, вызывающую необходимость выяснения, в каком контексте используется понятие «тетраэдр».

Задача. В тетраэдре $SMNP$ $MP = SP = SN = 5\sqrt{3}$; $SM = NP = 4\sqrt{3}$; $MN = 3\sqrt{3}$. Найти объем тетраэдра.

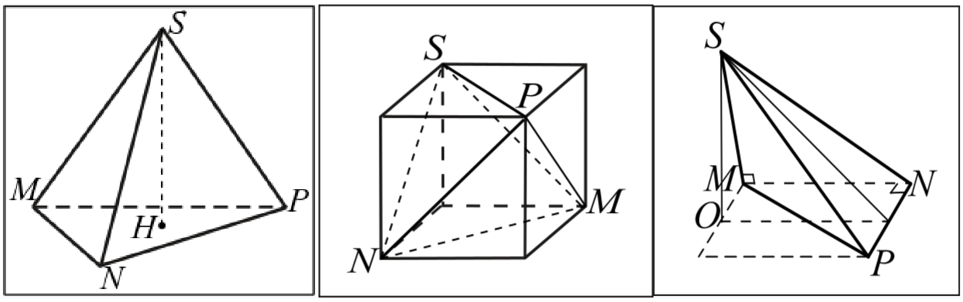
В этой задаче понятие тетраэдра используется для обозначения произвольной треугольной пирамиды, не все ребра которой равны между собой [2] (есть и другая трактовка этого понятия: «треугольная пирамида называется тетраэдром, если все ее грани – равные правильные треугольники» [3, с. 13]). Понимание учениками того факта, что в различных условиях понятие может толковаться по-разному, позволяет избежать трудностей при решении задач.

С другой стороны, отыскание различных контекстов для рассмотрения тетраэдра приводит к нахождению нескольких способов решения задач.

1. Эту пирамиду можно рассмотреть в контексте геометрической конструкции, состоящей из данной пирамиды и ее высоты (найти длину высоты затруднительно) (рисунок 1, а).

2. Можно заметить, что у данной пирамиды есть две пары равных противолежащих ребер, значит, ее можно рассмотреть в контексте прямого параллелепипеда и найти ее объем как треть объема рассматриваемого параллелепипеда (рисунок 1, б).

3. Можно обратить внимание на то, что треугольники SMN и PMN – прямоугольные с прямыми углами при вершинах M и N соответственно; рассмотреть данную пирамиду в контексте двугранного угла $SMNP$, уточнить положение основания высоты пирамиды, проведенной из вершины S, и вычислить длину этой высоты, необходимую для вычисления объема, рассмотрев ее в контексте треугольника SOM (рисунок 1, в).



а) б) в)

Рисунок 1

Третий способ, на наш взгляд, является наиболее рациональным. Для того чтобы учащиеся могли успешно находить различные способы решения задач и выбирать из них наиболее рациональные, важно сформировать у них *умение рассматривать один и тот же элемент в контексте различных геометрических конструкций*. Для формирования этого умения можно использовать задания следующего типа:

Задание. Точка O – середина диагонали B_1D куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Назовите различные геометрические фигуры, в контексте которых можно рассмотреть отрезок B_1O.

Возможные ответы учащихся:

1) ΔB_1DB, ΔB_1A_1D, ΔB_1CD, ΔB_1AD, ...; отрезок B_1O равен половине их гипотенузы;

2) равнобедренные ΔA_1OB_1, ΔAOD, ΔB_1OC_1, ...; отрезок B_1O – их сторона;

3) прямоугольники AB_1C_1D, ABC_1D_1, …; отрезок B_1O равен половине их диагонали.

4) призмы $ABDA_1B_1D_1$, $BCDB_1C_1D_1$…; пирамиды B_1BCD, …, B_1D_1AC, …; отрезок B_1O равен радиусу описанной около них сферы;

5) пирамида B_1D_1AC; отрезок B_1O равен $\frac{3}{4}$ ее высоты, проведенной из вершины B_1;

6) пирамида $BB_1A_1C_1$; отрезок B_1O равен $\frac{3}{2}$ ее высоты, проведенной из вершины B_1.

Дополнительным эффектом от тренировки по выявлению различных контекстов отрезка B_1O является нахождение интересных контекстов для рассмотренных призм и пирамид.

Таким образом, *одним из направлений реализации контекстного подхода к обучению решению задач по стереометрии является формирование умения рассматривать один и тот же элемент в контексте различных геометрических конструкций*.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карневич, О. Н. Типология учебных контекстов при обучении геометрии / О. Н. Карневич // Матэматыка. – 2018. – № 6. – С. 3–14.

2. Казаков, В. В. Геометрия : учеб. пособие для 7-го кл. учреждений общего сред. образования с рус. яз. обучения / В. В. Казаков. – Минск : Нар. асвета, 2017. – 178 с.

3. Шлыков, В. В. Геометрия : учеб. пособие для 10-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / В. В. Шлыков. – Изд. 3-е, пересмотр. и испр. – Минск : Нар. асвета, 2013. – 160 с.

Е. А. КАРПУК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ 8–9 КЛАССОВ РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ «НА ИГРОВЫЕ СТРАТЕГИИ»

Предмет математики настолько серьезен, что нужно
не упускать случая делать его немного занимательным.
Б. Паскаль

Спросите у знакомого шахматиста, кто выигрывает в шахматах – белые или черные. «Что за глупый вопрос, – ответит он вам, – смотря кто играет за белых и за черных и как сложится игра». Ну а если оба играют наилучшим образом, что тогда? Оказывается, что поставленный таким образом вопрос имеет вполне точный смысл. Правда, ответ на него неизвестен. Но можно доказать, что имеет место ровно одна из трех возможностей:

– у белых есть способ, позволяющий им гарантированно выиграть, как бы ни играли черные;

– у черных есть способ, позволяющий им гарантированно выиграть, как бы ни играли белые;

– у белых есть способ, позволяющий им гарантированно не проиграть (выиграть или свести игру вничью), и одновременно у черных есть способ, позволяющий им гарантированно не проиграть [1].

Для доказательства данного утверждения даже не требуется быть шахматистом. Главное, имея полную информацию об игре, суметь выбрать правильную стратегию.

Задачи на игровые стратегии развивают логическое мышление учащихся и повышают их интерес к изучению математики.

Предложенные ниже задачи рассчитаны на три занятия со способными учащимися. Формы проведения занятий могут быть следующими: факультатив, стимулирующее занятие, кружок. Подобранные задачи расположены в порядке увеличения уровня сложности. На каждом из трех занятий предлагается рассмотреть по три задачи (по порядку, в котором они представлены в статье).

На первом занятии рассматриваются наиболее простые задачи для стимулирования у учащихся интереса к предмету.

Задания третьего занятия заимствованы из комплекта задач третьего и четвертого этапов белорусской математической олимпиады школьников. Это занятие нацелено в первую очередь на подготовку учащихся к олимпиадам этих уровней, а также будет полезным для учащихся, которые проявляют интерес к данному типу логических задач.

На занятиях используется частично-поисковый метод обучения, групповая и индивидуальная формы работы с обучающимися, а также самостоятельная работа.

Система задач:

Задача 1. Двое играют в следующую игру. Имеется три кучки камней: в первой – 10, во второй – 15, в третьей – 20. За ход разрешается разбить любую кучку на две меньшие; проигрывает тот, кто не сможет сделать ход [2].

Задача 2. В строчку написаны 10 единиц. Леша и Витя по очереди ставят между какими-нибудь соседними числами знаки: «+» или «–». Когда между всеми соседними числами поставлен какой-нибудь знак, вычисляется результат. Если полученное число четное, то выигрывает Леша, а если не четное, то Витя. Кто выиграет в этой игре? [2]

Задача 3. Есть две кучки камне, в одной из которых 15 камней, а в другой – 20. Двое играют в следующую игру: ходят по очереди, за один ход можно взять любое количество камней, но только из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре? [3]

Задача 4. В одном ящике лежат 15 синих шаров, в другом – 12 белых. Одним ходом каждому разрешается взять 3 синих шара или 2 белых. Выигрывает тот, кто берет последние шары [2].

Задача 5. На доске написаны числа 25 и 35. За ход разрешается дописать еще одно натуральное число – разность любых двух имеющихся на доске чисел, если она еще не встречалась. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход [2].

Задача 6. Есть клетчатый прямоугольник 3×10 клеток. Двое играют в следующую игру: ходят по очереди, за один ход можно закрасить квадрат 1×1, 2×2 или 3×3 клетки. Красить уже закрашенные клетки нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре? [3]

Задача 7. Играют двое. Первый пишет на доске ненулевую цифру. Второй приписывает справа к ней некоторую цифру. Затем первый приписывает слева к получившемуся числу некоторую цифру. Первый стремиться к тому, чтобы получившееся на доске трехзначное число делилось на 11, а второй хочет ему помешать. Кто выиграет при правильной игре? [4]

Задача 8. На стене в ряд висят *n* лампочек, в начале они все выключены. Возле каждой лампочки есть переключатель, при нажатии на который переключаются эта лампочка и все, расположенные правее ее. Маша и Сережа играют в игре: они по очереди выбирают переключатель и нажимают на него; проигрывает тот, после хода которого состояние лампочек повторится, т. е. станет таким, каким оно когда-либо было до этого (включая и начальное состояние лампочек). Кто выиграет при правильной игре, если первой начинает Маша? [5]

Задача 9. На слоте в ряд расположены 100 шаров, пять из которых зеленые, а остальные синие. Петя и Вася играют в следующую игру. Каждый из них по очереди берет себе один из крайних шаров. Игра заканчивается, когда на столе не останется зеленых шаров, и выигрывает тот из мальчиков, у кого зеленых шаров окажется больше. Первым начинает ходить Петя. Докажите, что Петя может обеспечить себе выигрыш при любом исходном расположении шаров [6].

С помощью представленной системы задач можно ознакомить учащихся с темой «Игры и стратегии», рассмотреть основные типы и подходы к решению олимпиадных заданий различных уровней по обозначенной тематике.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шень, А. Игры и стратегии с точки зрения математики / А. Шень. – М. : МЦНМО, 2008. – 40 с.

2. Горбачев, Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике / Н. В. Горбачев. – М. : МЦНМО, 2004. – 560 с.

3. Агаханов, Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6–11 классы / Н. Х. Агаханов, О. К. Подлипский. – М. : Просвещение, 2010. – 192 с.

4. Дуванова, В. С. Методы решения олимпиадных задач по математике в 8–9 классах : учеб.-метод. пособие / В. С. Дуванова, С. В. Селивоник ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2014. – 168 с.

5. Задачи III этапа 67-й Белорусской математической олимпиады школьников (первый день) / Е. А. Барабанов [и др.] // Матэматыка. – 2017. – № 1. – С. 54–64.

6. Задачи III этапа 64-й Белорусской математической олимпиады школьников (второй день) / Е. А. Барабанов [и др.] // Матэматыка. – 2014. – № 3. – С. 41–54.

С. Н. КАСПАРОВА, В. П. МАНИНА, А. А. СОЗОНЕНКО
МБОУ «Гимназия № 3» г. Белгорода (Белгород, Россия)

ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

В душе каждого ребенка есть невидимые струны. Если их тронуть умелой рукой, они красиво зазвучат.
В. А. Сухомлинский

Стремительно развивающееся современное общество постоянно нуждается в эрудированных и одаренных людях. Каждая школа ставит перед собой цель, направленную на выявление талантливых детей. Приоритетной задачей в этом направлении является поддержка и развитие способностей каждого ребенка, создание творческой атмосферы, необходимых платформ для самореализации и самовыражения.

Одаренность – наличие потенциально высоких способностей у какого-либо человека.

Классификация одаренности:

1) академическая (способность учиться): у детей высокий уровень интеллекта, легко и быстро осваивают школьный материал;

2) интеллектуальная (умение мыслить, анализировать): дети задают много необычных вопросов, ясно мыслят и рассудительны не по годам;

3) художественная (музыкально-художественная): дети легко запоминают мелодии и ритмы, стремятся научиться играть на музыкальном инструменте, с большим интересом рассматривают художественные произведения искусства;

4) творческая (не шаблонное мышление): дети интересуются разными видами конструирования, машинами и механизмами, используют подручные средства и приборы для создания новых поделок;

5) психомоторная (спортивная): дети любят спортивные игры и достигают в них высоких успехов, имеют хорошие физические данные и координациюдвижения [1].

Одаренный ребенок – это ребенок, который выделяется яркими, очевидными, иногда выдающимися достижениями (или имеет внутренние предпосылки для таких достижений) в том или ином виде деятельности.

Развитие одаренного ребенка необходимо рассматривать как развитие его внутреннего потенциала, умение ставить цель и определять способы ее достижения, способности быть автором и созидателем своей жизни, осуществлять свободный выбор и нести ответственность за него, максимально использовать свои способности.

Для реализации учителем обозначенной задачи необходимо выбирать наиболее эффективные *методы работы*, такие как:

– проектный;
– исследовательский;
– частично-поисковый;
– проблемный.

Формы работы:

– классно-урочная;
– внеурочная и внеклассная;
– ролевые игры;
– консультирование;
– дискуссии;
– викторины и конкурсы;
– экскурсии.

Проведение мероприятий:

– предметные недели и олимпиады;
– презентация проектов и творческих заданий;
– фестивали;
– интеллектуальные марафоны;
– научно-практические конференции.

Мотивационные приемы:

– рейтинг учащихся;
– «почетное место» в классе, в классном уголке;
– просмотр видеороликов, фотографий на классном часе;
– создание портфолио с последующей презентацией;
– поощрение в конце учебного года на празднике «Лучший ученик»;
– выдача учебных сертификатов с бонусами.

Рассмотрим составляющие элементы работы с одаренными детьми на уроках математики. Необходимым условием для развития одаренных детей является использование современных образовательных технологий. Приведем наиболее эффективные:

– технологии развивающего и проблемного обучения;
– информационно-коммуникативные технологии;
– технология критического мышления;
– здоровьесберегающие технологии;

– технология дифференцированного и индивидуального подхода к каждому ребенку.

Структура урока должна включать три этапа:

1 этап – «Математическая разминка»

Можно использовать следующие формы:

а) беглый слуховой (читает учитель, ученик, аудиозапись);

б) зрительный (презентация, таблицы, плакаты, карточки);

в) комбинированный (игровые видеоролики).

2 этап – «Развитие психических механизмов: внимания, памяти, воображения».

Можно использовать следующие формы:

а) развивающие задания «Математические тренинги», «Фигуры и знаки», «10 чисел»;

б) игровые задания «Геометрическая мозаика», «Танграм».

3 этап – «Решение частично-поисковых задач разного уровня».

Отличительной особенностью данного этапа является интеллектуальная деятельность ученика по усвоению понятий путем решения учебных проблем, что обеспечивает прочность знаний и формирование логико-теоретического и интуитивного мышления, сознательность и глубину.

Одаренные дети должны быть включены в активную деятельность повышенного уровня сложности на всех трех этапах.

Радиус интеллектуального познания детей может выходить за рамки урока, поэтому очень важно уделять внимание вовлечению талантливых детей во внеурочную деятельность и внеклассную работу [3].

Таким образом, выявление и развитие одаренных детей – важная задача мировой общественности. Ведь в руках талантливых, креативных, способных к гибкому нестандартному мышлению людей находится будущее развитие цивилизованного современного общества.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гильбух, Ю. З. Внимание: одаренные дети / Ю. З. Гильбух. – М. : Знание, 1991. – 80 с.

2. Кайсарова, А. В. Психологические особенности работы с одаренными детьми : учебное пособие / А. В. Кайсарова. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2013. – 80 с.

3. Савенков, А. И. Одаренные дети в детском саду и школе / А. И. Савенков. – М. : Академия, 2000. – 232 с.

И. М. КАЧАНОВСКАЯ
ГУО «Средняя школа № 9 г. Пинска» (Пинск, Беларусь)

ЗАДАЧИ НА ВОЗРАСТ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5–6 КЛАССОВ

Дети часто выясняют, кому сколько лет. Им интересны задачи про возраст. Эти задачи дают возможность школьникам понять все аспекты, которые касаются времени и возраста: определять, кто старше, четко усвоить понятия времени (дни, недели, месяцы, годы). При решении таких задач необходимо применять не столько арифметические способности, сколько логическое мышление, способность анализировать, сравнивать. Некоторые из предложенных задач просты в решении, условие некоторых замысловато, и решить их не так-то просто. Иногда кажется, что условие не имеет смысла или в задаче недостаточно данных, а некоторые задачи представляют собой почти детективную загадку, распутать которую нелегко. Для решения некоторых задач необходимо составить схему или уравнение.

Задача 1. Год назад Боре исполнилось 8 лет. Его сестра Варя на 5 лет младше. Сколько лет будет Боре, когда Варя станет такого возраста, как Боря сейчас?

Решение: Боре сейчас 8 + 1 = 9 лет, Варе сейчас 9 – 5 = 4 года, значит, 9 лет ей исполнится через 5 лет. Боре тогда будет 5 + 9 = 14 лет.

Ответ: 14 лет.

Задача 2. Если поменять местами две последние цифры года рождения Семена Семеновича, то во вновь полученном году Семену Семеновичу будет 81 год. В каком же году родился Семен Семенович?

Решение: 1990 – 1909 = 81.

Ответ: в 1909 году.

Задача 3. На следующий день после празднования дня рождения бабушка Анна Львовна сказала внучке, что празднует свой каждый день рождения, без исключения, и вчера был пятнадцатый раз. Как такое может быть? Сколько лет Анне Львовне?

Решение: такая ситуация возможна только в том случае, если Анна Львовна родилась в високосный год 29 февраля, а разговор происходит 1 марта. Тогда ей вчера исполнилось 60 лет.

Ответ: 60 лет.

Задача 4. Дедушке, сыну и внуку вместе 100 лет. Сколько лет каждому, если дедушке столько лет, сколько внуку месяцев, а сыну столько недель, сколько внуку дней?

Решение: пусть x – возраст внука, тогда сыну – $7x$, потому, что в неделе 7 дней, и возраст сына в 7 раз больше, а деду $12x$, так как в году 12 месяцев и дедушка старше внука в 12 раз. Получим уравнение $x + 7x + 12x = 100$, $x = 5$. Значит внуку 5 лет, сыну 35 лет, деду 60 лет.

Ответ: деду – 60, сыну – 35, внуку – 5.

Задача 5. Сейчас сестрам Маше и Саше вместе 8 лет. Через пять лет им обеим вместе будет 18 лет. Сколько будет каждой из них через 5 лет, если Маша старше Саши на 2 года?

Решение: пусть x – возраст Саши сейчас, тогда Маше $x + 2$ лет, получим уравнение $x + x + 2 = 8$. Значит, Саше 3 года, а Маше 5 лет, и через 5 лет Саше будет 8 лет, а Маше 10 лет.

Ответ: Саше будет 8 лет, а Маше 10 лет.

Задача 6. Когда маме было 27 лет, ее дочери было 3 года. Сейчас дочери в три раза меньше лет, чем маме. Сколько лет маме и сколько лет дочери сейчас?

Решение: решите уравнение $27 + x = 3(x + 3)$, где x – время, которое прошло.

Ответ: прошло 9 лет, значит маме сейчас 36 лет, дочери 12 лет.

Задача 7. Отцу 32 года, сыну 5 лет. Через сколько лет отец будет в 10 раз старше сына?

Решение: пусть x – искомое время. Спустя x лет отцу будет $32 + x$ лет, а сыну $5 + x$ лет. Поскольку отец должен быть в 10 раз старше сына, то получим и решим уравнение $32 + x = 10(5 + x)$. Решая это уравнение, получаем ответ $x = –2$, что означает «два года назад». Составляя уравнение, нужно учесть, что возраст отца никогда в будущем не окажется в 10 раз больше возраста сына. Ситуация, описанная в условии задачи, возможна лишь в случае, когда отцу 30 лет, а сыну 3 года, а это время уже прошло.

Ответ: решений нет.

Задача 8. Сейчас Ване вдвое больше лет, чем было Ане тогда, когда Ване было столько лет, сколько Ане сейчас. Сколько Ване лет, если Ване и Ане сейчас вместе 70 лет?

Решение: пусть x – возраст Вани сейчас, y – возраст Ани сейчас, тогда получим $x + y = 70$. Значит y – возраст Вани, тогда $x/2$ – возраст, получим $x – y = y – x/2$ или $3x = 4y$. Очевидно, что $x = 40$, $y = 30$.

Ответ: Ване 40 лет.

Задача 9. Анна Петровна вчетверо старше племянника Семена. Сумма их возрастов – 50 лет. Через сколько лет Анна Петровна будет втрое старше Семена?

Решение: пусть x – возраст Семена сейчас, тогда Анне Петровне $4x$ и $x + 4x = 50$. Значит сейчас Семену 10 лет, а Анне Петровне 40. Пусть y – искомое время, тогда $40 + y = 3(10 + y)$, откуда $y = 5$.

Ответ: через 5 лет.

Задача 10. Если к половине лет Ивана Ивановича прибавите 7, то получите его возраст 13 лет тому назад. Сколько лет Ивану Ивановичу?

Решение: пусть x – искомый возраст, получим $x/2 + 7 = x - 13$. Решим уравнение и получим $x = 40$. Значит Ивану Ивановичу сейчас 40 лет.

Ответ: 40 лет.

Е. В. КОСИНОВА, Е. М. ЛИТВИНОВА
МБОУ СОШ № 50 г. Белгорода (Белгород, Россия)

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИКТАНТОВ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Математика была, есть и будет одной из важнейших частей человеческой культуры. Данная наука является основой для познания окружающего мира, служит базой научно-технического прогресса и кардинальным звеном развития личности.

Несомненно, поэтому перед учителями стоит важнейшая задача – привитие интереса к изучению математики. В последние годы преподавание предмета кардинально изменилось: учителя используют в своей работе видео уроки, различные гаджеты, меняют структуру урока с целью разнообразить и представить урок в интересном для учащихся формате. Основополагающей задачей в обучении является формирование у детей умения воспринимать информацию на слух, запоминать ее, обрабатывать и преобразовывать полученную информацию. Существенную помощь в решении вышеуказанных задач оказывает использование в работе математических диктантов.

Математический диктант – это прекрасный способ обратной связи между учителем и учениками. Проводить математические диктанты целесообразно либо в начале урока (как способ выявления текущих знаний учащихся), либо в конце урока (при изучении новых знаний, с целью проверки усвоения данного материала, в таком случае за данный вид работы выставляется только положительная оценка, т. к. материал учащимися еще не отработан). Время проведения математического диктанта в начальной школе составляет 8–15 минут в зависимости от класса и материала диктанта. Польза устных математических действий неоспорима. Проводя устно арифметические вычисления, учащиеся не только повторяют правила арифметики, закрепляют их, но и, что самое основное, усваивают не механически, а осмысленно. Устные вычисления помогают развивать такие ценные качества, как внимание, сосредоточенность, выдержка, смекалка, самостоятельность. Ограниченность времени, данного на выполнение задания, оказывает положительную роль, так как дисциплинирует учащихся, приучает к собранности, сосредоточенности, целеустремленности. Для того чтобы добиться положительной динамики в изучении математики, следует проводить математические диктанты систематически.

Для большей эффективности при изучении математики в математических диктантах следует использовать задания, направленные на отработку следующих навыков:

− операционных, при выполнении которых необходимо проводить вычислительные действия, устно решать задачи, преобразовывать, получив информацию на слух;

− логических, требующих оценки истинности высказывания, умения слушать, слышать и анализировать полученные данные;

− терминологических.

Вот один из примеров математического диктанта, проводимого в 3 классе по программе «Начальная школа XXI века».

Задание	Ответ	Отрабатываемый навык
1. Выразите в см 6 м 50 мм	605 см	Операционный
2. Из выражения 240 разделить на 60 выпишите число, которое является делимым.	240	Терминологический
3. У Юли есть 2 м кружева. Для поделки она использовала 15 дм кружева. Сколько см кружева осталось у Юли?	50 см	Операционный
4. Сумму чисел 50 и 40 уменьшите на 3.	87	Операционный и терминологический
5. Сумму чисел 50 и 40 уменьшите в 3 раза	30	Операционный и терминологический
6. Сколько будет $2 + 2 \times 2$?	6	Логический
7. Как называется результат умножения?	значение произведения	Терминологический
8. У квадратного стола отпилили один угол по прямой линии. Сколько теперь углов у стола?	5 углов	Логический
9. На какое число нужно умножить 6, чтобы получить число 360?	На 60	Операционный

Задание	Ответ	Отрабатываемый навык
10. Мама испекла 15 пирожков. Пирожков с капустой было на 3 больше, чем с яблоками. Сколько пирожков с капустой и сколько пирожков с яблоками испекла мама?	6 пирожков с яблоками и 9 пирожков с капустой.	операционный

Основная цель математических диктантов состоит в том, чтобы помочь педагогу эффективно тренировать устойчивость внимания учащихся, их оперативную память и умение сосредоточиваться.

В заключение, хотелось бы процитировоть Писарева Д. И., писавшего следующее о математических диктантах: «Смышленность учеников растет постоянно во время математических занятий, что так же верно и неизбежно, как то, что мускулы человека и ловкость его увеличиваются, когда он занимается гимнастическими упражнениям».

Г. А. КРАВЦОВА
ГУО «СШ № 3 г. Ганцевичи» (Ганцевичи, Беларусь)

РАЗВИТИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ И ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ ПРИ АНАЛИЗЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Для современной школы исключительно важной является проблема развития творческих способностей учащихся. В настоящее время всем очевидна необходимость подготовки учащихся к творческой деятельности, формирования умения добывать знания и информацию самостоятельно. В связи с этим повышается роль школы в воспитании активных, инициативных, творчески мыслящих людей. И одним из приемов развития этих способностей является умение работать над уже решенной задачей. А это в свою очередь является предпосылкой к развитию умений решать олимпиадные задачи.

Надо иметь в виду, что овладение умением преобразовывать задачи наступает не у всех детей одновременно. Учитывая это, важно создать такие условия, при которых каждый из них будет работать в меру своих возможностей. Это достигается путем предъявления различных требований к разным группам учащихся. Например, можно всем детям предложить решить одну и ту же задачу, затем спросить, кто из них может сам преобразовать решенную задачу. Тем ученикам, которые знают, как преобразовать задачу, предлагается выполнить преобразование самостоятельно, а остальным – работать с краткой записью. После этого необходимо снова спросить, кто из них может сам преобразовать решенную задачу. Часть детей, опираясь на краткую запись, смогут включиться в самостоятельное преобразование задачи. С остальными учащимися необходимо выполнить разбор коллективно. Ученики, справившиеся с заданием раньше других, получают дополнительное задание.

На данной ступени обучения преобразованию задач можно использовать следующие задания: 1) преобразуй задачу (ученик решает предложенную ему задачу, затем самостоятельно выбирает вид преобразования задачи, записывает новую задачу, решает ее); 2) измени (преобразуй) условие задачи; 3) измени (преобразуй) вопрос задачи.

Когда у учащихся сформируется понятие преобразования задач и они выполняют основные шаги этой деятельности, можно предлагать преобразовывать задачи самостоятельно. Полезно вместе с ребятами разобрать все интересные задачи и исправить те, в которых допущены какие-либо ошибки.

В математике большинство задач содержат предпосылки для творчества, в частности геометрические задачи. Например, задача из учебника «Геометрия – 7» В. В. Казакова.

Задача 189. Внутри квадрата $ABCD$ взята точка K так, что треугольник AKD равносторонний. Найдите углы треугольника BKC.

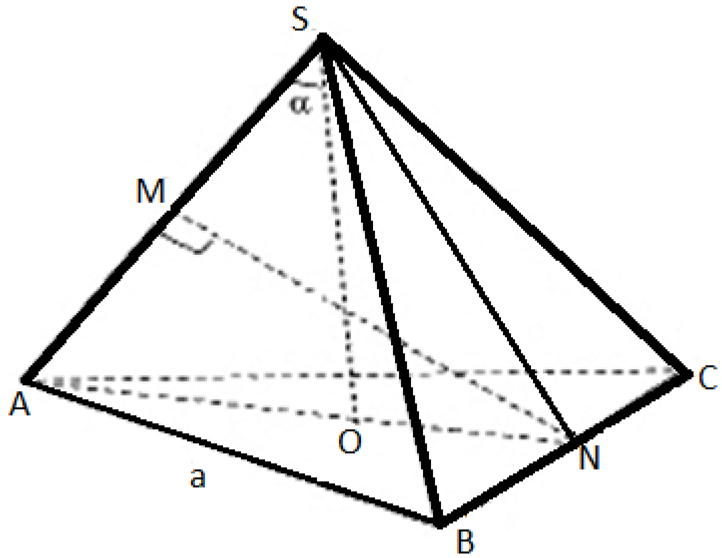
Можно изменить условие: взять точку K вне квадрата, оставив вопрос прежним. А можно изменить вопрос, оставив условие прежним (Найти углы всех образовавшихся треугольников).

Решив *задачу* 199 (В ΔABC $\angle C = 70^0$, $\angle A = 60^0$, высоты AK и CM пересекаются в точке H. Найдите угол MHK), рассмотреть решение уникальной *задачи* 229 (В остроугольном треугольнике ABC высоты BN и CK пересекаются в точке H. Найдите угол ACB в ΔABC, если $CH = AB$).

Уникальность задачи заключатся в том, что, формулируя условие по-другому или придумывая новые вопросы, можно повторить многие темы геометрии: сумма углов треугольника, подобие треугольников, коэффициент подобия (особенно треугольников AKN и ACB), соотношения в прямоугольном треугольнике, определения синуса, косинуса, тангенса, котангенса острого угла в прямоугольном треугольнике, описанная окружность около четырехугольника, расстояние от точки H до сторон угла и т. д. А если восстановить перпендикуляр к плоскости треугольника в точке H, то могут быть повторены темы из стереометрии, а именно: теорема о трех перпендикулярах, расстояние от точки до прямой и плоскости, наклонные и их проекции, объем пирамиды и многие другие. Важно учащимся показать общую универсальную конструкцию задач и возможность видеть изученное ранее в новых интерпретациях. Тогда у учащихся создается целостное восприятия математики, а не фрагментарное.

Рассмотрим решение следующей стереометрической задачи (можно вместе с учащимися, а можно изначально предложить решить задачу дома). Основной целью является изучение зависимости объема правильной треугольной пирамиды от величины плоского угла при вершине. Для нахождения идеи решения этой задачи учащимся придется провести сложную мыслительную работу по анализу условия задачи. С помощью наводящих вопросов учитель может подвести учащихся к построению плана решения задачи, выдвижению гипотезы.

Задача. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ плоский угол при вершине равен a, а кратчайшее расстояние между боковым ребром и противоположной стороной основания равно d. Найти объем этой пирамиды.



Решение.

Проведем плоскость через ребро SA и точку N – основание перпендикуляра AN к отрезку BC. Пусть NM – высота треугольника ASN. Отрезок NM, перпендикулярный к AS и BC, равен d (рисунок). Обозначим через a сторону основания. Тогда

$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \dfrac{a}{6\sin\dfrac{a}{2}}\sqrt{9 - 12\sin^2\dfrac{a}{2}}$. Так как $AN \cdot SO = AS \cdot d$,

$A{\cdot}SO = AS{\cdot}d$, то $a = \dfrac{6d}{\sqrt{3}\sqrt{9 - 12\sin^2\dfrac{a}{2}}}$.

В результате имеем: $V = \dfrac{1}{3}\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}SO = \dfrac{d^3}{3(3 - 4\sin^2\dfrac{a}{2})\sin\dfrac{a}{2}}$.

Для получения исследовательского эффекта учащимся предлагается самостоятельно «исследовать» случаи при a = 60°, 90°, 120° и сделать соответствующие выводы, провести критический анализ результата решения. Также можно подобрать числовые данные к условию задачи или дополнить их новыми данными.

Рассмотрение таких исследовательских задач позволяет преодолеть рутинную повседневность уроков, сделать учебный процесс интереснее, расширить кругозор, стимулировать умственную активность учащихся, тем самым выявляя математически одаренных учащихся и развивая устойчивый интерес к математике. Полученные учащимися результаты приводят к «открытию» математических фактов, создают ощущения успеха, удовлетворенности, которые являются психологическим стимулом возникновения, поддержания и укрепления познавательных интересов и развития творческих способностей.

Е. С. ЛОЗИНА[1], Л. И. ЛОЗИНА[1], Л. П. МАЛЕВАННАЯ[2]
[1]МБОУ «Центр образования № 15 “Луч”» (Белгород, Россия*)*
[2]МБОУ «Гимназия № 22» (Белгород, Россия)

ИГРОВАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

То, что я слышу, я забываю.
То, что я вижу, я помню.
То, что я делаю, я понимаю.
Конфуций

В наше время поиск новых форм и приемов обучения – явление необходимое. Сейчас каждый должен раскрывать использовать возможности собственной личности. Включение в уроки математики развивающих занятий, направленных на развитие памяти, внимания, пространственного воображения и ряда других психических функций, является важной задачей в начальных классах.

Сегодня практически все учителя России работают в инновационном режиме. Ученые считают, что внедрение разных технологий обучения потребует не только адаптации ученика к новой школе, не только психологической готовности детей к новым способам обучения, но и принципиально нового взаимодействия учителя и ученика в учебном процессе, стиля поведения педагога таким образом, чтобы имела место ситуация, в которой ученик учится сам, а учитель осуществляет всестороннее управление его учением, то есть координирует, мотивирует, организует, консультирует.

Мы считаем, что применение современных развивающих игр на уроках математики в начальной школе дает определенные результаты. Игра является основой познания мира детьми. Очень важно на уроках использовать игровые ситуации, которые помогают ребенку изучить материал в непринужденной форме.

Игра также развивает познавательную деятельность учащихся, вызывает у них позитивные эмоции. Игра на уроках математики создает свой микроклимат, формирует творчество, где ребенок может проявить свои возможности. Применение современных развивающих игр необходимо, так как:

– они с раннего возраста способствуют развитию его творческих способностей ребенка;

– помогают усваивать новый материал с опережением;

– дают возможность ребенку чувствовать себя успешным;

– во время игры ребенка не надо принуждать учиться, он делает это сам с удовольствием;

– появляется возможность размышлять и принимать решения самостоятельно.

Развивающие игры создают благодатную почву для развития творческих сторон интеллекта у учащихся начальных классов.

Таким образом, учитель подводит своих учеников к выполнению все более сложных задач. Кто-то скажет, что игра на уроке сокращает время для учебы. Но мы не соглашаемся. Игра и учебный процесс должны происходить одновременно. Для этого необходимо на каждом уроке пользоваться не готовыми «шаблонными» дидактическими играми, а привнести дух игры в многообразную школьную жизнь. Игры помогают преодолеть пороги познания. Освоение новых знаний – это, как правило, тяжелый труд.

Когда встречается препятствие, следует подумать, как обогнуть его, как его преодолеть, или найти другое средство передвижения. Именно здесь на помощь учителю и ученику придут современные развивающие игры. Они учат искать новые пути решения задач. Учащиеся начинают продвигаться с одного логического уровня на другой, тем самым они овладевают навыками, позволяющими затем браться за более сложные задания. Таким образом, развивается логическое мышление. Подобные игры учат по-новому мыслить, а это особенно важно на уроках математики.

В начальной школе успешный учитель всегда ведет урок в игровой атмосфере.

Игры, основанные на сравнении и подобии, типа «Укажите различия», приобщают к аргументации по аналогии, одной из основ современной математики. Шарады, математические загадки, ребусы учат мыслить по-разному. Игра не только вызывает интерес, но и является хорошим обучающим приемом. В современных школах актуальны интерактивные игры. Они очень близки нынешнему поколению, поэтому учащиеся активно включаются в них.

Решение нестандартных задач способствует формированию умственных способностей: гибкости мыслительного процесса, логике мысли, рассуждений и действий, сообразительности и смекалке. У детей формируется догадка, способность анализировать задачу, что способствует возникновению поисковых действий мыслительного и практического характера. Догадка в этом случае свидетельствует о глубине понимания задачи, мобилизации прошлого опыта, переносе усвоенных способов решения в новые условия, высоком уровне поисковых действий.

Методические принципы, которые необходимо учитывать при применении развивающих игр:

– реализация индивидуально ориентированного подхода;

– соблюдение принципа доступности и постепенного усложнения предлагаемых игр;

– ребенок имеет возможность думать самостоятельно;

– ребенку не дается шаблон решения задачи;

– игра должна быть обязательно закончена;

– в случае если ребенок не справляется с поставленной задачей, она может быть заменена на аналогичную, но более простую, необходимо, чтобы ребенок получил чувство удовлетворения;

– ребенок сам контролирует правильность выполнения заданий.

Мы видим, что в обучении математике младших школьников много задач, но и путей решения достаточно. Чтобы качество математических знаний было высоким, должно быть высоким и доступным качество преподавания. Создаваемый на уроках благоприятный игровой микроклимат способствует развитию учебной мотивации, что в свою очередь является необходимым условием адаптации учащегося начальной школы к условиям новой для него среды и успешного протекания всей последующей учебной деятельности. Игра во время урока открывает широкие возможности для взаимодействия с одноклассниками и учителем, увеличения степени активности и свободы участников игровой деятельности; обеспечивает развитие основных личностных качеств, способностей и навыков познавательной деятельности ребенка. Всем этим ребенок должен овладеть в начальной школе. Ведь именно там создаются основы математической базовой грамотности и важные жизненные навыки – ключевые компетенции будущего через игровую деятельность.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Некоторые особенности применения развивающих игр на уроках математики в начальной школе / Х. А. Аширбаев [и др.] // Междунар. журн. прикладных и фундамент. исслед. – 2015. – № 62. – С. 330–334.

2. Хованская, В. Опора на наглядность или проверено временем / В. Хованская // Нач. шк. – 1997. – № 13. – С. 35.

3. Тихоморова, Л. Ф. Развитие логического мышления детей / Л. Ф. Тихомирова, А. В. Басов. – Ярославль : Гринго, 1995. – 235 с.

Е. С. ЛОЗИНА[1], Л. И. ЛОЗИНА[1], Л. П. МАЛЕВАННАЯ[2]
[1]МБОУ «Центр образования № 15 “Луч”» (Белгород, Россия)
[2]МБОУ «Гимназия № 22» (Белгород, Россия)

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

В каждом ребенке – солнце, только дайте ему светить...
Ш. Амонашвили

В каждом обществе нужны одаренные люди, и задача педагога состоит в том, чтобы рассмотреть и развить способности своих учеников. Школа должна выявлять талантливых детей и создавать творческую среду для их самореализации, учить их творчески мыслить, находить нестандартные решения, проявлять инициативу. Проблема развития математической одаренности школьников не является принципиально новой. Существуют определенные представления о структуре математических способностей в школьном возрасте. У математически одаренных школьников хорошо развито логическое мышление, способность мыслить математическими символами; способность к быстрому обобщению математических объектов, отношений и действий; гибкость мыслительных процессов; стремление к ясности, простоте, экономности и рациональности решений; способность к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход.

Цель учителя математики состоит в том, чтобы предпринять все возможное для развития способностей одаренных детей. Для этого прежде всего следует привить интерес учащихся к предмету. Для развития природных задатков учащихся и поддержки интереса к предмету можно использовать творческие задания, занимательные опыты, материалы и задачи, нестандартные формы и методы обучения.

Для развития логического мышления, математических способностей детей младшего школьного возраста нужно использовать задачи определенных типов: задачи с несформулированным вопросом, задачи с недостающими данными, задачи с излишними данными, задачи на доказательство, задачи на рассуждение (или составление уравнений), задачи с несколькими решениями, задачи на соображение, задачи на логическое рассуждение, задачи, требующие наглядных представлений.

Систематическое решение нестандартных задач способствует формированию гибкости мыслительного процесса, совершенствованию логики, способствуют развитию математической одаренности учащихся. Большую роль в этом играет ситуация выбора. Ребятам необходимо выбрать один из вариантов учебных задач и способов их решения. В этом проявляется самостоятельность, индивидуальность и активность ребенка.

При построении алгоритма действий для ситуации выбора учителю необходимо определить цели и задачи, этап урока, выявить содержание учебного материала, включить свободу выбора в план урока. Способность адекватно действовать в свободе выбора развивается постепенно. Поэтому учителю необходимо постепенно и систематически учить детей успешно делать выбор, принимать самостоятельные решения.

Для обучения одаренных учащихся основными являются методы творческого характера: поисковые, проблемные, эвристические, проектные, исследовательские. Для этого применяются формы как индивидуальной, так и групповой работы. Наиболее эффективными являются следующие технологии: технология проблемного обучения, методика обучения в малых группах, эвристические методы и приемы решения творческих задач, технология проективного обучения.

Целью учебного проекта в начальной школе является развитие личности учащихся, их социальной ориентации и адаптации в социуме, самоутверждения, их гражданской позиции. Детям начальной школы можно предложить следующие темы учебных проектов: «Математика вокруг нас. Числа в загадках, пословицах, поговорках», «Математика вокруг нас. Узоры на посуде», «Зачем нужна техника оригами», «Математические сказки», «Задачи – расчеты» и т. д.

Для работы с одаренными учащимися очень важная роль отводится индивидуальной работе как на уроке, так и во внеурочное время. Для подготовки учащихся к олимпиаде можно использовать дополнительные занятия, занятия в кружках, самостоятельные занятия. Дополнительные возможности для индивидуальной работы с одаренными детьми предоставляет использование на уроках информационных технологий. Использование готовых ресурсов или разработанных учителем материалов позволяет обучающимся работать в оптимальном режиме, выполнять задания различного уровня сложности, включая исследовательские и развивающие.

Большое значение при обучении одаренных детей имеет внеурочная работа по математике. В школе необходимо проводить недели математики, где учащиеся могут проявить себя в различных викторинах и конкурсах. Формы работы внеурочной деятельности могут быть различные: олимпиады по предметам; научно-практические конференции; конкурсы, КВН, викторины, аукционы; ролевые игры; дискуссии; интеллектуальные марафоны; проекты по различной тематике.

В современном мире обучение одаренных детей рассматривается как глобальная педагогическая задача. Поэтому все одаренные дети должны находить поддержку общества. Внедрение в жизнь новых информационных технологий позволит вывести решение проблемы образования одаренных детей на новый уровень. Работа учителя с одаренными детьми – это сложный и никогда не прекращающийся процесс. Он требует от учителя постоянного обновления знаний в области психологии и обучения таких детей. Учителю необходимо постоянно совершенствовать свое мастерство. Необходимо повернуться к личности ребенка, создать условия для реализации его способностей. Творчеству можно и нужно учить. И чем раньше начнется эта работа, тем выше будут ее результаты.

Если учитель будет верить в своих учеников, видеть в них одаренных личностей, то такая вера будет творить чудеса. И радость первой победы и первого открытия будут их общей радостью.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теплов, Б. М. Способности и одаренность / Б. М. Теплов // Психология индивидуальных различий. Тексты. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1982. – С. 136.

2. Пойа, Д. Как решать задачу / Д. Пойа ; под ред. Ю. М. Гайдука – М. : Учпедгиз, 1961. – 208 с.

3. Федотова, Н. К. Из опыта работы с одаренными детьми / Н. К. Федотова // Вестн. НГУ. Сер. : Педагогика. – 2008. – Т. 9, вып. 1. – С. 53–56.

А. М. Лукашик
ГУО «Средняя школа № 7 г. Бреста» (Брест, Беларусь)

ОБ ОДНОЙ ИЗ МЕТОДИК РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

В древности тригонометрия возникла в связи с потребностями астрономии, землемерия и строительного дела, то есть носила чисто геометрический характер и представляла главным образом «исчисление хорд». Со временем в нее начали вкрапляться некоторые аналитические моменты. В первой половине XVIII века произошел резкий перелом, после чего тригонометрия приняла новое направление и сместилась в сторону математического анализа. Именно в это время тригонометрические зависимости стали рассматриваться как функции.

Тригонометрические уравнения – одна из самых сложных тем в школьном курсе математики. Тригонометрические уравнения возникают при решении задач по планиметрии, стереометрии, астрономии, физике и в других областях. Тригонометрические уравнения и неравенства из года в год встречаются в централизованном тестировании.

Самое важное отличие тригонометрических уравнений от алгебраических состоит в том, что в алгебраических уравнениях – конечное число корней, а в тригонометрических – бесконечное, что сильно усложняет отбор корней. Еще одной спецификой тригонометрических уравнений является неединственность формы записи ответа.

В настоящее время тригонометрию изучают в курсе алгебры, хотя основное понятие тригонометрической функции в учебной литературе попрежнему задается геометрическим способом ввиду отсутствия у старшеклассников знаний теории рядов. Таким образом, изучение тригонометрических функций, а в дальнейшем и тригонометрических уравнений, в школьном курсе имеет некоторые особенности.

В данной статье рассматривается одна из методик выработки навыка решения простейших тригонометрических уравнений.

Работа учащихся состоит из нескольких этапов. На каждом этапе ученик встретится с указаниями учителя о том, что нужно знать и уметь, или краткими пояснениями к выполнению заданий.

Прочитав указания учителя, ученик выполняет самостоятельные работы данного этапа, проверяет ответы, сверяя с ответами, которые предоставляет учитель. Если допущены ошибки, то ученик их исправляет и ре*шает задания другого варианта, аналогичные тем, где он допустил ошибки. После этого можно переходить к следующему этапу.*

На первом этапе учитель предлагает вспомнить учащимся основные правила решения тригонометрических уравнений, для чего предлагается выполнить небольшую самостоятельную работу:

1 вариант	2 вариант
1) $\cos x = 1/2$	1) $\sin x = -1/2$
2) $\sin x = -\sqrt{3}/2$	2) $\cos x = \sqrt{3}/2$

3) $\operatorname{tg} x = 1$	3) $\operatorname{ctg} x = -1$
4) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$	4) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$
5) $2\cos x = 1$	5) $4\sin x = 2$
6) $3\operatorname{tg} x = 0$	6) $5\operatorname{ctg} x = 0$
7) $\sin 4x = 1$	7) $\cos 4x = 0$

Далее у учащихся вырабатывается умение решать тригонометрические уравнения методом сведения к квадратному, который состоит в том, что, пользуясь изученными формулами, надо преобразовать уравнение к такому виду, чтобы какую-то функцию (например, $\sin x$ или $\cos x$) или комбинацию функций обозначить через y, получив при этом квадратное уравнение относительно y. При этом совместно с учащимися решается уравнение

$$4 - \cos^2 x = 4\sin x.$$

После этого, учащиеся вновь выполняют самостоятельную работу на использование описанного метода.

Затем вырабатывается умение решать тригонометрические уравнения методом разложения на множители. Под разложением на множители понимается представление данного выражения в виде произведения нескольких множителей. Если в одной части уравнения стоит несколько множителей, а в другой – 0, то каждый множитель приравнивается к нулю. Произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю. Таким образом, данный множитель можно представить в виде совокупности более простых уравнений. В качестве примера рассматриваем решение уравнения $2\sin^3 x - \cos 2x - \sin x = 0$, после решения которого учащиеся вновь самостоятельно решают несколько уравнений.

На следующем этапе вырабатываем умение решать однородные уравнения. Однородными называются уравнения вида $a\sin x + b\cos x = 0$,

$a\sin 2x + b\sin x \cos x + c\cos 2x = 0$, и т. д., где a, b, c – числа.

Совместно с учащимися рассматривается решение уравнений:

Задача 1. $5\sin x - 2\cos x = 0$.

Поделим обе части уравнения на $\cos x$ (или на $\sin x$). Предварительно докажем, что $\cos x \neq 0$ (или $\sin x \neq 0$). (Пусть $\cos x = 0$, тогда $5\sin x - 2 \times 0 = 0$, т. е. $\sin x = 0$; но этого не может быть, так как $\sin 2x + \cos 2x = 1$). Значит, можно делить на cosx:

$5\sin x / \cos x - 2\cos x / \cos x = 0 / \cos x$. Получим уравнение

$5 \operatorname{tg} x - 2 = 0$,

$\operatorname{tg} x = 2/5$,

$x = \operatorname{arctg} 2/5 + n, n \in Z$.

Ответ: x =arctg 2/5 + n, $n \in Z$.

Аналогично решаются однородные уравнения вида

$$a\sin^2 x + b\sin x \cos x + c\cos^2 x = 0,$$

их решение начинается с того, что обе части уравнения делятся на $\cos^2 x \neq 0$ (или на $\sin^2 x \neq 0$).

Пример 2. $12\sin^2 x + 3\sin 2x - 2\cos^2 x = 2$.

Данное уравнение не является однородным, но его можно преобразовать в однородное, заменив $3\sin 2x$ на $6\sin x \cos x$ и число 2 на $2\sin^2 x + 2\cos^2 x$.

Приведя подобные члены, получим уравнение

$$10\sin^2 x + 6\sin x \cos x - 4\cos^2 x = 0.$$

(Пусть $\cos x = 0$, тогда $10\sin^2 x = 0$, чего не может быть, т. к. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, значит, $\cos x \neq 0$).

Разделим обе части уравнения на $\cos^2 x$.

$$10\operatorname{tg}^2 x + 6\operatorname{tg} x - 4 = 0,$$

$$\operatorname{tg} x = -1 \text{ или } \operatorname{tg} x = 2/5,$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z; \quad x = arctg\, 2/5 + \pi k, k \in Z.$$

Ответ: $x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z; \quad x_2 = arctg\, 2/5 + \pi k, k \in Z.$

После данного этапа учащиеся вновь выполняют самостоятельную работу, а затем предлагаются задачи, при решении которых необходимо уже самостоятельно выбрать метод решения уравнений:

1 вариант	2 вариант
1) $\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0$,	1) $\cos 2x + 3\sin x = 2$,
2) $\sin^2 x + \cos 2x = 0$,	2) $\sin^2 x - \cos 2x = 0$,
3) $\cos^2 x - \cos 2x = \sin x$,	3) $6 - 10\cos^2 x + 4\cos 2x = \sin 2x$,
4) $\sin 4x - \cos 2x = 0$,	4) $\cos x - \cos 2x = 1$,
5) $5 - 5\cos(\frac{\pi}{2} - x) = 2\cos^2(\pi - x)$.	5) $\cos^2(\frac{\pi}{2} + x) - \cos^2(2\pi + x) = \frac{3}{2}$.

Задания даются в одном варианте, т. к. их решают не все учащиеся. Время, отводимое на эту работу, определяется учителем (ситуацией на уроке).

Решите уравнения:

1. $\sin 6x + \cos 6x = 1 - \sin 3x$,
2. $29 - 36\sin^2(x - 2) - 36\cos(x - 2) = 0$,
3. $2\sin x \cos x + 2\cos x - \sin x = 0$,
4. $\sin 4x = 2\cos^2 2x - 1$,
5. $\sin x (\sin x + \cos x) = 1$,
6. $1/(1 + \cos 2x) + 1 / (1 + \sin 2x) = 16/11$.

Подсказки для учащихся:

1. Воспользуйтесь формулой двойного угла для sin $6x$, cos $6x$.

2. Обозначьте $x - 2 = y$, решите уравнение, сведя его к квадратному с помощью формулы $\sin 2y = 1 - \cos 2y$.

3. Сгруппируйте первое и третье слагаемое, примените разложение на множители.

4. Воспользуйтесь формулой двойного угла для sin $4x$, cos $4x$, формулой понижения степени $2\cos 2x - 1 = \cos 2x$.

5. Раскройте скобки, примените основное тригонометрическое тождество.

6. Приведите дроби к общему знаменателю, затем используйте основное тригонометрическое тождество $\sin 2x + \cos 2x = 1$, сведите уравнение к квадратному.

Учащимся предлагается самостоятельно оценить свои работы.

О. Н. ПИРЮТКО
БГПУ имени М. Танка (Минск, Беларусь)

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО И ЖИЗНЕННОГО ОПЫТА УЧАЩИХСЯ

Для решения задач по теории вероятностей, безусловно, нужно знание теории. Необходимо понимание точных определений понятий, правил, теорем, алгоритмов и умение применять теорию для решения задач различных уровней сложности. Однако для формирования познавательного интереса к предмету изучения можно на «дотеоретическом» этапе при организации допрофильной подготовки к обучению математике на повышенном уровне рассмотреть задачи по теории вероятностей. Решение некоторых задач возможно с опорой на наглядные представления, интуицию, всесторонний анализ ситуации, изобретательность, т. е. «без формул». Приведем примеры таких задач, которые учащиеся могут решить, обладая минимальными представлениями о теории вероятностей.

Задача 1. В классе 40 % мальчиков и 60 % девочек. Из мальчиков на роликовых коньках катается каждый второй, а из девочек – 30 %. Какова вероятность, что выбранный наугад учащийся из этого класса умеет кататься на роликовых коньках?

Решение 1. Приведем классическое решение в соответствии с формулой полной вероятности.

Гипотеза: H_1 – выбраны мальчики, $P(H_1) = 0,4$. Гипотеза: H_2 – выбраны девочки, $P(H_2) = 0,6$. Событие A – выбранный наугад учащийся из класса умеет кататься на роликовых коньках.

$P(A/H_1)$ – вероятность того, что выбранный наугад учащийся, который умеет кататься на роликовых коньках, является мальчиком, $P(A/H_1) = \frac{1}{2}$.

$P(A/H_2)$ – вероятность того, что выбранный наугад учащийся, который умеет кататься на роликовых коньках, является девочкой, $P(A/H_2) = \frac{3}{10}$.

По формуле полной вероятности получим:

$P(A) = P(H_1)\,P(A/H_1) + P(H_2)\,P(A/H_2)$

$P(A) = 0,4 \cdot \frac{1}{2} + 0,6 \cdot \frac{3}{10} = 0,2 + 0,18 = 0,38$. *Ответ*: 0,38.

Решение (без формул). Школьники могут решить эту задачу, рассуждая следующим образом: из 40 % мальчиков половина умеет кататься на роликах, значит 20 % от всех учащихся. Из 60 % девочек – 30 %, т. е. 18 % от всех учащихся. Значит 38 % всех учащихся умеют кататься на роликах. Это значит, что вероятность того, что выбранный наугад учащийся из этого класса умеет кататься на роликовых коньках, равна 0,38. Такой же подход учащиеся смогут применить и к следующим двум задачам.

Задача 2. В детский сад прислали две посылки. В одной из них 20 % яблок, 50 % апельсинов, 30 % груш. Во второй 50 % яблок, 40 % апельсинов, 10 % груш. Какова вероятность, что из произвольно выбранной посылки выбранный фрукт окажется яблоком? (0,35.)

Задача 3. На уроке математики 20 минут объясняет учитель, 15 минут отвечают учащиеся, 10 минут – учащиеся выполняют самостоятельную работу. А на уроке русского языка 10 минут объясняет учитель, 20 минут отвечают учащиеся, 15 минут – учащиеся выполняют самостоятельную работу. В расписании два урока из шести – «математика» и один урок русского языка. Какова вероятность, что заглянувший в этот день на урок завуч попадет на самостоятельную работу по русскому языку или математике? (7/54.)

Следующие задачи могут быть решены с помощью правил комбинаторики, а можно воспользоваться анализом и подсчетом всевозможных комбинаций и тех, которые удовлетворяют описанной ситуации.

Задача 4. Ваня, Петя, Маша и Даша решили распределить между собой с помощью жребия два выигранных в конкурсе приза: мобильный телефон и планшет. С какой вероятностью телефон достанется девочке, а планшет – мальчику?

Решение 1.Подсчитаем количество способов выбора двух обладателей двух различных призов. Первый приз может оказаться у любого из четырех детей, после этого второй человек в паре призеров может быть выбран тремя способами, тогда по правилу умножения получим всего способов: $4 \cdot 3 = 12$. Благоприятные для события, в котором телефон достанется девочке, а планшет – мальчику, можно также подсчитать по правилу умножения: $2 \cdot 2 = 4$. Отсюда искомая вероятность равна $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

2. Школьники могут рассуждать, опираясь на наглядные представления о ситуации распределения призов. Подсчитаем количество всевозможных пар, составленных из четырех детей. При этом в каждой паре будет иметь значение, кто на первом месте, а кто – на втором. Получим: две пары мальчик – мальчик, две пары девочка – девочка, четыре пары мальчик – девочка и четыре – девочка мальчик. Всего 12 пар. Из них тех, которые удовлетворяют условию – четыре. Так как, например, из пар Маша – Петя и Петя – Маша, только в одной паре телефон будет у девочки, а планшет – у мальчика. Поэтому искомая вероятность равна $\frac{1}{3}$.

Задача 5. В шкафу находится 6 пар ботинок различных размеров. Из них случайно выбирают 2 ботинка. Найдите вероятность того, что они парные.

Решение 1 по формулам комбинаторики: всего способов выбора двух ботинок равно числу сочетаний из 12 элементов по 2, т. е. 66. Благоприятных исходов 6, таким образом, вероятность выбора парных ботинок равна $\frac{6}{66} = \frac{1}{11}$.

Решение 2 (без формул). Пусть из шкафа достали один ботинок, в шкафу осталось 11, из них только один подходящий, вероятность достать его равна $\frac{1}{11}$.

Задача 6. В новогоднем подарке лежат 4 «Беловежские» и 3 «Столичные» конфеты. Миша, не глядя, извлекает из подарка по одной конфете и съедает. С какой вероятностью «Беловежская» будет последней?

Решение 1 (комбинаторное). Количество всевозможных комбинаций извлечения конфет равно числу перестановок с повторениями из 7 элементов: $\frac{7!}{3!4!} = 35$. Количество различных комбинаций, в которых последняя конфета «Беловежская», равно числу перестановок из 6 элементов с повторениями: $\frac{6!}{3!3!} = 20$. Вероятность того, что «Беловежские» закончатся последними, равна $\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$.

Решение 2 (без формул). Последней конфетой в подарке с равными шансами может оказаться любая из 7 конфет. Т. к. «Беловежских» среди них 4, а «Столичных» 3, то вероятность, что это будет «Беловежская» равна $\frac{4}{7}$.

Задача 7. Аня любит ходить со своей мамой в воскресенье по магазинам, потому что приблизительно в 90 % случаев ей удается уговорить ее купить очередное платье. Вероятность того, что мама возьмет Аню с собой в магазин в ближайшее воскресенье, равна 65 %. Какова вероятность, что у Ани в ближайшее воскресенье появится новое платье?

По формулам. Рассмотрим два независимых события: событие А – мама берет Аню с собой в магазин. Вероятность этого события равна 0,65. Событие В – маму удалось уговорить. Вероятность этого события равна 0,9. Событие С – платье куплено. В соответствии с правилами «Алгебры событий» получим $C = A \cdot B$. Его вероятность равна $0{,}9 \cdot 0{,}65 = 0{,}585$.

Решение задачи по правилам решения задач «на проценты».

База состоит из вариантов выбора мамы, от нее 65 % – положительное решение, а от этой новой базы – 90 % приходится на вариант «платье куплено». Найдем, сколько процентов составляет это вариант от основной базы: $0{,}9 \cdot 0{,}65 \cdot 100\ \% = 58{,}5\ \%$.

Этот процент соответствует вероятности 0,585 покупки платья.

С. Н. ПРЯМОНОСОВА, М. А. ПИПИЯ, И. М. НЕДОСЕКОВА
МБОУ «Гимназия № 3 г. Белгорода» (Белгород, Россия)

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ ДЕЙСТВИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

При работе в начальной школе большое внимание мы уделяем формированию основных представлений и понятий о геометрических фигурах; дети учатся распознавать геометрические фигуры в пространстве и их элементы, самостоятельно сравнивать геометрические фигуры вместе с предметами, которые их окружают. Вся учебная деятельность, которая связана с измерением и вычислением геометрических величин, позволяет организовать продуктивную деятельность младших школьников.

Младший школьный возраст – период жизни ребенка от 6 до 10 лет – это возраст, когда у ребенка формируется учебная деятельность, в которой происходит усвоение человеческого опыта, представленного в форме научных знаний.

При изучении математики в начальной школе учитель должен помнить, что предметные знания и умения являются фундаментом обучения в старших классах, а также опорой для изучения смежных дисциплин.

В начальной школе этот предмет является основой развития у учащихся познавательных действий: логических, знаково-символических и моделирования.

В федеральном государственном образовательном стандарте начального общего образования моделирование представлено как система следующих универсальных учебных действий:

– использование наглядных моделей (схем, чертежей, планов);

– кодирование (использование знаков и символов как условных заместителей реальных предметов);

– построение схем, моделей.

Метод моделирования является учебным действием и средством, без которого невозможно полноценное обучение; он обладает огромной эвристической силой. Математика в начальной школе включает геометрический материал. Одной из целей изучения геометрического материала в начальных классах является достижение учащимися первоначального уровня знаний о свойствах геометрических фигур, которые в процессе наблюдений, измерений, моделирования ученик сам может определить. Изучение геометрического материала невозможно без моделирования.

Учителя нашей гимназии работают по УМК «Начальная школа 21 века», где моделирование и моделирование ситуации широко используется не только на уроках математики, но и на уроках литературного чтения, русского языка, а также на уроках технологии. Однако в курсе технологии моделирование используется при изучении частных вопросов, при рассмотрении отдельных тем и при работе с чертежами геометрических фигур.

Во-первых, моделирование на уроке математики в начальной школе служит тем содержанием, которое учащимися должно быть усвоено, во-вторых, – учебным действием и средством, без которого невозможно полноценное обучение. Для этого недостаточно лишь демонстрировать им различные модели, а необходима практическая часть: самостоятельное изучение и построение модели.

Смысл этого метода (моделирование) – это возможности получить информацию, применить ранее изученные определенные знания, основанные на способности человеческого мышления к установлению аналогий.

Ход моделирования геометрических фигур: изучаем и исследуем модель (свойства, закономерности), получаем логические следствия; проверяем на практике, и если практика подтверждает наличие следствий, то модель точна. Таким образом, моделирование, являясь одной из форм мыслительной деятельности, формирует интеллектуальные способности и научно-теоретическое мышление учащихся. Реализация метода моделирования, при обучении на практических уроках, приводит к качественному изменению формируемых знаний учащихся.

Проанализировав учебники по математике (программа «Начальная школа 21 века»), мы можем сделать вывод, что включен большой объем геометрических понятий и есть задания, предлагающие учащимся использование действий моделирования, по средствам которых полностью включается мыслительная деятельность детей.

К концу курса «Математика» начальной школы, в соответствии с программными требованиями, учащиеся научатся распознавать, различать, изображать геометрические фигуры (плоские и объемные), строить отрезок заданной длины; вычислять периметр и площадь прямоугольника и квадрата, воспроизводить алгоритм, давать характеристику и моделировать объемную фигуру.

Методические приемы, используемые при изучении геометрического материала с 1 класса, обеспечивают реализацию всех этапов формирования деятельности моделирования.

Задания на формирование знаний о геометрической фигуре:

– Как называются эти фигуры? Докажите. Найди похожие фигуры.

– Составьте все возможные фигуры из пяти квадратов. Постройте модель, начертите ее.

– Соедините точки отрезками так, чтобы получились треугольники, четырехугольники и т. д.

– Раскрасьте красным цветом квадраты, а желтым – прямоугольники. Чем похожи и отличны данные фигуры?

– Отметьте точкой плоские фигуры, галочкой – объемные.

Задания на формирование умений построения геометрических фигур:

– Нарисуйте предмет, в котором есть форма шара, конуса.

– Дорисуйте так, чтобы изображение фигуры стало реальным предметом.

– Составь два равных треугольника из пяти спичек, два равных квадрата из семи спичек, четыре равных треугольника из шести спичек.

Благодаря программе по внеурочной деятельности «Занимательная математика» появилась возможность познакомить учащихся с основными геометрическими телами, выработать умения глубже изучать геометрический материал, учить анализировать и сопоставлять объекты на плоскости, создавать собственные объемные модели, строить из спичек фигуры, работать с танграм-игрой – головоломкой.

Пространственное моделирование на составление объемных фигур из кубиков. «Уголки», «Куб-хамелеон» (разработаны Ю. А. Аленковым). Цель – сформировать у детей пространственные представления, образное мышление, развить способности комбинировать, конструировать, сочетать форму и цвет, складывая объемные фигуры.

Пространственное моделирование «Кирпичики». Имеется прямоугольный параллелепипед заданного объема. Этот игровой материал – один из лучших для пространственного математического моделирования с детьми.

«Узелки» – пространственное моделирование на базе материалов, допускающих непрерывные деформации «Узелки», представляют собой рамку, состоящую из двух частей: закрепленные узелки-образцы и шнурочки для самостоятельного моделирования и конструирования узелков. Игровая задача «Узелков» – моделирование аналога заданной фигуры – узелка – по образцу или памяти.

Пространственное моделирование на базе оригами. Классическое оригами не предусматривает использования разрезов и склеиваний при моделировании изделий.

Часто на практических работах по математике, на занятиях внеурочной деятельности «Занимательная математика» проходит защита мини-проектов «Плоскостное моделирование» с применением ранее полученных знаний. Цель данной работы – помочь учащимся в исследовании многоугольников, конструировании и сравнительного анализа их свойств, что позволит плавно перейти к практической части «Объемное моделирование», цель которого – исследование многогранников, тесно переплетается с программой предмета «Геометрия» в старших классах, где есть практические работы по ознакомлению с моделями многогранников: показ и пересчитывание вершин, ребер и граней многогранника; склеивание моделей многогранников по их разверткам; сопоставление фигур и разверток: сравнение углов наложением, выбор фигуры по данной развертке, самопроверка.

Младшие школьники, моделируя, обретают навыки самостоятельного нахождения путей решения проблемы, умение анализировать, сравнивать, обобщать, расширяют кругозор, развивают интеллект, а самое главное, повышается мотивация к обучению и проявляются коммуникативные умения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безумова, О. Л. Построение логической составляющей пропедевтического курса геометрии / О. Л. Безумова. – Минск : БГПУ, 2004. – 18 с.

2. Гальперин, П. Я. Зависимость обучения от типа ориентировочной деятельности / П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1968. – С. 3–16.

3. Гальперин, П. Я. Формирование умственных действий и понятий / П. Я. Гальперин – М. : Изд-во Моск. гос. ун-та им. М. В. Ломоносова, 1965. – 51 с.

4. Пышкало, А. М. Методика обучения элементам геометрии в начальных классах. / А. М. Пышкало – М. : Просвещение, 1973. – 208 с.

5. Пышкало, А. М. Развитие геометрического мышления / А. М. Пышкало – М. : Просвещение, 1973. – 208 с.

6. Салмина, Н. Г. Знак и символ в обучении / Н. Г. Салмина – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1988. – 288 с.

7. Савин, А. П. Энциклопедический словарь юного математика / А. П. Савин. – М. : Педагогика, 2006. – 450 с.

8. Рудницкая, В. Н. Математика 1–4 класс. / В. Н. Рудницкая, Т. В. Юдачева – М. : Вентана-граф, 2018. – 160 с.

Н. П. САМОСЮК
ГУО «Средняя школа № 7 г. Бреста» (Брест, Беларусь)

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ ЧИТАТЕЛЬСКОЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Особое место среди метапредметных учебных действий занимает чтение и работа с информацией. Сегодня чтение, наряду с письмом и владением компьютером, относится к базовым умениям, которые позволяют продуктивно работать и свободно общаться с разными людьми. Чтение является универсальным навыком: это то, чему учат, и то, посредством чего учатся. Но в наш век новых информационных технологий роль книги изменилась, любовь к чтению отошла на второй план. Дети предпочитают книге телевидение, видеопродукцию, компьютер, и, как результат, школьники не любят, не хотят читать.

Словосочетание «читательская грамотность» появилось в контексте международного тестирования в 1991 г. В исследовании PISA «читательская грамотность – способность человека понимать и использовать письменные тексты, размышлять о них и заниматься чтением для того, чтобы достигать своих целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни».

На уроках математики зачастую низкая успеваемость учащихся связана с отсутствием у них читательской грамотности. Дети не умеют ориентироваться в учебнике. Не умеют в тексте выделить главное. Возникает вопрос: можно ли это как-то изменить?

Если цель школьного обучения – формирование успешности каждого ученика, то формирование читательской грамотности – это основной ресурс в формировании успешного человека, умеющего добывать самостоятельно новые знания и применять их в разнообразной деятельности. «Все, чего я достиг в жизни, стало возможным, благодаря книге» (Ричард Бах).

Для формирования читательской грамотности на уроках математики существуют стратегии работы с текстом, техники активно-продуктивного чтения и алгоритмы работы с несплошными текстами.

Стратегии работы с текстом – «это закономерность в принятии решений в ходе познавательной деятельности. Одинаковый способ работы с материалом при изменении самого материала, набор действий, которые использует учащийся для совершенствования обучения, повышения его эффективности и результативности. В случае успеха учащийся запоминает способ, переносит его в другие ситуации, делает универсальным». В отечественной и зарубежной лингводидактике есть ряд наработок по формированию различных читательских стратегий, освоение которых значительно улучшит качество обработки прочитанного текста. Владение стратегиями происходит преимущественно в группах или парах, что позволяет выработать у учеников не только речевую, но и коммуникативную компетентность. Техники активно-продуктивного чтения основаны на естественной возможности детей быстро усваивать большие порции информации, это ряд технологических приемов, направленных на активизацию мыслительной деятельности учеников. На уроке ребятам представляется целый комплекс учебных задач, сочетающих в себе приемы всех уровней. Результатом такой работы является ученический продукт в виде выполненных заданий, составленных учеником собственных конструкций.

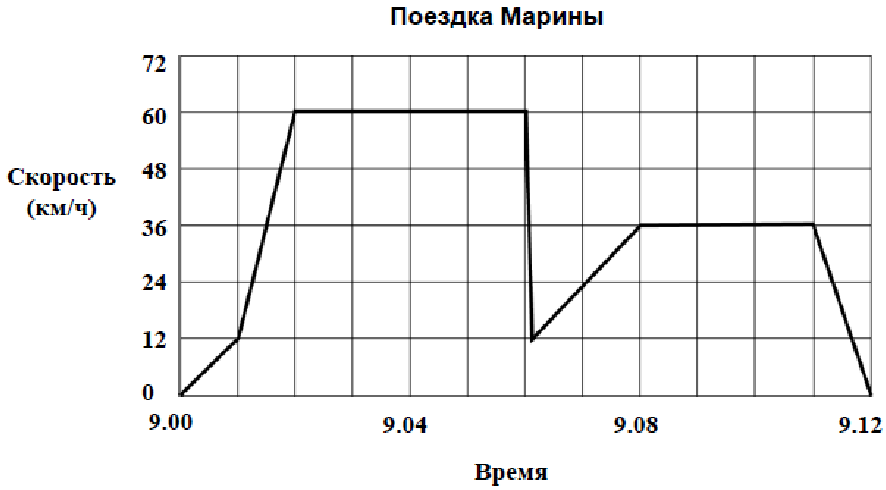
На уроках математики учащиеся не столько сталкиваются с текстами книг (сплошными текстами), сколько им приходится работать с несплошными текстами: формулами, диаграммами, таблицами, графиками, картинками. И здесь на помощь приходят алгоритмы работы с несплошными текстами – наиболее сложный вид работы. Алгоритм – это четкая последовательность действий с информацией, направленная на достижение поставленной цели или решение задачи. Для каждой формулы, диаграммы, графика учитель подбирает ряд вопросов. Например:

1. Как называется формула?
2. Что представлено в диаграмме?
3. График какой зависимости вы видите на рисунке?
4. Какую закономерность(закономерности) вы наблюдаете при выводе той или иной формулы?
5. Предложите свое объяснение выявленным закономерностям.
6. Какое практическое значение имеют эти данные?

Задача. Поездка на машине.

Марина отправилась покататься на своей машине. Во время поездки дорогу перед машиной перебежала кошка. Марина резко нажала на тормоз и сумела объехать кошку. Взволнованная этим происшествием, Марина решила вернуться домой.

На приведенном ниже графике упрощенно представлена скорость машины во время поездки.



Вопросы, предлагаемые учителем:

1. Какова наибольшая скорость машины во время поездки?

2. Сколько было времени, когда Марина нажала на тормоз, чтобы не переехать кошку?

3. Было ли расстояние, которое проехала Марина, возвращаясь домой, короче, чем расстояние, которое она проехала от дома до того места, где случилось происшествие с кошкой? Ответ объясните, используя информацию, представленную на графике.

М. А. СЕЛЮЖИЦКАЯ
ГУО «Средняя школа № 1 г. Пинска» (Пинск, Беларусь)

ТЕХНОЛОГИИ РАБОТЫ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

Одаренные дети – «ведущие маяки», которые организуют обучение. Работа с этими детьми требует использования разных форм и методов обучения, в основе которых организующее обучение. Его суть заключается в большом уровне самостоятельности обучаемых, в много вариантности нетрадиционных форм урока, в сильной постоянной, эмоциональной поддержке обучающихся со стороны учителя.

На своих уроках мы используем сочетание различных подходов к обучению одаренных детей. Системный, деятельностный подход (чем больше делаешь, тем больше развиваешься) реализуется через работу в парах «сильный и слабый», «сильный и сильный». Благодаря поисковой деятельности, учащиеся приобретают новые знания. Разноуровневый подход реализуется нами на этапе решения новых заданий и при выполнении домашних работ.

Часто при работе с одаренными детьми используем индивидуальную технологию обучения. Преобретение новых знаний учащиеся проводят самостоятельно. Работая в группах, они обучают своих одноклассников, выступают в роли консультантов, и передают им полученные знания. Так как на уроках много времени уходит на обучение слабых и средних учеников, то на курсах по выбору работа ориентирована в основном на сильного ученика, здесь в роли консультанта выступает сам учитель. Предлагаем задания разного характера и степени сложности, поиск решения заданий самим ребятам. При решении трудных задач поощряется правильная идея решения. Очень полезно на примере одной задачи рассмотреть различные формы, приемы и методы решения, поэтому необходимо отвести время для размышлений, а затем сравнить полученные решения с разных точек зрения: стандартность и оригинальность, объем вычислительной и объяснительной работы. Регулярный и систематический анализ ошибок и неудач – это тоже важный элемент в работе с учениками.

Обучение одаренных детей должно быть построено таким образом, чтобы в его процессе учащийся, получая знания, удивлялся и восхищался мудростью тех, кто принес людям эти знания, чтобы ученик, по существу, оценивал смысл и значение приобретаемых знаний. Каждый учитель на своих уроках хотел бы видеть заинтересованных, готовых к сотрудничеству детей. При этом все прекрасно понимают, что возникновение интереса учащихся к математике зависит в большей степени от методики преподавания, от того, насколько умело педагог построит их совместную учебную работу. Мы стремимся к тому, чтобы на занятиях каждый учащийся работал активно и увлеченно.

Процесс обучения математике не может быть эффективным без постоянной обратной связи (ученик – учитель), позволяющей учителю получать информацию об уровнях усвоения учебного материала, о знаниях, умениях и навыках учащихся, о возникающих у них трудностях.

Наряду с традиционными формами обучения предмету используем тестовую технологию и можем сказать, что она позволяет активизировать учебный процесс, повысить познавательный интерес учащихся к предмету.

Цель тестирования – научить школьников правильно мыслить, осуществлять получение достоверной и объективной информации об уровне подготовленности учащихся, независимо от программ, технологий и методик обучения. По мнению российского педагога-психолога П. П. Блонского, огромная заслуга тестов состоит в том, что они позволяют обычный ответ ученика «Так мне кажется» заменить словами «Я это знаю» или «Я это не знаю».

Тестирование, проводимое с помощью компьютера, имеет ряд преимуществ по сравнению с его проведением на бумажных носителях. Во-первых, полностью исчезает субъективность в оценке знаний учащихся, во-вторых, при автоматизированном тестировании обработка результатов производится в считанные секунды (это делает компьютер), что позволяет ликвидировать пробелы в знаниях прямо на уроке (в случае применения обучающих тестов или тестов для текущего контроля). В-третьих, практически сразу выдается статистика – процент усвоения материала отдельным учеником или классом в целом, что является необходимым при итоговом контроле. Мы считаем, что применение тестовых форм обучения позволяет учителю осуществлять обратную связь и использовать ее для того, чтобы выяснить, достигнута цель обучения или нет. Для организации тестов не требуется много времени, но они играют определенную положительную роль в процессе обучения, развития, воспитания. Кроме того, тесты способствуют развитию логического мышления учащихся, улучшают память.

Электронный вариант тестирования особенно привлекателен, так как позволяет получать результаты сразу по завершении теста. Компьютерное тестирование дает возможность разнообразить использование педагогических тестов в плане реализации индивидуального подхода и дифференциации в обучении. К тому же учащимся нравится работать с компьютерными тестами.

На своих уроках мы используем тестовую технологию на протяжении трех лет. С процедурой и техникой выполнения тестовых заданий, с построением вопросов и ответов, критериями оценки мы знакомим учащихся в 5 классе. Первоначально составляем тесты, которые учащиеся выполняют на листах, тесты в форме математических диктантов, тестовые задания для устной разминки. При составлении компьютерных тестов предлагаем учащимся задания в случайном порядке во избежание списывания. Если тест обучающий, то при выполнении компьютерного теста даем возможность учащемуся смотреть инструкцию, получать в процессе тестирования информацию о правильности выполнения заданий и количестве набранных баллов, выбирать порядок выполнения заданий, а также после завершения теста ознакомиться со своими ошибками, правильными решениями и ответами. В тесте контролирующего характера данные возможности тестирующих программ чаще всего не используем. Как правило, на уроке изучения нового материала в конце урока предлагаем тест обучающего характера, затем проводим вместе с учащимися анализ выполненного теста.

Для поддержания интереса у учащихся, периодически на учебных занятиях предлагаем логические тесты. К логическим тестам относятся упражнения, содержащие некоторый «секрет». После выявления «секрета» решения первого задания ученикам необходимо использовать метод полной аналогии для решения следующего задания теста. Отвечая на вопросы тестирования, учащиеся постоянно обращаются к теоретическому материалу, к таблицам и формулам. Таким образом, можно сделать вывод, что данная технология развивает и закрепляет навыки работы с теоретическим материалом.

Учитель должен повышать уровень знаний одаренных детей, вдохновить тех, кто не хочет учиться, создавать ситуацию успеха для каждого ребенка, развивать при этом их индивидуальные способности.

Н. В. ФИЛИПСКАЯ
ГУО «Средняя школа № 14 г. Пинска» (Пинск, Беларусь)

К ВОПРОСУ О НЕСТАНДАРТНЫХ ПОДХОДАХ К РЕШЕНИЮ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В последнее время часто говорят о практическом применении математических знаний. Например, какая польза от изучения иррациональных уравнений?

Но к решению иррациональных уравнений приводят многие задачи физики, химии, биологии, социологии и экологии.

Зачастую, видя сложное иррациональное уравнение в заданиях централизованного тестирования (ЦТ), на репетиторских сайтах и в социальных группах для подготовки к ЦТ, в олимпиадных заданиях университетов и заданиях различных этапов республиканской олимпиады, можно прийти в недоумение. Рассматриваемые на уроках классические методы решения приводят к громоздким вычислениям, но не приводят к решению уравнения. Тогда возможно использование и таких подходов, которые не изучаются в общеобразовательной школе. Иногда на первый взгляд нерешаемое уравнение красиво и быстро можно решить, используя нестандартный подход. К таким методам можно отнести использование свойств функций:

А. *Монотонность функций.*

Основан на свойствах монотонных на своей области определения функций: если левая и правая части уравнения – монотонные функции, то на области допустимых значений (ОДЗ) уравнение имеет не более одного корня, который иногда можно угадать.

1. Решить уравнение $\sqrt{7x+9}+\sqrt{15x+1}=9-\sqrt{2x-1}.$

При возведении в квадрат (трижды) получится уравнение 4-й степени. Заметим, что если левая часть уравнения – возрастающая функция, правая часть – убывающая функция, то на ОДЗ уравнение имеет не более одного корня, то есть $x=1$.

Ответ: 1.

Б. *Из теории функциональных уравнений.*

2. Решить уравнение $\sqrt{1+\sqrt{1+x}}=x$.

При возведении в степень получится уравнение 4-й степени, пусть f (x) = $\sqrt{1+x}$, тогда оно имеет вид f(f(x)) = x.

Теорема. Если f(x) – возрастающая, то уравнение f(f(x)) = x равносильно уравнению f(x)= x.

Тогда достаточно решить $\sqrt{1+x}=x$.

Ответ: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

3. Решить уравнение $x^3+1=2\sqrt[3]{2x-1}$.

Выразим $\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2x-1}-1}=x$, пусть $f(x)=\sqrt[3]{2x-1}$, тогда уравнение имеет вид f(f(x)) = x, значит, равносильно уравнению $\sqrt[3]{2x-1}=x$, откуда

$x^3-2x+1=0$, тогда x = *1*, $x=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$, $x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Ответ: 1, $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$, $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

4. Решить уравнение $\sqrt{5+\sqrt{5+\sqrt{\ldots+\sqrt{5+x}}}}=x$, где квадратный корень берется n раз (n ≥1).

Из условия следует, что $x>0$, пусть $f(x)=\sqrt{5+x}$, тогда уравнение имеет вид $\underbrace{\mathrm{f}(\mathrm{f}(\ldots(\mathrm{f}\ (x))\ldots))}_{n\text{ раз}} = x$ (обобщим вышеприведенную теорему),

значит,оно равносильно уравнению $\sqrt{5+x}=x$, откуда $x=\frac{\sqrt{21}+1}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{21}+1}{2}$.

5. Решить уравнение

$$(2x+1)(1+\sqrt{(2x+1)^2+7})+x(1+\sqrt{x^2+7})=0.$$

Запишем в виде

$$(2x+1)(1+\sqrt{(2x+1)^2+7})=-x(1+\sqrt{(-x)^2+7}).$$

Это уравнение имеет вид f(g(x)) = f(h(x)), то есть оно равносильно уравнению g(x) = h(x). Значит, $2x+1=-x$; откуда $x=-\frac{1}{3}$.

Ответ: $-\frac{1}{3}$.

В. *Метод мажорант* основан на том, что множество значений некоторых функций ограничено. При использовании *метода мажорант* мы выявляем точки ограниченности функции, то есть в каких пределах изменяется данная функция, а затем используем эту информацию для решения уравнения. Мажоранты многих элементарных функций нетрудно указать, так как известны области значений функций.

6. Решить уравнение $\frac{1}{\sqrt{x^2-4x+5}}+\frac{1}{\sqrt{x^2-4x+29}}=\frac{7}{5}$.

Поскольку дискриминант каждого квадратного трехчлена, стоящего под знаком арифметического квадратного корня, отрицателен, то при любых значениях переменной x они принимают только положительные значения (коэффициент при x^2 положителен). Перепишем условие в виде:

$$\frac{1}{\sqrt{(x-1)^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{(x-2)^2+25}}=\frac{7}{5}.$$

Тогда $\frac{1}{\sqrt{(x-2)^2+1}}\le 1$; $\frac{1}{\sqrt{(x-2)^2+25}}\le\frac{1}{5}$; причем знак равенства достигается только в случае x = 2, в остальных случаях сумма дробей в левой части уравнения окажется меньше числа $\frac{7}{5}$. Значит, дробь $\frac{7}{5}$ является мажорантой для функции *f(x)*= $\frac{1}{\sqrt{x^2-4x+5}}+\frac{1}{\sqrt{x^2-4x+29}}$.

Ответ: 2.

Практическая значимость описанных методов состоит в том, что они позволят повысить уровень знаний, развить более высокий уровень математической интуиции, получить импульс для развития логики и принесут пользу одаренному учащемуся, старшекласснику, абитуриенту, учителю, студенту.

Приведенные подходы открывают возможности и для дальнейшего применения рассмотренных методов решения не только иррациональных, но и тригонометрических, логарифмических, показательных и комбинированных уравнений, систем уравнений, а также для решения неравенств и их доказательства.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берколайко, С. Т. Использование неравенства Коши при решении задач / С. Т. Берколайко. – М. : Квант, 1975. – № 4. – С. 15.

2. Айзенштайн, Я. И. Доказательство неравенств методом математической индукции / Я. И. Айзенштайн. – М., 1976. – № 2. – С. 89.

3. Егоров, А. Ж. Иррациональные уравнения / А. Егоров, Ж. Раббот. – М. : Квант, 2002. – № 5. – С. 45.

4. Супрун, В. П. Математика для старшеклассников. Нестандартные методы решения задач / В. П. Супрун. – М : КД «Либроком», 2009. – 196 с.

5. Кушнир, А. И. Шедевры школьной математики. / А. И. Кушнир. – Киев : Астарт. Книга 1. 1995. – 576 с.

6. Семенов, А. Л. 3000 задач с ответами по математике / А. Л. Семенов – М. : Экзамен, 2014. – 528 с.

СЕКЦИЯ 3
РАЗРАБОТКА НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ В УСЛОВИЯХ ВУЗА

А. А. КУЛЬГОВЕНЯ, Н. Н. СЕНДЕР
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОИЗВОДНЫХ

В приложениях математики к решению конкретных задач приходится иметь дело с величинами, числовые значения которых получают путем измерений и, следовательно, точное их значение неизвестно. Если исходные данные содержат погрешности измерений, то применение точных методов нецелесообразно. Часто имеют место задачи, в которых надо оценить приближенно значение функции. Причем приближенные значения имеют не случайный характер, а закономерный.

Поэтому умение проводить приближенную оценку является необходимым условием и важным элементом математической культуры. Во многих задачах используют для приближенного вычисления значений величин приближенное равенство приращения функции и ее дифференциала. Отсюда появляется необходимость познакомить учащихся с методами приближенного вычисления. Покажем, на чем основан один из приближенных методов вычисления функции.

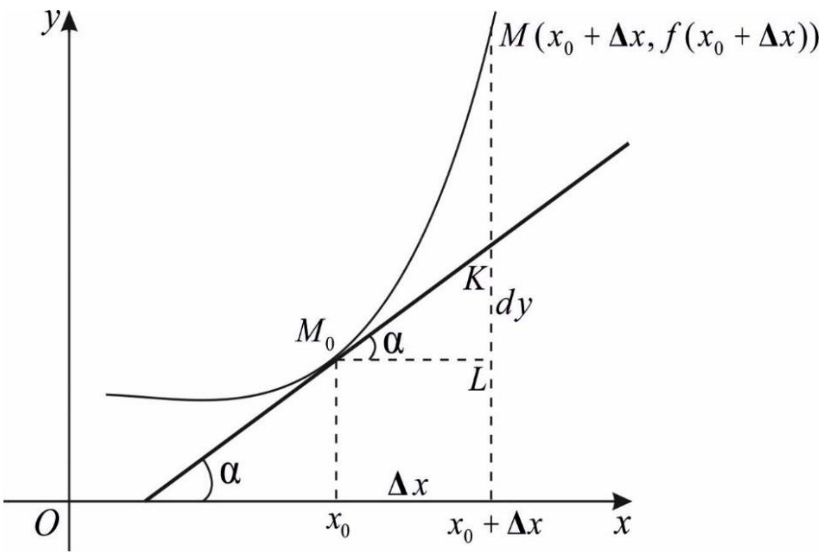


Рисунок 1. – Дифференциал и его приращение

Из рисунка видно, что приращение функции $\Delta f\left(x_0\right)= = f\left(x_0+\Delta x\right)-f\left(x_0\right)$ в точке x_0 (отрезок ML) при малых Δx приближенно рано дифференциалу функции $df\left(x_0\right)=f'\left(x_0\right)dx$ (отрезок KL), т. е.

$$\Delta f\left(x_0\right)\approx df\left(x_0\right) \text{ или } f\left(x_0+\Delta x\right)\approx f\left(x_0\right)+df\left(x_0\right). \qquad (1)$$

Можно показать, что абсолютная ошибка при использовании формулы (1) не превышает

$$\overline{\Delta}=\frac{M}{2}\left(\Delta x\right)^2, \qquad (2)$$

где M – наибольшее значение $\left|f''(x)\right|$ на отрезке $\left[x_0, x_0+\Delta x\right]$.

Пример 1. Пользуясь формулой (1), найти значение $\cos 61^\circ$.

◄ Рассмотрим функцию $f\left(x\right)=\cos x$. Примем за $x_0=60^\circ=\dfrac{\pi}{3}$ радиан. Тогда $\Delta x=1^\circ=\pi/180^\circ\approx 0{,}01745$. $f'\left(x\right)=-\sin x, df(x)=-\sin x\cdot\Delta x$. Имеем:

$$\cos 61^\circ\approx\cos 60^\circ\cdot\sin 60^\circ\cdot 0{,}01745=0{,}5-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 0{,}01745\approx 0{,}5-0{,}86603\cdot 0{,}01745\approx$$
$$\approx 0{,}5-0{,}0151=0{,}4849.$$

Оценим погрешность на отрезке $\left[\dfrac{\pi}{3};\dfrac{61^\circ\pi}{180^\circ}\right]$.

$$f''\left(x\right)=\left(f'\left(x\right)\right)'=\left(-\sin x\right)'=-\cos x,\ \left|f''\left(x\right)\right|=\left|-\cos x\right|=\cos x\le\frac{1}{2},$$

$$x\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{61^0\pi}{180^0}\right]. \text{ Тогда } \overline{\Delta}=\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{\pi}{180}\right)^2\le\frac{1}{4}\left(0{,}01745\right)^2<0{,}0001.$$

Вывод: $\cos 61^\circ\approx 0{,}4849$ с точностью 10^{-4}. ►

Пример 2. Вычислить приближенно объем сферического слоя, если известно, что радиус внутренней поверхности $R=0{,}5\,м$, а толщина равна $0{,}1\,м$.

◄ Объем шара $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$. Объем сферического слоя есть приращение объема шара, вызванное изменением радиуса от $0{,}5\,м$ до $0{,}6\,м$. Приращение объема шара заменяем дифференциалом $dV=V'(R)dR$:

$$\Delta V\approx dV=\frac{4}{3}\pi 3R^2dR=4\pi R^2dR.$$

Подставим числовые значения $R=0{,}5$ $dR=0{,}1$. Имеем

$$\Delta V\approx 4\cdot 3{,}14\cdot 0{,}25\cdot 0{,}01=0{,}314\ (м^3). ►$$

С. С. МАТАШУК, Н. Н. СЕНДЕР
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОИЗВОДНОЙ

Математический анализ имеет прикладной характер и используется для решения различных задач физики, химии, биологии, экономики и других задач. Часто имеют место задачи, в которых надо найти значения величины, которая является параметром. Причем методов нахождения параметра в литературе встречается достаточно много.

Поэтому умение решать задачи с параметрами является необходимым условием и важным элементом математической культуры. Эти умения необходимы будущему технику, экономисту, инженеру, физику и др. Отсюда появляется необходимость познакомить учащихся с методами решения задач с параметрами. Покажем на примере решение задачи с параметром с использованием производной.

Пример 1. Определить, при каких значениях параметра a уравнение $2x^3-3x^2-36x+a-3=0$ имеет ровно два корня.

◄ Представим данное уравнение в виде равенства двух функций.

$$f(x)=2x^3-3x^2-36x-3 \text{ и } \varphi(x)=-a.$$

Исследуем функцию $f(x)=2x^3-3x^2-36x-3$ при помощи производной и построим схематически ее график.

1. Функция дифференцируема при любом $x\in R$ как целая рациональная функция.

2. Функция не является периодической.

3. Функция не является четной и не является нечетной, т. к. для любого x

$$f(-x)=2(-x)^3-3(-x)^2-36(-x)-3=-2x^3-3x^2+36x-3,$$

$$f(-x)\neq f(x),\ f(-x)\neq -f(x).$$

4. Найдем точку пересечения графика с осью ординат $x=0,\ y=-3.$

5. Вертикальных асимптот график функции не имеет, так как она всюду непрерывна. Невертикальных асимптот график функции также не имеет, так как при $x\to\infty$ угловой коэффициент

$$k=\lim_{x\to\infty}x^3\left(2-\frac{3}{x}-\frac{36}{x^2}-\frac{3}{x^3}\right)=\infty.$$

6. Найдем критические точки функции, ее промежутки возрастания и убывания, экстремумы. $f'(x)=6x^2-6x-36.$ Следовательно, $f'(x)=0$ в точках $x=-2, x=3,$ которые являются критическими. Найдем вторую производную: $f''(x)=12x-6.$ Определим знаки второй производной в стационарных точках. Имеем

$$f''(x)<0, \text{ следовательно, } x=-2 \text{ есть точка максимума;}$$

$$f''(x)>0, \text{ следовательно, } x=3 \text{ есть точка минимума.}$$

$$f(-2)=41, \; f(3)=-84.$$

7. Исследуем функцию на выпуклость. Заметим, что $f''(x)=0$ лишь при $x=\frac{1}{2}.$ Так как в интервале $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ имеем $f''(x)<0,$ то на этом интервале функция выпукла вверх; так как на промежутке $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ имеем $f''(x)>0,$ то на этом промежутке функция выпукла вниз, а $x=\frac{1}{2}$ – точка перегиба. Воспользовавшись полученными результатами, построим график функции $f(x)=2x^3-3x^2-36x-3.$

График функции $\varphi(x)=-a$ есть прямая, параллельная оси абсцисс и проходящая через точку с координатами $(0,-a).$ Графики имеют две общие точки при $-a=41,$ т. е. $a=-41$ и $-a=-84,$ т. е. $a=84.$ Таким образом, данное уравнение имеет ровно два различных корня при $a=-41$ и $a=84$ (рисунок).

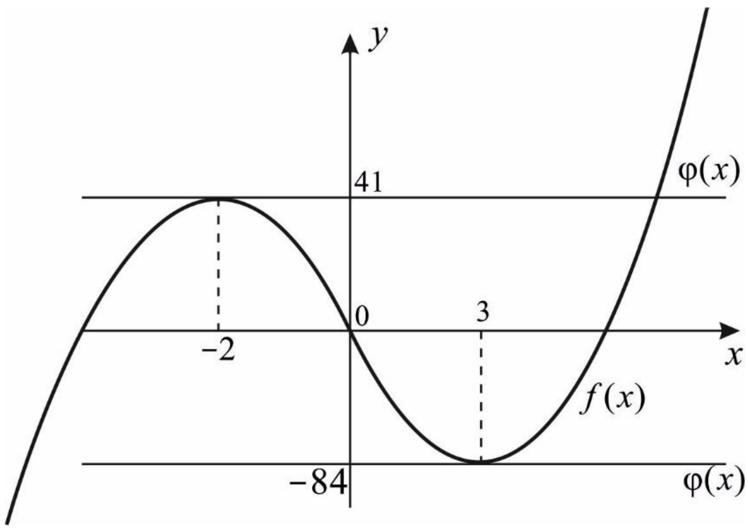


Рисунок 1 – График функции

О. Н. ПИРЮТКО, И. Н. ГУЛО
БГПУ имени М. Танка (Минск, Беларусь)

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАНИЯ В ТЕСТАХ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ТВОРЧЕСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ

Формирование компетенций как результат освоения учебной дисциплины остается актуальной задачей школьного математического образования, однако направленность обучающихся на подготовку к централизованному тестированию ориентирует их во многом на усвоение базовых алгоритмов для выполнения традиционных заданий. Возникает проблема, как организовать деятельность по формированию творческих компетенций учащихся, совместив ее с уже традиционной подготовкой к выполнению тестовых заданий. Отметим, что среди различных подходов к определению творческих компетенций актуальным для математической деятельности учащихся будет следующее определение, предложенное в [1].

Творческие компетенции:

– способность отыскивать причины тех или иных явлений, находить неизвестные связи известных величин, новые подходы к известным проблемам, выявлять возможности практического применения закономерностей известных дисциплин в нетрадиционных ситуациях;

– способность решать нестандартные задачи, в том числе из областей, внешне далеких от изучаемой области знаний;

– способность выявлять основные противоречия в изучаемой области; ставить новые задачи и проблемы.

Это определение соответствует понятию математической компетенции, что позволяет решать задачи формирования математической и творческих компетенций в их взаимосвязи.

Математическая компетенция – это способность структурировать данные, вычленять математические отношения, создавать математическую модель ситуации, анализировать и преобразовывать ее, интерпретировать полученные результаты [2].

Рассмотрим возможности содержания математического анализа в соответствии с действующей программой для использования тестовых заданий как средства формирования исследовательских умений и расширения их творческих возможностей.

Традиционно одна из основных целей изучения в школе понятия производной состоит в его применении к исследованию функций, но задания на исследования функций отличаются стандартной формой предъявления. В заданиях требуется найти производную, найти критические точки, найти промежутки монотонности, найти точки экстремума, построить график функции. Для выполнения таких заданий требуется лишь знание алгоритмов. Предлагаем примеры нескольких тестовых заданий, которые позволяют расширить функции тестовых заданий, ориентируя их на формирование и применение творческих компетенций.

1. Умение находить причины тех или иных явлений.

Задание 1. При решении задачи «Чему равен тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной к графику функции $f(x)=\frac{1}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=0,2$?» учащийся получил следующие ответы:

а) $f'(x)=\left(\frac{1}{x}\right)'=\frac{1}{x^2}$, $f'(0,2)=25$;

б) $f'(x)=\left(\frac{1}{x}\right)'=-x^2$, $f'(0,2)=-0,04$;

в) $f'(x)=\left(\frac{1}{x}\right)'=-x$, $f'(0,2)=-0,2$;

г) $f'(x)=\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$, $f'(0,2)=-4$.

Укажите, в каком из ответов ошибка состоит в неверном применении правила нахождения производной в точке.

Задание 2. При вычислении производных учащийся получил следующие ответы:

а) $(3x-1)'=2$;

б) $(-3+5x)'=-3$;

в) $(-3x+3)'=0$;

г) $3'=3$.

Укажите, в каком из ответов ошибка состоит в неверном определении параметров линейной функции.

2. Находить неизвестные связи известных величин, новые подходы к известным проблемам.

Задание 3. Производная функции $y=f(x)$ обращается в ноль в четырех точках. Верно ли, что:

а) функция $y=f(x)$ имеет четыре точки экстремума;

б) функция $y=f(x)$ имеет не менее трех точек экстремума;

в) функция $y=f(x)$ имеет не менее двух точек экстремума;

г) функция $y=f(x)$ может не иметь экстремумов?

Задание 4. Производная функции $y = f(x)$ обращается в ноль в двух точках отрезка [a; b]. Верно ли, что:

а) функция $y = f(x)$ имеет наибольшее значение в одной из этих точек;

б) функция $y = f(x)$ имеет наименьше значение в одной из этих точек;

в) функция $y = f(x)$ имеет в одной из этих точек наибольшее значение, а в другой – наименьшее;

г) функция $y = f(x)$ может иметь в одной из этих точек наибольшее значение?

3. Умение решать нестандартные задачи.

При выполнении задания «Решить уравнение $\frac{5x}{\sqrt{x^2+9}} + 5x = 24$ с помощью производной функции» учащийся выполнил следующие действия:

1. Записал данное уравнение в виде $\frac{5x}{\sqrt{x^2+9}} + 5x - 24 = 0$.

2. Рассмотрел функцию $f(x) = \frac{5x}{\sqrt{x^2+9}} + 5x - 24$.

3. Исследовал функцию на D(f) = R:

$$f'(x) = \frac{45 + 5\left(x^2+9\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(x^2+9\right)^{\frac{3}{2}}},\ \frac{45 + 5\left(x^2+9\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(x^2+9\right)^{\frac{3}{2}}} > 0 \Rightarrow f'(x) > 0.$$

Значит, функция $f(x)$ возрастает на всей области определения, и поэтому уравнение $\frac{5x}{\sqrt{x^2+9}} + 5x = 24$ имеет не более одного корня.

Какое действие ему нужно сделать, чтобы получить ответ:

а) преобразовать данное уравнение;

б) найти нули функции;

в) найти с помощью вычислений корень уравнения;

г) ограничиться выводом в конце решения?

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коломиец, С. М. Творческие компетенции студентов социально-экономических специальностей : монография. / С. М. Коломиец. – М. : Перо, 2010. – 181 с.

2. Денищева, Л. О. Проверка компетентности выпускников средней школы при оценке образовательных достижений по математике / Л. О. Денищева, Ю. А. Глазков, К. А. Краснянская // Математика в шк. – 2008. − № 6. – С. 20–22.

Л. Л. ТУХОЛКО
БГПУ имени Максима Танка (Минск, Беларусь)

ОРГАНИЗАЦИЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «КОНКУРСНЫЕ И ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ» ПРИ ОБУЧЕНИИ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ БГПУ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ «МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»

Учебной программой по курсу «Элементарная математика и практикум по решению задач» для студентов, обучающихся в БГПУ по специальности «Математика и информатика», на изучение темы «Конкурсные и олимпиадные задачи» отводится 8 лекционных часов и 24 часа практических занятий в шестом семестре. Эти часы составляют 11 % всех аудиторных занятий по указанной дисциплине и приходятся на окончание ее изучения.

Отметим, что в курсе «Методика преподавания математики» вопрос о работе с одаренными учащимися рассматривается в рамках изучения темы «Организация исследовательской деятельности учащихся, подготовка к участию в научно-исследовательской работе, математических турнирах различного уровня», на изучение которой отводится 2 часа в четвертом семестре, поэтому основная нагрузка по подготовке студентов к работе с одаренными учащимися ложится на курс элементарной математики, в котором нужно рассмотреть как математические, так и методические аспекты решения этой проблемы.

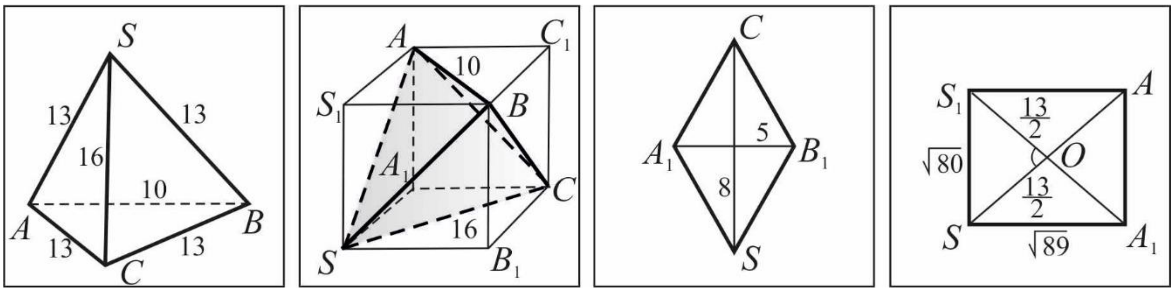
В ходе лекционных занятий, посвященных изучению эвристических методов и приемов поиска способов решения задач, наряду с приемами ослабления некоторых условий, рассмотрения предельных случаев, динамизации объектов, переформулирования геометрической задачи в физическую, алгебраической – в геометрическую, студентам предлагаются задачи, в которых для поиска способа решения применяются приемы доконструирования, переконструирования и реконструирования опорной геометрической конструкции [1]. Рассмотрим пример задачи, при решении которой можно продемонстрировать последний из перечисленных приемов.

Задача. $SABC$ – треугольная пирамида, у которой $AB = 10$, $SC = 16$, а каждое из четырех остальных ребер равно 13. Найдите: а) расстояние между прямыми AB и SC; б) объем пирамиды $SABC$; в) угол между прямыми AS и BC.

Решение:

1. Рассмотрим данную треугольную пирамиду в контексте параллелепипеда $SA_1CB_1S_1AC_1B$ (рисунок 1, а, б): скрещивающиеся ребра пирамиды являются диагоналями его противолежащих граней (реконструируем опорную конструкцию «треугольная пирамида в контексте параллелепипеда»,

описанную И. Ф. Шарыгиным в пособии [2]). Заметим, что этот параллелепипед прямой ($AS = BC = A_1S_1$, $SB = AC = S_1B_1$) и его основанием является ромб ($SB_1 = CB_1$ как проекции равных наклонных BS и BC к плоскости A_1CB_1).



а *б* *в* *г*

Рисунок 1 – Иллюстрация к задаче, демонстрирующей прием реконструирования опорной геометрической конструкции

2. а) Расстояние $d(AB,SC)=d(AC_1B,A_1CB_1)=BB_1$. В ΔSBB_1 ($\angle B_1 = 90°$, $SB = 13$, $SB_1 = \sqrt{5^2+8^2}=\sqrt{89}$, рис. 1, в) катет $BB_1 = \sqrt{SB^2-SB_1^{\,2}}=\sqrt{13^2-\left(\sqrt{89}\right)^2}=4\sqrt{5}$.

б) Объем $V_{SABC}=\dfrac{1}{3}V_{SA_1CB_1S_1AC_1B}=\dfrac{1}{3}S_{SA_1CB_1}\cdot BB_1=\dfrac{1}{6}\cdot SC\cdot A_1B_1\cdot BB_1=$

$=\dfrac{1}{6}\cdot 16\cdot 10\cdot 4\sqrt{5}=\dfrac{320\sqrt{5}}{3}$.

в) $\angle(AS,BC)=\angle(AS,A_1S_1)=\angle SOS_1$, где $O = SA\cap S_1A_1$.

В ΔSOS_1 $SO = S_1O = \dfrac{13}{2}$, $SS_1=\sqrt{80}$, (рисунок 1, г) по теореме косину-

сов $SS_1^2 = 2SO^2 - 2\,SO^2\cos\angle SOS_1$, значит, $\cos\angle SOS_1 = 1-\dfrac{SS_1^{\,2}}{2SO^2}=\dfrac{9}{169}$, тогда $\angle(AS,BC)=\arccos\dfrac{9}{169}$.

Ответ: а) $4\sqrt{5}$; б) $\dfrac{320\sqrt{5}}{3}$; в) $\arccos\dfrac{9}{169}$.

Часть практических занятий отводится на отработку рассмотренных методов и приемов поиска способов решения задач, а вторая часть занятий посвящается изучению различных видов олимпиадных задач, связанных с использованием специальных методов и математических фактов, которые, как правило, не рассматриваются на уроках математики в школе: «Инварианты», «Раскраски, замощения», «Принцип Дирихле», «Логические задачи», «Комбинаторные задачи. Графы», «Игры, стратегии», «Диофантовы уравнения», «Разрезания и перекраивания».

Организуется эта часть практических занятий следующим образом: группа студентов разбивается на подгруппы по 2–3 человека в соответствии с перечисленными темами; каждая подгруппа подготавливает и проводит полноценное занятие, включающее этапы мотивации, изучения, закрепления нового материала и выдачи домашнего задания (диагностическая работа проводится на следующем занятии после проверки правильности выполнения домашнего задания).

Подготовка к занятиям предполагает разработку и согласование с преподавателем конспекта занятия, содержащего теоретический материал, примеры задач для 5–9 классов с решениями и домашнее задание, а также презентации и диагностические работы в четырех вариантах. Проверку диагностических работ осуществляют сами студенты в срок до следующего занятия (учитывая, что экзамен по элементарной математике сдан студентами в предыдущем семестре, полученные отметки не влияют на их рейтинг, но являются прекрасным мотивационным средством). Все материалы сдаются в электронном виде преподавателю, рецензируются, систематизируются, архивируются и возвращаются студентам в качестве вклада в «фонд учебных материалов», которым они смогут воспользоваться в своей будущей профессиональной деятельности.

Практика проведения практических занятий в такой форме показывает, что студенты проявляют ответственность и интерес к участию в них, а также заинтересованность в овладении учебным материалом. Они получают дополнительную возможность приобретения педагогического опыта, а также комплекс учебных материалов для проведения занятий по подготовке учащихся к олимпиадам.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тухолко, Л. Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии : монография / Л. Л. Тухолко. – Минск : БГПУ, 2019. – 248 с.
2. Шарыгин, И. Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач : учеб. пособие для 11 кл. сред. шк. / И. Ф. Шарыгин, В. И. Голубев. – М. : Просвещение, 1991. – 384 с.

С. М. УДОВЕНКО, Н. Н. СЕНДЕР
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ И ПОСТРОЕНИИ ГРАФИКА ФУНКЦИЙ

Предметом математического анализа является изучение переменных величин и зависимостей между ними. Понятие о функции и о пределе переменной величины составляет основу математического анализа. Ставя перед собой задачу исследовать свойства функций, мы должны уметь строить график функции.

Умение строить графики функции и их читать, т. е. определять промежутки монотонности, экстремальные значения и другие характеристики функции по ее графику, – важный элемент математической культуры. Эти умения необходимы будущему технику, экономисту, инженеру, физику. Во многих задачах график является лишь вспомогательным элементом решения. Отсюда и появляется необходимость познакомить учащихся с полным планом исследования и построения графиков. Общее исследование функций и построение их графиков удобно выполнять по следующей схеме.

Примерный план исследования функции и построения ее графика

1. Нахождение области определения функции.
2. Исследование функции на четность-нечетность.
3. Исследование функции на периодичность.
4. Точки пересечения графика функции с осями координат. Нули функции.
5. Исследование функции на непрерывность. Пределы в бесконечных точках.
6. Интервалы знакопостоянства функции.
7. Асимптоты графика функции.
8. Исследование функции на экстремум и промежутки монотонности.
9. Нахождение множества значений функции.
10. Интервалы выпуклости функции и точки перегиба.

Замечание 1. Порядок пунктов исследования (при необходимости) можно менять. Например, когда (пункт 8) получается, что наша функция строго монотонная в своей области определения допускает разбиение на конечное число промежутков, на каждом из которых функция возрастает или убывает, то наша функция непериодическая.

Замечание 2. Если исследование в некоторой точке слишком громоздко или его практически точно нельзя выполнить, то такая точка исследования опускается или применяются приближенные методы, например при нахождении нулей функции $f(x)=\dfrac{x^3-x+1}{x^2}$.

Пример. Исследовать функцию $f(x)=\dfrac{x^3-x+1}{x^2}$ и построить ее график.

1. $D(f)=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

2. Функция ни четная, ни нечетная.

3. Точки пересечения с осями координат:

а) с Oy – нет $(x\neq 0)$;

б) с Ox – $x_0\approx -1{,}3$ – ноль функции (можно использовать графический метод и теоремы Больцано – Коши).

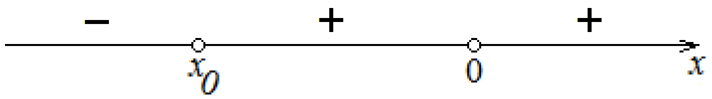
4. Функция непрерывна в своей области определения как дробно-рациональная.

$x=0$ – точка разрыва второго рода, так как

$$f(-0)=\lim_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\frac{x^3-x+1}{x^2}=+\infty=f(+0),$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3-x+1}{x^2}=-\infty;\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-x+1}{x^2}=+\infty.$$

4. Интервалы знакопостоянства функции (метод интервалов):



$f(x)>0$, если $x\in(x_0,0)$ или $x\in(0,+\infty)$,

$f(x)<0$, если $x\in(-\infty,x_0)$.

6. Асимптоты.

$x=0$ – вертикальная асимптота.

$\dfrac{x^3-x+1}{x^2}=x+\dfrac{-x+1}{x^2}$. Значит, $y=x$ – наклонная асимптота.

7. Исследование на монотонность и экстремум.

$$y'=\left(x-\frac{x-1}{x^2}\right)'=1-\frac{2-x}{x^3}=\frac{x^3+x-2}{x^3};\ x^3+x-2=0\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2+x+2\right)=0.$$

$$y''=2\frac{3-x}{x^4},\ \text{причем}\ y''\big|_{x=1}>0.$$

Значит, $x=1$ – точка минимума, $y_{\min}(1)=1$.

На промежутках $(-\infty, 0)$ и $(1, +\infty)$ функция возрастает (по знаку $(f'(x))$, а на промежутке (0; 1) – убывает.

8. Функция непериодическая, так как она строго кусочно-монотонная в своей области определения.

9. Множество значений функции. На промежутке $(-\infty, 0)$ функция непрерывна, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, а $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x) = +\infty$, значит, $E(f) = R$.

10. Интервалы выпуклости и точки перегиба.

$y'' = 2\dfrac{3-x}{x^4}$; $y'' = 0$ при $x = 3$.

Находим (методом интервалов) интервалы знакопостоянства y'':

$(-\infty, 0)$, $(0, 3)$ – интервалы строгой выпуклости вниз;

$(3, +\infty)$ – интервалы строгой выпуклости вверх.

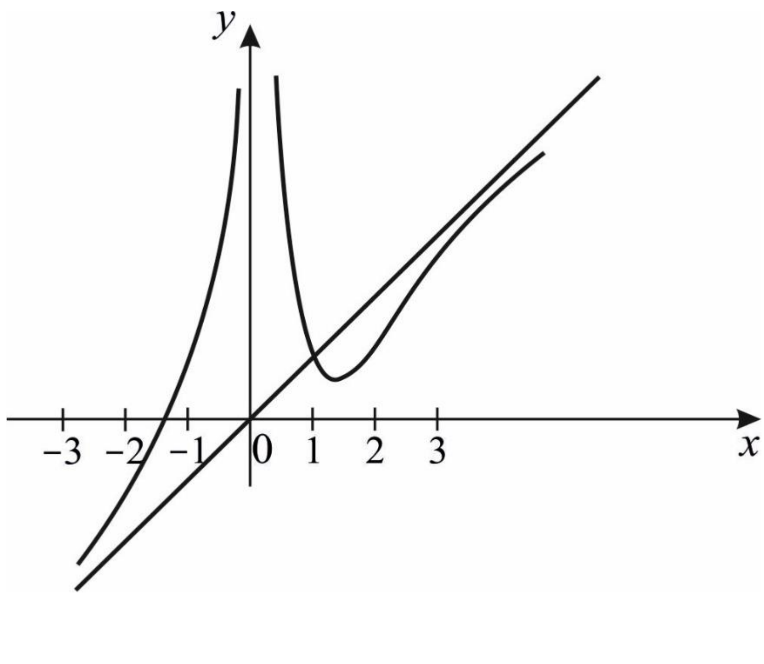
$x = 3$ – точка перегиба, $f(3) = \dfrac{26}{9}$.

Далее будем строить график функции в следующем порядке.

1. Строим асимптоты.

2. Наносим точки экстремума, перегиба, точки пересечения с осями координат.

3. При необходимости находим другие точки графика функции. Например: а) $x = 2$, $y = 7/4$; б) $x = 0{,}5$, $y = 1{,}5$; в) $x = -1$, $y = 1$; г) $x = -2$, $y = -5/4$.



СЕКЦИЯ 4
ПРОБЛЕМЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ГОТОВНОСТИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

В. В. БОРГАРДТ[1], М. Н. БОРГАРДТ[2]
[1]МБОУ «СШ № 30 имени С. А. Железнова» (Смоленск, Россия)
[2]Санкт-Петербургский государственный университет (Санкт-Петербург, Россия)

ЭТИКЕТ СЕТЕВОГО ОБЩЕНИЯ УЧИТЕЛЕЙ, ОБУЧАЮЩИХСЯ, РОДИТЕЛЕЙ В РАМКАХ ДИСТАНЦИОННОГО И ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ

В настоящее время огромное значение приобретает дистанционное и электронное обучение и самообучение. Это предполагает активное сетевое общение между учителями, обучающимися и их родителями. Эффективными инструментами обеспечения интерактивного диалога могут стать электронная почта, мессенджеры, социальные сети, видеоконференции, форумы, чаты, блоги, мультимедийные обучающие программы, тематические сайты, электронные образовательные платформы. Для повышения продуктивности учебного процесса необходимо организовать работу по заранее оговоренным правилам.

Правила деловой электронной переписки:

- приветствовать в начале письма;
- ставить подпись в конце письма;
- не допускать орфографические и пунктуационные ошибки;
- не отправлять рабочие письма в нерабочее время;
- не прикреплять тяжелые файлы;
- не путать кнопки «Ответить» и «Ответить всем»;
- не присылать рабочие документы в мессенджерах;
- обязательно в письмах указывать тему сообщения.

Правила группового общения на форумах, в группах в социальных сетях:

- быть вежливым;
- обращаться к незнакомцам «на вы»;
- не использовать бранную лексику;
- не добавлять людей в группы без их согласия;
- говорить только по заданной теме, иначе вы отнимаете время;
- не спамить (то есть не публиковать нежелательные рекламные сообщения);
- не переходить на личности в спорах и дискуссиях [1].

Правила оформления сообщений:

– старайтесь делать свои записи удобочитаемыми, трудночитаемую запись либо проигнорируют, либо отнесутся к ней отрицательно;

– не стоит без необходимости писать на транслите или заменять буквы похожими символами;

– не следует набирать целые слова прописными или заглавными буквами (тем более чередовать регистр), а также ставить большое количество знаков препинания и смайликов подряд;

– длинный текст должен быть разделен на абзацы;

– несоблюдение языковых норм также нередко приводит к предвзятому отношению;

– не следует использовать не принятый в сообществе сленг и вставлять в текст иностранные слова, что вносит неудобство для читателей, может ввести их в заблуждение и вызвать непонимание того, о чем идет речь в сообщении [2].

При дистанционной работе учителю важно иметь оперативную связь с коллегами, учащимися и их родителями для оказания всесторонней поддержки и помощи. При этом не следует забывать о принципах сетевого этикета, сформулированных еще в конце XX века Вирджинией Ши:

1. Помните, что вы говорите с человеком.
2. Придерживайтесь тех же стандартов, что и в реальной жизни.
3. Помните, где вы находитесь в киберпространстве.
4. Уважайте время и возможности других.
5. Сохраняйте лицо.
6. Помогайте другим там, где вы это можете делать.
7. Не ввязывайтесь в конфликты и не допускайте их.
8. Уважайте право на частную переписку.
9. Не злоупотребляйте своими возможностями.
10. Учитесь прощать другим их ошибки [3].

Новые информационные технологии открывают совершенно иные возможности в системе обучения и воспитания. Дистанционное обучение приводит к более демократичным отношениям ученика и преподавателя, предполагает индивидуальный подход, возможность возвращаться к пройденному материалу многократно. Но, что самое главное, возникает принципиально новый источник информации, фактически безграничный – это мировые интернет-ресурсы.

Правила этикета не являются всеобщими и жестко установленными – в разных сообществах они могут значительно различаться. Так как основная цель этикета состоит в том, чтобы не затруднять общение в сообществе, правила могут устанавливаться исходя из целей сообщества, принятого стиля общения, технических ограничений и т. д. Некоторые правила прописаны и даже оформляются в виде формального устава, а иногда и просто в виде списка.

Люди, привыкшие к правилам одного сетевого сообщества, могут невольно нарушить правила другого, поэтому, организуя интернет-сообщества молодежи и взрослых, необходимо устанавливать приемлемые универсальные правила.

Таким образом, сетевой этикет нужен всем учителям, ученикам, родителям для того, чтобы:

– не нарушить закон (соблюдая этику, мы соблюдаем закон);

– установить диалог и организовать эффективную коммуникацию (уважительное общение укрепляет связи);

– иметь в Сети репутацию медиаграмотного человека.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукинова, О. В. Цифровой этикет. Как не бесить друг друга в Интернете / О. В. Лукинова – М. : Эксмо, 2020. – 240 с.

2. Сетевой этикет [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Сетевой_этикет. – Дата доступа: 25.03.2020.

3. Леонтьев, В. П. Большая энциклопедия компьютера и Интернета / В. П. Леонтьев. – М. : ОЛМА-ПРЕСС Образование, 2005. – 1104 с.

Е. П. ГРИНЬКО, Т. М. МАТМУРАДОВ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

О ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5 КЛАССА

Цель данного исследования – изучить теоретические основы логических задач и разработать конспекты для внеклассных занятий с учащимися 5 класса. Приведем пример разработки одного из внеклассных занятий для пятиклассников.

Задача 1. Суммарный возраст членов семьи из 4 человек равняется 68, а 4 года назад равнялся 53. Сколько лет младшему члену семьи?

Ответ. Младшему – три года. Суммарный возраст четырех членов семьи равен 68 годам, а четыре года назад он был 53 года. Проверим, сколько членов семьи было четыре года назад, для этого попробуем вычесть из текущей суммы четыре года на каждого члена семьи, то есть 68 – 4 × 4 = 56, что меньше, чем надо в условии. Значит четыре года назад было три члена семьи, 68 – 4 × 3 = 56, 56 – общий возраст членов семьи 4 года назад плюс возраст нового члена семьи.

Задача 2. Ты берешь в долг у мамы 25 руб. и у папы 25 руб. Всего у тебя 50 руб. В магазине тратишь 45 руб. По дороге домой даешь в долг подруге 3 руб. У тебя остается 2 руб. Приходишь домой, отдаешь папе 1 руб. и маме 1 руб. Теперь им должен по 24 руб. В итоге, 24 + 24 = 48 и 3 руб. отдадут долг, получается 51 руб. Откуда взялся рубль, если у тебя было 50?

Ответ. Нельзя складывать то, что должен ты, с тем, что должны тебе, так как эти 3 руб. уже входят в долг родителям.

Задача 3. Скалолаз стоит на верхушке гладкой крутой скалы высотой 100 м. На высоте 50 м есть уступ, на котором можно сделать промежуточную остановку. У скалолаза есть веревка длиной 75 м. Как он спустится со скалы?

Ответ. Необходимо сделать так: режем веревку на два куска – 25 м и 50 м. Дальше 25-метровую веревку закрепляем за верхушку и делаем петлю на конце. После этого просовываем один конец 50-метровой веревки и связываем со вторым концом. В сумме у нас выйдет 50 м, это то, что нужно, чтобы добраться до уступа, а спустившись на уступ, подтягиваем место связки 50-метровой веревки, развязываем, закрепляем за уступ и спускаемся.

Задача 4. Два города, *A* и *B*, находятся на расстоянии 30 км один от другого. Из этих городов одновременно выходят друг другу навстречу два пешехода и двигаются, не останавливаясь, со скоростью 5 км/ч. Но вместе с первым пешеходом из города *A* вылетает муха, которая пролетает за час 10 км. Муха перегоняет первого пешехода и летит навстречу другому, который вышел из *B*. Встретив его, она сразу поворачивается назад к пешеходу из *A*. Встретив его, снова летит назад навстречу пешеходу из *B*, и так продолжала она свои полеты вперед и назад до тех пор, пока пешеходы не встретились. Тогда она успокоилась и села одному из пешеходов на шляпу. Сколько километров пролетела муха?

Ответ. Поскольку скорость мухи в два раза больше скорости одного пешехода, то она пролетит то расстояние, которое пройдут два пешехода вместе до встречи, то есть 30 км.

Е. П. ГРИНЬКО, К. В. МЯЛИК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

О РАЗВИТИИ ЛОГИКО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В 5 КЛАССЕ

Цель нашего исследования – изучение теоретических основ и разработка методики развития логико-алгоритмического мышления учащихся в 5 классе.

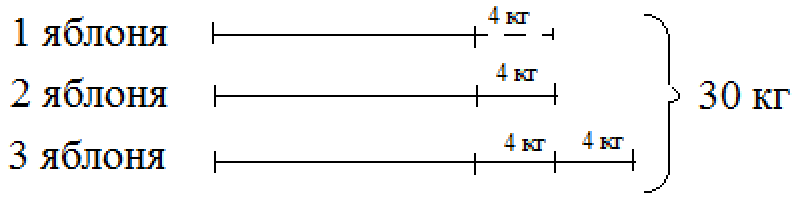
Развитие мышления детей рассматривается в фундаментальных трудах психологов Л. С. Выготского, С. Л. Рубинштейна и др. Вопросам развития алгоритмического мышления посвящены работы Ш. А. Амонашвили, А. М. Матюшкина, И. Я. Лернера. Близкие алгоритмическому типы мышления (логическое, логико-алгоритмическое и др.) исследованы П. Я. Гальпериным, Д. Н. Богоявленским, Н. Ф. Талызиной, Д. Б. Элькониным, В. В. Давыдовым. В современной методике обучения математике проблеме формирования алгоритмического мышления уделяется внимание в работах М. И. Моро, Г. В. Бельтюковой, А. А. Столяра, Н. Б. Истоминой, Л. Г. Петерсон и др.

Проблема формирования и развития логико-алгоритмического мышления учащихся достаточно актуальна. Необходимость ее решения диктуется условиями современного этапа развития науки и общества. Важнейшей задачей математического образования является вооружение учащихся общими приемами мышления, развитие способности понимать смысл поставленной задачи, умения логично рассуждать.

В процессе обучения математике в 5 классе много времени отводится на решение текстовых задач. Задачи служат не только средством формирования многих математических понятий, но и средством формирования умений строить математические модели реальных явлений, а также мощным средством развития логико-алгоритмического мышления обучающихся.

Задача. С трех яблонь собрали 30 кг яблок. С первой яблони собрали на 4 кг меньше, чем со второй, а с третьей яблони на 4 кг больше, чем со второй. Сколько килограммов яблок собрали с каждой яблони?

Решение.



1. 30 : 3 = 10 (кг) – столько яблок собрали со второй яблони.
2. 10 + 4 = 14 (кг) – столько яблок собрали с третьей яблони.
3. 10 – 4 = 6 (кг) – столько яблок собрали с первой яблони.

Ответ: 6 кг, 10 кг, 14 кг.

Практическая ценность проведенного исследования в том, что нами подготовлена система текстовых задач, направленных на развитие логико-алгоритмического мышления школьников, которую можно использовать на уроках математики.

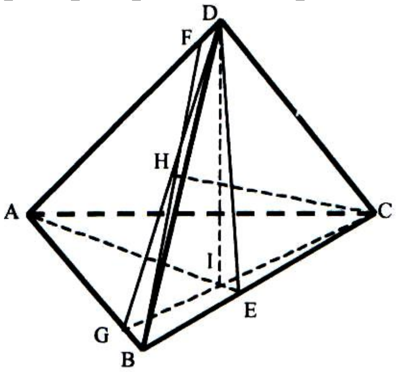
Е. П. ГРИНЬКО, А. А. ОСОЧУК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ В 11 КЛАССЕ

Цель данного исследования – изучить теоретические основы проблемного обучения и научиться применять их при обучении учащихся в 11 классе.

Нами разработаны уроки математики с использованием методов проблемного обучения, сформулирована система вопросов, позволяющих подвести учащихся к «открытиям». Процесс проблемного обучения сводим к следующим основным этапам: возникновение (постановка) проблемной ситуации; осознание сущности затруднения (противоречия) и постановка проблемы (формулировка проблемной задачи); поиск способа решения проблемной задачи путем итерации догадок, гипотез и т. п. с попыткой соответствующего обоснования; доказательство гипотезы; проверка правильности решения задачи.

Задача. Докажите, что если одна из высот тетраэдра проходит через точку пересечения высот противоположной грани, то и остальные высоты этого тетраэдра проходят через точки пересечения высот противоположных граней.



Решение. Пусть DI – высота, опущенная на грань ABC, I – ортоцентр грани ABC. По теореме о трех перпендикулярах имеем $BC \perp DE$, следовательно, $BC \perp AED$, поэтому $BC \perp AD$. Аналогично показывается, что и другие противоположные ребра тетраэдра попарно перпендикулярны. Далее, так как $DCG \perp AB$, то $ADB \perp DCG$. Если проведем из точки C высоту CH на грань ABD, то $CH \perp DCG$, $H \in DG$ Убедимся в том, что H – ортоцентр треугольника ABD. Достаточно показать, что $BH \perp AD$. Так как плоскость BFC содержит CH – перпендикуляр к плоскости ABD, то $ABD \perp BFC$. $CH \perp ABD$; BC – наклонная к плоскости ABD; BH – ее проекция. Прямая AD лежит в плоскости ABD и $AD \perp BC$, поэтому $AD \perp BH$ (теорема о трех перпендикулярах). Таким образом, точка H – ортоцентр грани ABD.

Главные цели проблемного обучения, которые достигают на уроках математики развитие мышления и способностей учащихся, развитие творческих умений, усвоение учащимися знаний, умений и добытых в ходе активного поиска и самостоятельного решения проблем. В результате эти знания, умения более прочные, чем при традиционном обучении; воспитание активной, творческой личности учащегося, умеющего видеть, ставить и разрешать нестандартные проблемы.

Е. П. ГРИНЬКО, А. А. ПУГАЧЕВА
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

Роль индуктивных выводов в экспериментальных науках очень велика. Они дают те положения, из которых потом путем дедукции делаются дальнейшие умозаключения. И хотя теоретическая механика основывается на трех законах движения Ньютона, сами эти законы явились результатом глубокого продумывания опытных данных, в частности законов движения планет Кеплера, выведенных им при обработке многолетних наблюдений датского астронома Тихо Браге. Наблюдение, индукция оказываются полезными и в дальнейшем для уточнения сделанных предположений [1]. Метод математической индукции можно сравнить с прогрессом. Мы начинаем с низшего, в результате логического мышления приходим к высшему. Человек всегда стремился к прогрессу, к умению развивать свою мысль логически, а значит, сама природа предначертала ему размышлять индуктивно. Хотя и выросла область применения метода математической индукции, в школьной программе ему отводится мало времени. Изучив метод математической индукции, учащиеся повысят свои знания по математике, а также научатся решать задачи, которые раньше были им не под силу. Решение таких задач становится занимательным занятием и может привлечь в математические лабиринты все новых любознательных.

Задача 1. В правильном тетраэдре с ребром, равным 8, отмечены 25 различных точек: 4 вершины и 21 произвольная точка внутри тетраэдра. Никакие 4 отмеченные точки не лежат в одной плоскости. Докажите, что найдется тетраэдр с вершинами в отмеченных точках, объем которого меньше единицы.

Решение. Объем тетраэдра с ребром 8 равен $128\sqrt{2}/3,$ поскольку этот тетраэдр получается, если взять не соединенные ребром вершины куба с ребром $4\sqrt{2}$. Заметим, что $128\sqrt{2}/3 < 64,$ значит, если удастся тетраэдр разрезать на 64 тетраэдра с вершинами в отмеченных точках, то один из тетраэдров разбиения будет иметь объем меньше 1. Докажем, что если внутри тетраэдра выбраны k точек так, что если добавить к ним 4 вершины тетраэдра, то среди полученных $k + 4$ точек никакие 4 не лежат в одной плоскости, тогда тетраэдр можно разрезать на $3k + 1$ тетраэдр с вершинами в выбранных точках.

Индукция по k. При $k = 0$ считаем, что тетраэдр разбит на один тетраэдр – самого себя. Пусть для k доказано, докажем для $k + 1$. Возьмем любые k из внутренних точек, по предположению индукции разобьем тетраэдр. Теперь добавим последнюю точку и посмотрим, внутрь какого тетраэдра разбиения она попала. Этот тетраэдр разобьем на четыре, каждый из которых образован новой точкой и гранью разбиваемого тетраэдра. Разбитый тетраэдр заменим в разбиении четырьмя новыми, число тетраэдров в разбиении выросло на 3 (4 добавили, 1 убрали). Итак, при $k = 21$ имеем разбиение на 64 тетраэдра, что и требовалось.

Задача 2. Докажите, что при любом натуральном n число $2^{3n} + 1$ делится на 3^{n+1} и не делится на 3^{n+2}.

Решение. Введем обозначение: $a_i = 2^{3i} + 1$. При $n = 1$ имеем $a_1 = 2^3 + 1 = 9$. Итак, a_1 делится на 3^2 и не делится на 3^3. Пусть при $n = k$ число a_k делится на 3^{k+1} и не делится на 3^{k+2}, то есть $a_k = 2^{3k} + 1 = 3^{k+1}\cdot m$, где m не делится на 3. Тогда $a_{k+1} = 2^{3k+1} + 1 = (2^{3k})^3 + 1 = (2^{3k} + 1)(2^{3k\cdot 2} - 2^{3k} +$ $+ 1) = 3^{k+1}\cdot m\cdot((2^{3k} + 1)^2 - 3\cdot 2^{3k}) = 3^{k+1}\cdot m\cdot((3^{k+1}\cdot m)^2 - 3\cdot 2^{3k}) =$ $= 3^{k+2}\cdot m\cdot(3^{2k+1}\cdot m^2 - 2^{3k})$.

Очевидно, что a_{k+1} делится на 3^{k+2} и не делится на 3^{k+3}. Следовательно, утверждение доказано для любого натурального n.

Задача 3. Докажите, что любое натуральное число, отличное от 1, можно представить в виде произведения простых множителей.

Решение. Доказательство будет основано на том факте, что наименьший из всех делителей, которые есть у числа (но отличный от 1), является простым числом. Докажем это утверждение. Рассмотрим наименьший (отличный от 1) из всех делителей, которые есть у натурального числа $n > 1$. Обозначим его через m, покажем, что это число простое. Если это число составное, то у него есть разложение $m = ab$, где $1 < a, b < m$. То есть у числа n есть делители a и b, которые меньше, чем m. Значит, m – простое число. Теперь покажем, что для $n > 1$ существует разложение на простые. Используем метод математической индукции. Для $n = 2$ это очевидно. Пусть это утверждение доказано для всех натуральных меньших n. Докажем это утверждение для n. Если n – простое число, то мы доказали (само число и есть разложение на простые множители). Тогда предположим, что n составное. Рассмотрим наименьший делитель (p) числа n, отличный от 1. То есть n представимо в виде $n = pk$, где $1 < k < n$. Но для k мы доказали существование разложения на простые множители. То есть и число n раскладывается на простые множители [2].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Метод математической индукции : метод. пособие для учителей и учащихся / авт.-сост. С. А. Николаева. – Ядрин : ООО «АРКА», 2015. – 28 с.
2. Гринько, Е. П. Элементарная математика и практикум по решению задач (методы решения олимпиадных задач) : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2019. – Ч. 1. – 184 с.

Ж. В. ИВАНОВА, Т. Л. СУРИН
ВГУ имени П. М. Машерова (Витебск, Беларусь)

О ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

В настоящее время состояние производства, ускоряющийся научно-технический прогресс повлияли на требования, предъявляемые к специалистам, занятым в различных областях экономики, науки, образования. Современный специалист должен не только быть грамотным и ответственным исполнителем, выполняющим распоряжения руководства, но и уметь принимать самостоятельные решения, иметь навыки решения нестандартных прикладных задач. Одним из основных направлений государственной политики Республики Беларусь является «поддержка одаренной, талантливой, перспективной и обладающей лидерскими качествами молодежи, вовлечение ее в фундаментальные и прикладные исследования» [1].

Однако воспитание молодежи, удовлетворяющей таким требованиям, под силу только разносторонне образованным, творчески мыслящим педагогам. Поэтому от современного учителя требуются не только глубокие знания своего предмета, но и способность донести эти знания до учащихся. Хороший учитель должен уметь заинтересовать учеников своим предметом, развить их творческий потенциал. В связи с этим с особой остротой стоит вопрос подготовки высококвалифицированных учителей математики, креативных, умеющих решать задачи любой степени сложности, любящих свою профессию.

Воспитание таких качеств у будущего учителя математики невозможно без глубокого знания специальных дисциплин, среди которых одной из важнейших является математический анализ. При этом на занятиях должно не только уделяться внимание изучению данных предметов, но и прослеживаться их профессиональная направленность. Это повышает заинтересованность студентов, убеждает их в важности данных дисциплин.

Преподавание курса «Математический анализ» на факультете математики и информационных технологий Витебского государственного университета имени П. М. Машерова строится таким образом, чтобы добиться более вдумчивого отношения студентов к изучению дисциплины, понимания того, что полученные знания необходимы в будущей профессиональной деятельности. Материал, изучаемый в рамках дисциплины «Математический анализ», тесно связан со школьным курсом математики. Особенно важными для будущих учителей являются такие темы, как «Числовые множества. Числовые последовательности», «Понятие функции и ее свойства», «Предел и непрерывность функций», «Производная». При изучении этих тем преподаватель обязательно обращает внимание на связь рассматриваемого материала со школьным курсом математики. В задания для практических занятий и домашней работы, включаются задачи, которые можно использовать как на уроках математики, так и при проведении факультативных занятий, подготовке к олимпиадам.

Например, при изучении темы «Основные теоремы о непрерывных функциях» студентам может быть предложена следующая задача.

Дано уравнение

$$(x-a)(x-b)+(x-a)(x-c)+(x-b)(x-c)=0,$$

где $a<b<c$. Доказать, что уравнение имеет два корня x_1 и x_2 таких, что $a<x_1<b<x_2<c$.

Для того чтобы помочь студентам более глубоко изучить материал, разработаны индивидуальные домашние задания, в которых содержится материал различного уровня сложности. Задания включают как стандартные задачи на решение уравнений и неравенств с модулями, нахождение области определения функции, пределов функций, так и более сложные: исследование функций на непрерывность, исследование функций с помощью производных и построение графиков функций, решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функций. Для решения задач второй группы требуется не только овладение основными умениями и навыками, но и способность логически мыслить, анализировать полученные результаты, делать выводы. Кроме того, индивидуальные домашние задания содержат задачи повышенной сложности, которые решаются по желанию наиболее сильными студентами. Задания содержат материал, который можно использовать на уроках математики, на факультативных занятиях, при подготовке школьников к участию в математических олимпиадах.

На занятиях по математическому анализу большое внимание уделяется организации процесса обучения таким образом, чтобы будущие учителя научились грамотно отвечать на поставленные вопросы, анализировать и систематизировать полученные знания, доступно излагать их. На практических занятиях обязательно отводится время для устного опроса, в процессе которого проверяется знание теоретического материала по теме занятия. Решаются задачи, в которых требуется доказать то или иное утверждение. В середине семестра проводится коллоквиум по теоретическому материалу, на котором проверяется степень усвоения знаний и умение применять эти знания. Таким образом, удается добиться того, что студенты не заучивают материал, а пытаются в нем разобраться, применить на практике.

Большое внимание уделяется вовлечению одаренных студентов в научно-исследовательскую деятельность и олимпиадное движение.

С первого курса лучшие студенты факультета принимают участие в математических олимпиадах, проводимых в рамках недели факультета. Это дает возможность больше заинтересовать студентов предметами математического цикла, развить их навыки решения нестандартных задач, побуждает их к более глубокому изучению теоретического материала. Студенты, показавшие лучшие результаты, отбираются для участия в республиканской олимпиаде по математике. Преподавателями факультета проводятся регулярные занятия по подготовке студентов к олимпиадам.

Начиная со 2 курса студенты привлекаются к участию в научных конференциях, к работе научных кружков. Результаты научно-исследовательской деятельности находят отражение в материалах конференций, научных статьях.

Большая работа по подготовке студентов к работе с одаренными детьми проводится в рамках написания курсовых и дипломных работ. Уже сам процесс выполнения таких работ требует умения систематизировать материал, применять знания, полученные в процессе обучения. В работах, относящихся к области методики преподавания математики, студенты создают электронные курсы лекций, подбирают задания для практических занятий, разрабатывают тесты. Такая работа требует не только знания соответствующего предмета, но и языков программирования, знания компьютерных технологий. Обычно преподаватель требует, чтобы практические задания, а также тесты содержали нестандартные задачи. В дальнейшем такие задания будущие учителя смогут использовать в своей профессиональной деятельности.

Таким образом, процесс обучения в вузе строится так, чтобы подготовить высококвалифицированных специалистов, способных к работе со всеми категориями учащихся, в том числе и нестандартно мыслящими, одаренными детьми. При этом проводится работа по выявлению уже на первых курсах способных студентов, привлечению их к научно-исследовательской работе, что позволит подготовить кадры для высшей школы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Программа социально-экономического развития Республики Беларусь на 2016–2020 годы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.pravo.by/document/?guid=3871&p0=P31600466. – Дата доступа: 04.04.2020.

Ю. А. ИВАНОВ
ГУО «Брестский областной институт развития образования» (Брест, Беларусь)

ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ГОТОВНОСТЬ ПЕДАГОГА К ВОСПИТАНИЮ ТВОРЧЕСКОЙ ЛИЧНОСТИ ШКОЛЬНИКА

В основополагающих документах об образовании [1; 2] целью воспитания является формирование разносторонне развитой, нравственно зрелой, творческой личности обучающегося. В настоящее время понятие «творческая личность» широко представлено в педагогической теории и практике. Однако для профессиональной подготовки педагога требуется глубокое понимание содержания, путей и способов воспитания творческой личности.

Потребность в творчестве является родовым свойством человека. Она или гасится, или максимально развивается в процессе обучения и воспитания. Поэтому учебно-воспитательные программы дошкольного, школьного и вузовского образования должны строиться с учетом возможности развития потребности к творчеству и творческих способностей.

Сегодня творческость личности понимается как способность к преобразованию не только внешнего, но и своего внутреннего мира, т. е. к самосозиданию. Известный польский кинорежиссер К. Занусси в одном из интервью заявил: «Я бы не говорил, что мне важно искать самого себя, я сказал бы: “Мне надо творить самого себя”. Выбор человека – это творчество. Я – это то, что я выбрал. А не то, что я есть изначально, потому что, изначально я – ноль» [3, с. 3].

Обладая свободой выбора цели, средств и способов деятельности, личность получает возможность многообразно взаимодействовать с объектами внешнего мира, что влечет за собой создание множества разнообразных образов и их комбинаций в сознании. Творческая деятельность всегда связана с отбором образов и выбором их комбинаций. Значит, неотъемлемым качеством творческой личности является способность делать выбор, ибо в творческом процессе выбор начинается с целеполагания, выдвижения гипотез, продолжается в отборе средств достижения и проверки и заканчивается критическим отбором результатов деятельности.

Таким образом, чтобы взрастить творческую личность, человека надо поместить в ситуацию выбора. Поэтому школьное воспитание должно быть пронизано возможностью выбора, начиная с выбора цели деятельности восприятия нового материала, кончая выбором при сдаче материала учителю и решении задач. Но есть одно принципиально важное обстоятельство, которое в практической педагогике существенно сужает возможности включения школьников в подлинно созидательную и, следовательно, самосозидательную деятельность. Как известно, в деятельности выделяют цель, средства, процесс, результат. Обратимся только к целевому компоненту. Дело в том, что подлинно творческой деятельности субъектом выбора, постановки цели является сам творец. В нашем же педагогическом процессе учащиеся, как правило, лишены такой возможности. Цель им навязывается извне учителем, и это приводит зачастую к безразличному отношению к учебно-познавательной и другим видам деятельности, а порой и к отвращению к ней. В. А. Петровский писал: «Если я беру готовую цель напрокат, то при этом создаю лишь условие, лишь предпосылку развития. Это усложнение, обогащение, “обеспечение” моей личности, – называйте, как хотите, – только не развитие в собственном и точном смысле этого слова. Развитие – это самодвижение, когда источник, двигатель находится внутри» [4, с. 498].

Вместе с тем, чтобы будущий учитель смог работать в парадигме выбора, он должен в процессе учебы в высшем учебном заведении пройти школу выбора. Начнем с поступления в вуз. В процессе тестирования выбор ограничивается выбором ответа. Более того, тестирование никак не отражает творческий потенциал абитуриента. Даже тестирование интеллекта во многих случаях характеризует определенный уровень не столько мышления, сколько знания, а потому часто парадоксальным образом противоречит показаниям тестов, диагностирующих креативность.

Уже отмечалось, что креативность достаточно сложно представить как некоторый образовательный стандарт. Но и имеющиеся стандарты в рамках педагогического образования, мягко говоря, оставляют желать лучшего по многим параметрам. Они существенно разнятся по названию, объему и содержанию для разных педагогических и непедагогических специальностей, тогда как представляется, что обозначенные параметры по общей педагогике должны быть одинаковы для всех специальностей, а отличия должны иметь место только между педагогическими, научными и гуманитарными специальностями. То же касается и учебных планов.

Процесс обучения не предполагает для студента никакого выбора ни по содержанию, ни по форме. Студент находится в так называемой «ответной позиции» (цели задаются преподавателем, активность проявляется по разрешению преподавателя и т. д.), в то время как будущая профессия потребует от него принципиально инициативной позиции. Содержание обучения носит практически только информационный характер. Даже такой творческий продукт? как курсовая работа? для многих студентов объективно ограничен чисто теоретическим, а зачастую просто компиляционным аспектом, так как выполнение ее предусмотрено учебным планом, по большинству специальностей, до первой педагогической практики.

В результате, как показывает педагогическая практика студентов в школе, многие из них (да и из учителей тоже) затрудняются перевести цели образования и воспитания на язык конкретных педагогических ситуаций и задач, не владеют техникой и технологией педагогической деятельности. Профессиональная подготовка учителя до настоящего времени не формирует у него системного видения педагогической деятельности. Поэтому педагогическая практика, к которой готовится студент, распадается для него на ряд слабо связанных друг с другом функциональных деятельностей.

Думается, пришло время внедрять в учебно-воспитательный процесс форму обучения? подобную студийной подготовке актеров. Это снимет противоречие между целостностью содержания профессиональной деятельности педагога и овладением ею студентом вуза через изучение множества учебных дисциплин. Необходимо, чтобы на протяжении всего периода обучения в вузе студент создавал как можно больше образовательных продуктов и научно-исследовательских работ, над которыми он работает самостоятельно при консультирующей роли преподавателя. Тем самым разрешится противоречие между принципиально инициативной в педагогической деятельности позицией учителя и практически полной зависимостью студента от инициативы преподавателя при получении образования в высшей школе. Требуется педагогическая деятельность студента непосредственно в образовательных учреждениях среднего и ниже уровней на протяжении всей учебы в вузе, начиная с первого курса.

Следовательно, для эффективной профессиональной готовности будущих учителей к воспитанию творческой личности школьника необходимо создание технологий подготовки специалистов на основе самостоятельной работы студентов в самом широком смысле.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кодекс Республики Беларусь об образовании. – Минск : Нац. центр правовой информ. Респ. Беларусь, 2011. – 400 с.

2. Концепция непрерывного воспитания детей и учащейся молодежи // Зборнік нарматыўных дакументаў Міністэрства адукацыі Рэспублікі Беларусь. – 2015. – № 19/ – С. 3–41.

3. Аргументы и факты. – 2000. – Август. – № 31.

4. Петровский, В. А. Личность в психологии: парадигма субъективности / В. А. Петровский. – Ростов-н/Д : Феникс, 1996. – 512 с.

Я. И. КАЗАКОВА
МОБУ СОШ № 84 г. Сочи (Сочи, Россия)

ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Успешная педагогическая деятельность не мыслима без творчества. Использование цифровых технологий при обучении математике также можно рассматривать как творческую практику. Избавление от устаревших стереотипов, спрос с себя, усовершенствование собственных знаний, познание технологий являются требованием нынешнего времени. Цифровизация учебного процесса, глобальная сеть, удаленный доступ обучения, мультимедийные технологии, лингафонные кабинеты, интерактивные доски и многие другие нововведения в педагогике являются помощниками в деятельности обучения, образования и воспитания подрастающего поколения [1]. Кроме того, данные новшества способствуют организации самостоятельных действий каждого ученика.

Одним из условий эффективной работы преподавателя математики является применение цифровых образовательных ресурсов (далее – ЦОР). Цифровые образовательные ресурсы – это представленные в цифровой форме фотографии, видеофрагменты, статические и динамические модели, объекты виртуальной реальности и интерактивного моделирования, звукозаписи, символьные объекты и деловая графика, текстовые документы и иные учебные материалы, необходимые для организации учебного процесса [4].

Использование ЦОР при изучении математики в сочетании с традиционными методами обучения позволяет повышать качество усвоения обучающимися нового материала, появляются возможности в формировании специфических заданий с комбинированием традиционных и инновационных форм. На уроке математики ЦОР могут применяться в различных формах: мультимедийные сценарии уроков (презентации); готовые учебные и демонстрационные программы; проектные, исследовательские и внеурочные деятельности; ознакомление с узкоспециализированным математическим программным обеспечением. Однако, прежде чем использовать ЦОР из сети Интернет, необходимо ознакомиться с содержимым коллекций по математике и проанализировать их возможности для учебного материала.

Перечислим основные требования, которые предъявляются к ЦОР:

– соответствовать содержанию учебника, ФГОСам, применяемым программам; [5]

– ставить ориентир на современные формы обучения, обеспечивать высокую интерактивность и мультимедийность;

– обеспечение возможности использования как индивидуальной, так и групповой работы;

– превышать объем соответствующих разделов учебника, не расширяя при этом тематических разделов;

– обеспечение возможности там, где это методически целесообразно, индивидуальной настройки и сохранение промежуточного результата работы;

– иметь удобный, легко воспринимаемый и понятный интерфейс [2].

Применение ЦОР предусматривает владение педагогом проектной методикой, знание компьютера и некоторого программного обеспечения, к примеру Microsoft Office, Mathematica, Mathlab, SPSS Statistics. Учитель, готовя средства ЦОР к урочной деятельности, должен учитывать особенности класса, методику, тему, цель урока. К основным положительным сторонам ЦОР на уроке математики относятся:

– учет индивидуальных и групповых особенностей обучающихся;

– формирование интереса к изучаемой теме и предмету;

– высокая степень наглядности;

– развитие творческих составляющих, дифференциация заданий;

– обеспечение качественного усвоения программного материала;

– разнообразие форм подачи информации, возможность моделирования различных видов объектов и процессов;

– ориентир на современные технологии для будущего профессионального совершенствования. [3]

Таким образом, применяя компьютер и цифровые технологии при обучении математике, педагог может преподносить информацию интересно, объемно, наглядно, а значит, продуктивно.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захарова, И. Г. Информационные технологии в образовании : учеб. пособие для студентов высш. учеб заведений / И. Г. Захарова. – М. : Академия, 2008. – 192 с.

2. Маклаева, Э. В. Организация продуктивной деятельности студентов средствами математики. / Э. В. Маклаева, С. В. Федорова // Синергия. – 2016. – № 2. – С. 27–32.

3. Маховицкая, Н. Е. Эффективность применения новых информационных технологий на уроках математики / Н. Е. Маховицкая // Территория науки. – 2016. – № 4. – С. 49–54.

4. Перепелица, А. Г. Использование цифровых образовательных ресурсов на уроках математики. / А. Г. Перепелица // Ист. и соц.-образоват. мысль. – 2015. – С. 156–159.

5. Сластенин, В. А. Педагогика : учебник / В. А. Сластенин. – М. : Академия, 2019. – 400 с.

С. В. МИКОЛЕНКО, А. В. ХАРЛАМОВА
МБОУ «СОШ № 50 г. Белгорода» (Белгород, Россия)

ПОДГОТОВКА ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ

Современному обществу нужны одаренные дети, и задача общества состоит в том, чтобы рассмотреть и развить способности детей. К сожалению, далеко не каждый ребенок способен развивать свои способности самостоятельно. Одаренных детей надо занимать разными творческими занятиями: олимпиадами, конкурсами, проектами.

Очень многое зависит от семьи и школы. Задача семьи заключается в том, чтобы вовремя увидеть, разглядеть способности ребенка. Школа поддерживает ребенка и развивает его способности, подготавливает почву для того, чтобы эти способности были реализованы ребенком.

Целью работы каждого учителя является создание условий для выявления, поддержки, обучения, воспитания и развития индивидуальных задатков одаренных детей в начальной школе. Из этой цели вытекают следующие задачи:

– изучение психолого-педагогической и научно-методической литературы по работе с одаренными детьми;

– создание системы целенаправленного выявления одаренных и способных детей;

– совершенствование и развитие способностей талантливых детей в урочной и внеурочной деятельности.

Мы должны не забывать, что, как бы ни был одарен ребенок, его необходимо учить и воспитывать, приучать к усидчивости, трудолюбию, самостоятельно принимать решения.

Этапы работы

Математика является основой школьного математического образования, считается одним из важнейших предметов, так как способствуют развитию мышления, интеллектуальных и творческих способностей учащихся, необходимых для успешной социализации и самореализации личности ребенка. Математика как учебная дисциплина дает широкие возможности для работы с талантливыми, одаренными детьми.

Работа учителя с одаренными учениками направлена на углубленное изучение предметов, на развитие интеллектуальных способностей.

1. Олимпиадные задания.

2. Создание проектов: творческих, исследовательских, игровых, информационных, интеллектуальных игр.

3. Конкурсные работы.

Урочную и внеурочную работу нужно строить таким образом, чтобы ребенок мог проявить свои знания и возможности в самых разных сферах деятельности. Учителю необходимо проводить «мозговые штурмы», конкурсы, «блиц-турниры», викторины, соревнования, использовать логические задания, нестандартные задачи, ребусы, где каждый может проявить свои знания и способности.

Важным результатом работы, проводимой с одаренными и способными детьми, считаем высокую мотивацию учебной деятельности, повышение степени самостоятельности учащихся в добывании знаний и совершенствовании умений, развитие навыков работы с научно-популярной, учебной и справочной литературой, развитие творческих способностей учащихся.

В настоящее время создана сеть заочных предметных олимпиад по математике. Участие в заочных олимпиадах муниципального, регионального, всероссийского и международного уровней имеет целый ряд положительных моментов и для ученика, и для родителей, и для учителей:

– создает ситуацию успеха, повышают интерес учащихся к изучению предмета;

– привлекает учащихся с начальных классов к участию в олимпиадах.

Система подготовки участников олимпиад:

− базовая подготовка по предмету;

− подготовка, полученная в рамках системы дополнительного образования (кружки, факультативы,);

− самоподготовка (чтение научно-популярной литературы, самостоятельное решение тестовых заданий, поиск информации в Интернете и т. д.);

− целенаправленная подготовка к участию в определенном этапе соревнования по тому или иному предмету (как правило, такая подготовка осуществляется под руководством учителя, имеющего опыт участия в олимпиадном движении).

Во время подготовки к олимпиаде важно, чтобы олимпиада не воспринималась как разовое мероприятие:

а) начиная с начала учебного года подготовка к олимпиаде должна быть систематической;

б) работа по развитию у детей экспериментальных навыков, умений должна проводиться в нестандартной ситуации;

в) учить детей самостоятельно моделировать свою поисковую деятельность при решении экспериментальных задач.

Во время подготовки обучающихся к олимпиаде необходимо придерживаться нескольких принципов:

1) Самостоятельность.

2) Принцип активности знаний.

3) Принцип опережающего уровня сложности.

4) Анализ результатов прошедших олимпиад.

5) Принцип «ненасилия над психикой».

В заключение необходимо напомнить, что работа учителя с одаренными детьми – это сложный, непрекращающийся процесс. Он требует от учителей личностного роста, хороших, постоянно обновляемых знаний в области психологии одаренных и их обучения, а также тесного сотрудничества с психологами, другими учителями, администрацией и обязательно с родителями одаренных детей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шумакова, Н. Б. Одаренный ребенок. Особенности обучения / Н. Б. Шумакова. – М. : Просвещение, 2008. – 238 с.

СЕКЦИЯ 5
ОПЫТ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ВУЗЕ И ШКОЛЕ

Е. М. АНАЦКАЯ
ГУО «Средняя школа № 7 г. Бреста» (Брест, Беларусь)

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Сегодня проблемы энергосбережения становятся все актуальнее. В настоящее время Беларусь лишь на 16–17 % обеспечена собственными топливно-энергетическими ресурсами. Недостающая их часть приобретается за пределами страны, поэтому проблема рационального и эффективного использования топливно-энергетических ресурсов для нашей страны весьма актуальна. От ее успешного решения в конечном итоге зависит повышение конкурентоспособности национальной экономики и рост благосостояния граждан.

Сегодня в Беларуси на каждого жителя потребляется вдвое больше природного газа и в полтора раза больше электроэнергии по сравнению со странами Западной Европы. Это свидетельствует о том, что потенциал для снижения энергопотребления за счет внедрения ресурсосберегающих технологических процессов очень высок. В этих целях была разработана Директива № 3 Президента Республики Беларусь от 14 июля 2007 г., которая определяет основные направления и меры по повышению эффективности использования топливно-энергетических, материальных и иных ресурсов.

Основной задачей государственной политики на современном этапе является техническое переоснащение и модернизация основных производственных и жилищных фондов, внедрение энерго- и ресурсосберегающих технологий. Одним из перспективных направлений ресурсосбережения является снижение затрат энергии при эксплуатации зданий. Известно, что длительное время в строительной политике определяющим фактором было внедрение технических решений, снижающих стоимость строительства. Такой подход приводил к росту удельных затрат тепловой и электрической энергии при последующей эксплуатации зданий.

Значительный рост стоимости энергоресурсов привел к необходимости более рационального использования энергии, широкого применения энергоэффективных конструктивных элементов, материалов и инженерных систем, так как наши дома теряют тепло через ограждающие конструкции: стены, крышу, окна, фундамент, систему вентиляции.

Каждый год растут цены на газ и электроэнергию, а следовательно, тепло в квартире или доме в холодное время года обходится все дороже и дороже. Этот вопрос является острым как для экономики нашей страны в целом, так и для отдельно взятой семьи.

Изучая тему «Теплопроводность» на уроках физики, нас заинтересовали теплопроводные свойства различных материалов. Учащимся было предложено представить, что эта тема актуальна и для их семьи. Необходимо было утеплить часть дома в деревне, так как в холодное время года эта часть дома мало эксплуатировалась из-за низкой температуры в помещении. Толщина стен этой части дома составляла только один керамический кирпич старого образца. Находиться в этой части дома было некомфортно. После установки твердотопливного котла было очевидно, что за прошлый зимний сезон было потрачено очень много топлива (дров и угля). Стояла задача – выбрать наиболее эффективный утеплитель для тепловой модернизации дома.

Мы решили исследовать теплопроводность различных материалов, в том числе и современных утеплителей, и помочь родителям учащихся решить поставленную задачу.

Понятие теплопроводности в средней школе изучается в 8 классе. Теплопроводность – это вид теплопередачи, при котором происходит непосредственный перенос энергии от более нагретой части тела к его менее нагретой части в результате теплового движения и взаимодействия частиц. При теплопроводности нет переноса массы вещества – переносится лишь энергия.

Проделав опыты, описанные в учебнике (рисунок 17 и рисунок 19) [1, с. 13], мы убедились, что теплопроводность воздуха гораздо меньше, чем теплопроводность воды. Силы взаимодействия молекул газов при нормальном давлении практически равны нулю. Значит, энергия переносится только за счет хаотического движения молекул и столкновений между ними.

Таким образом, отличительной чертой теплопроводности является атомно-молекулярный механизм переноса энергии, не связанный с макроскопическим переносом вещества, и ее зависимость от особенностей внутреннего строения тел. Так, в твердых диэлектриках перенос энергии осуществляется при колебательном движении молекул. В металлах – при колебательном движении ионов и тепловом движении свободных электронов. В жидкостях энергия передается за счет взаимодействия молекул и их хаотического поступательного движения. В газах перенос энергии осуществляется молекулами за счет их хаотического поступательного движения и столкновений.

Однако анализ справочных таблиц теплопроводности различных веществ не позволяет однозначно утверждать, что теплопроводность у газов самая низкая. Например, теплопроводность водорода и гелия такая же, как теплопроводность бумаги, сухого песка, керосина. Если теплопроводность различных веществ сравнить с теплопроводностью чистой меди, то окажется, что у железа она меньше примерно в 5 раз, у воды – в 658 раз, у пористого кирпича – в 840 раз, у свежевыпавшего снега – почти в 4000 раз, у ваты, древесных опилок и овечьей шерсти – почти в 10 000 раз, у воздуха она примерно в 20 000 раз меньше, чем у меди.

Самую высокую теплопроводность имеет материал, который похож на стекло – алмаз. Его теплопроводность почти в 6 раз больше, чем у серебра или меди. Если изготовить чайную ложечку из алмаза, то воспользоваться ею не удастся, так как она будет обжигать пальцы в ту же секунду.

Методы измерения теплопроводности описаны в различных источниках [2]. Для ее определения необходимо оборудование, которого нет в условиях школьной лаборатории, поэтому мы экспериментально исследовали коэффициент температуропроводности для различных образцов.

Материалы с низкой теплопроводностью используются для утепления, а с высокой – для переноса или отвода тепла. На основе значения теплопроводности конструкции определяется объем теплопотерь через нее. Эта величина получается при умножении теплопроводности на расчетный временной промежуток, общую площадь поверхности, а также на разность температур наружной и внутренней поверхностей конструкции.

Исследования проводились в морозильной камере бытового холодильника. Измерение температуры проводилось с помощью электронного термометра.

Теплопроводность определяется экспериментально с помощью различных методов. Большинство методов измерения теплопроводности основано на измерении теплового потока и изменении температур в исследуемом образце. Так как для определения теплопроводности необходимо получить абсолютное или сравнительное значение теплового потока, то для нас это показалось достаточно сложным в условиях школьной лаборатории. Поэтому мы определяли теплопроводность материалов как отношение изменения температуры ко времени, за которое это изменение произошло $\Delta t/\Delta\tau$ (°С/мин). Для этого исследовали изменение температуры воздуха в «домике», стенами которого является материал исследуемого образца, за определенные промежутки времени.

1. Для проведения исследования мы изготовили «домик» – коробку с двойными стенками, полом, потолком, в эти пространства помещались исследуемые образцы.

2. В одной из стен прорезали окошко, которое заклеили прозрачным материалом, чтобы наблюдать за изменением температуры воздуха внутри.

3. Воздух в «домике» прогревали с помощью фена для сушки волос.

4. Помещали «домик»-коробку в морозильную камеру.

5. Через определенные интервалы времени снимали показания с термометра.

6. Все данные заносили в таблицу.

7. Повторяли исследование с другими образцами материалов.

8. Вычислили теплопроводность материалов как отношение изменения температуры ко времени, за которое это изменение произошло.

Во время экспериментальной работы были исследованы теплоизолирующие свойства нескольких материалов: пенопласт, каменная вата, экструдированный пенополистирол, опилки, пух, солома.

№ п/п	Материал	$\Delta\tau$, мин	Δt, °С	Экспериментальная теплопроводность °С /мин
1.	Пенопласт	15	16,2	1,08
2.	Экструдированный пенополистирол	15	13,5	0,9
3.	Каменная вата	15	15	1
4.	Солома резаная	15	18	1,2
5.	Опилки	15	22,5	1,5
6.	Пух	15	10,5	0,7

№	Материал	Экспериментальная теплопроводность 0С /мин	Табличная теплопроводность Вт/(м·К)
1.	Пенопласт	1,08	0,04
2.	Экструдированный пенополистирол	0,9	0,036
3.	Каменная вата	1	0,036–0,048
4.	Солома резаная	1,2	0,04
5.	Опилки	1,5	0,065
6.	Пух	0,7	0,029

Полученные в ходе исследований результаты привели нас к выводу, что искусственные и естественные теплоизоляционные материалы имеют близкие характеристики по теплопроводности.

Имеются искусственные материалы, которые не уступают по низкой теплопроводности естественным материалам, но и не превосходят их значительно. Так что наша гипотеза о том, что научные исследования привели к созданию супер утеплителей, значительно превосходящих природные материалы, не подтвердилась. Лучший утеплитель – это пух. Конечно, это природный утеплитель, его не используют в строительстве домов, но с успехом применяют в производстве одежды.

Современные строительные утеплители применяются как на крупных строительных площадках, так и при строительстве частных домов. Они удобны в применении, но достаточно дорогие. Поэтому вполне можно рассматривать в качестве утеплителя в частных каркасных домах соломенные спрессованные тюки. Опыт строительства таких частных домов в Беларуси уже имеется. Они экологичны и безопасны, так как спрессованная солома находится внутри ограждающих конструкций. Соломы в нашей республике на полях образуется много, она имеет низкую себестоимость. Есть дома, утепленные соломой, которые простояли 100 лет, и солома при этом не сгнила.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. пособие для 8 кл. учреждений общего среднего образования / Л. А. Исаченкова, Ю. Д. Лещинский, В. В. Дорофейчик. – Минск : Нар. асвета, 2018. – 174 с.

2. Физический эксперимент в школе: Из опыта работы. Пособие для учителей. Вып. 6 / сост. Г. П. Мансветова, В. Ф. Гудкова. – М. : Просвещение, 1981. – 192 с.

А. С. БЕНДА, О. А. КОТЛОВСКИЙ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ДИНАМИКЕ

При использовании физических задач в обучении до сих пор возникают противоречия, отрицательно влияющие на работу учителя и учащихся: противоречие между абстрактным содержанием задачи и конкретным мышлением ученика; противоречие между умением учащихся решать задачи алгоритмическим путем и невозможностью это сделать для большого класса задач; противоречие между потребностью обучать школьников эвристическим приемам решения задач и неразработанностью соответствующих методик; противоречие между фронтальными, коллективными формами учебной работы, доминирующими в школе, и индивидуальным развитием учащихся и характером усвоения знаний; противоречие между необходимостью упражняться в решении задач и отсутствием интереса к данному виду деятельности и т. д.

Основная цель решения задач на уроках физики состоит в том, чтобы учащиеся глубже понимали физические закономерности, суть рассматриваемых явлений. В этом плане особую роль играют задачи по динамике. Основное уравнение классической механики, второй закон Ньютона, широко используется при решении задач и в других разделах, например в электричестве и магнетизме. Количество задач в разделе «Динамика» достаточно велико. Это задачи на сложение и разложение сил, второй закон Ньютона, закон всемирного тяготения и т. д. Однако большинство задач, приведенных в упражнениях учебного пособия по физике для 9 класса, имеет репродуктивный характер. Такие задачи практически не мотивируют учащихся к изучению физики, к творчеству. Эффективность их в обучении тоже невысока. Вместе с тем многие задачи по динамике можно сформулировать так, чтобы они стали проблемными, вызвали интерес в их решении у учащихся. Такими являются задачи с недостатком или избытком данных, имеющие неопределенности в формулировке, задачи с неявным вопросом или с отсутствием вопроса. Задачи по динамике проблемного характера необходимо использовать на уроках различных типов: при опросе и закреплении материала, изложении нового материала, на уроке текущего и итогового повторения, при выполнении контрольных работ и на уроках решения задач. Это позволит во многом устранить противоречие между необходимостью упражняться в решении задач и отсутствием интереса к данному виду деятельности.

А. А. БОРИСОВ, О. А. КОТЛОВСКИЙ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ

В изучении раздела «Основы молекулярно-кинетической теории» в курсе физики средней школы решение задач имеет исключительно большое значение. Решение и анализ задачи позволяют понять и запомнить основные положения классической молекулярно-кинетической теории, газовые законы и формулы молекулярной физики, создают представление об их границах применения. Физические задачи развивают навык в использовании законов молекулярной физики для решения конкретных вопросов, имеющих практическое и познавательное значение. Умение решать задачи является лучшим критерием оценки глубины изучения программного материала и его усвоения.

Количество задач в разделе «Основы молекулярно-кинетической теории» весьма велико. Это задачи на определение массы и размеров молекул, количества вещества, на применение основного уравнения молекулярно-кинетической теории, уравнения состояния идеального газа и т. д. В 10 классе учащиеся должны усвоить более 20 основных формул по данной тематике. Поскольку в каждую формулу входят не менее трех физических величин, то только на основные физические закономерности школьники должны решить более 50 задач.

Главное условие успешного решения задач из раздела «Основы молекулярно-кинетической теории» – знание учащимися физических закономерностей, правильное понимание физических величин, знание единиц их измерения, математическая подготовка учеников. Одна из проблем методики преподавания физики – это отсутствие алгоритмов решения задач по молекулярной физике, т. е. точных предписаний, предусматривающих выполнение элементарных операций, безошибочно приводящих к искомому результату. В методической литературе указываются лишь некоторые общие способы и правила подхода к решению школьных задач по молекулярной физике. Конечно, при этом надо учитывать виды школьных физических задач, часть из них не рационально решать, а иногда и просто нельзя решить алгоритмическим путем. Однако, в частности, для типовых количественных задач такой алгоритм, да еще и с применением компьютерной техники, позволит повысить мотивацию учеников в изучении молекулярной физики и освободит их время и силы для выполнения более сложной творческой деятельности.

О. А. ВАСИЛЮК, О. С. БУРДИНА
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ В УЧРЕЖДЕНИИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Экспериментальному методу в обучении физике отводится особая роль, так как физика, как известно, относится к наукам, в развитии которых экспериментальный метод исследования имеет решающее значение. В процессе обучения физике в университете указанный метод реализуется через систему физического эксперимента, первостепенное значение в которой имеют так называемые фундаментальные опыты, составляющие экспериментальную основу современной физики [1, с. 8–10].

Рассматриваемые в курсе общей физики фундаментальные опыты по области, в которой они применяются, можно поделить на следующие группы: фундаментальные опыты в механике, фундаментальные опыты в оптике, фундаментальные опыты в молекулярной физике, фундаментальные опыты в квантовой физике, фундаментальные опыты в электродинамике [2, с. 9–11].

Изучение фундаментальных опытов предполагает использование, прежде всего, такого метода, как демонстрационный эксперимент. Между тем далеко не все фундаментальные опыты могут быть продемонстрированы студентам на имеющемся в университетах оборудовании и моделях. Значительная часть опытов не воспроизводима в данных условиях по причине сложности и громоздкости установок, а в ряде случаев их постановка невозможна по соображениям техники безопасности.

Студентам же педагогической специальности использование информационных технологий может оказать большую помощь в более глубоком понимании устройства приборов и фундаментальных опытов в целом. Применение информационных технологий в образовательном процессе позволяет будущим педагогам точно подобрать методы, содержание и формы обучения.

Реальную помощь преподавателям в организации изучения фундаментальных опытов может оказать использование новых информационных технологий, на основе которых открываются возможности для демонстрации таких опытов с помощью компьютерного моделирования физического эксперимента. Современные компьютерные модели таковы, что позволяют студенту самому экспериментировать с исследуемой моделью так, чтобы при выполнении опыта на этой модели создавалось впечатление работы с реальной физической установкой.

В настоящее время появилось множество программных продуктов, представляющих собой готовые модели физических экспериментов, в том числе и фундаментальных опытов. Задача студента состоит в том, чтобы изучить предлагаемый продукт и оценить возможности его использования в учебном процессе в будущем. Анализ описания перечисленных выше фундаментальных опытов, изучаемых в курсе общей физики, позволяет выделить опыты, для демонстрации которых целесообразно использование модельного компьютерного эксперимента:

– опыт Г. Кавендиша по определению гравитационной постоянной;

– опыт Ж. Перрена по исследованию броуновского движения;

– опыт О. Штерна по измерению скоростей молекул газа;

– опыт Дж. Томсона по открытию электрона;
– опыты Р. Милликена и А. Иоффе по определению заряда электрона;
– опыт И. Физо по измерению скорости света;
– опыты Р. Юнга и О. Френеля по волновой оптике;
– опыт П. Н. Лебедева по определению давления света;
– опыт Э. Резерфорда по исследованию строения атома.

На основе работы с компьютерными моделями процесс изучения становится более увлекательным, студенты глубже разбираются в физической сущности изучаемых фундаментальных опытов и, кроме того, повышают уровень своих информационных компетенций, что немаловажно в современном мире.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шахмаев, Н. М. Физический эксперимент в средней школе: Механика. Молекулярная физика. Электродинамика / Н. М. Шахмаев, В. Ф. Шилов. − М. : Просвещение, 1989. − 255 с.

2. Пурышева, Н. С. Фундаментальные эксперименты в физической науке. Элективный курс : учебное пособие / Н. С. Пурышева, Н. В. Шаронова, Д. А. Исаев. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. – 159 с.

С. А. ВАСИЛЮК[1], О. А. ВАСИЛЮК[2]

[1]ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района (Высокое, Беларусь)

[2]БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

СПЕЦИФИКА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧИТЕЛЯ ПРИ КОМПЛЕКСНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТРАДИЦИОННЫХ И СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ

Известно, что во второй половине XX и в начале XXI в. огромное значение приобретает создание обучающей системы, которая была бы ориентирована на актуализацию богатого личностного потенциала учащихся. В связи с этим предполагается не просто «научение» школьников определенным видам деятельности, а формирование у них потребности в непрерывном самостоятельном овладении знаниями, умениями, навыками и их использовании в различных ситуациях жизнедеятельности. А это, в свою очередь, явилось причиной того, что одним из наиболее значимых направлений модернизации современного процесса обучения становится внедрение технологического подхода.

Проблема применения разнообразных технологий в образовательном процессе в настоящее время осложняется необходимостью выбора той или иной педагогической технологии. В соответствии с этим стоит рассмотреть два типа технологий, активно применяемых в педагогической практике: традиционные и современные педагогические технологии.

К традиционным педагогическим технологиям относятся те педагогические технологии, которые являлись наиболее эффективными во второй половине XX в. Под современными, или инновационными, педагогическими технологиями в большинстве случаев понимаются такие технологии, реализация которых будет приводить к повышению эффективности процесса обучения в современных условиях. В последнее время все более широко в преподавании физики используются современные информационные технологии.

Но, прежде чем сделать выбор в пользу той или иной образовательной технологии, следует разобраться в особенностях взаимодействия разных типов технологий, выявить общее и различное.

Традиционные педагогические технологии характеризуются ориентацией на научность в изложении материала; организационной четкостью педагогического процесса; упорядоченной, логически грамотной подачей материала; учетом принципа природосообразности; ориентацией на стандарт, образец, использование ресурсов памяти; постоянное идейно-эмоциональное воздействие личности учителя на учащихся и др. Однако при этом наблюдается: шаблонное построение уроков; отсутствие ориентации на самостоятельную деятельность учащихся; трансляция готового учебного содержания, в результате чего у учащихся наблюдается отсутствие навыков общения; уравнительный подход ко всем школьникам; организация действий репродуктивного характера, отсутствие условий для организации творческой деятельности учащихся; субъект-объектный характер отношений между учителем и учениками; ориентация на формирование личности с заданными свойствами.

В свою очередь, современные информационные технологии характеризуются тем, что обогащают образовательный процесс за счет внедрения активных, аналитических, коммуникативных способов обучения; способствуют индивидуализации обучения – за счет подбора темпа предъявления заданий, последовательности освоения знаний для конкретного учащегося; повышают степень самостоятельности учащегося в процессе обучения; учитель выступает уже в роли консультанта, координатора действий; способствуют объективной оценке знаний учащихся; ориентированы на стимулирование творческого потенциала учащихся, формируют непрерывный познавательный интерес у многих учащихся, часто переходящий в проектно-исследовательскую деятельность по конкретным темам и разделам.

При этом не стоит забывать, что использование информационных технологий (далее – ИТ) в обучении может иметь не только положительный, но и отрицательный эффект, поэтому очень важно, чтобы информационные технологии органично встраивались в процесс обучения и органично сочетались с традиционными методами обучения.

Использование информационных технологий в обучении подразумевает использование электронных учебников (далее – ЭУ). Помимо большого количества достоинств электронных учебников, они имеют и свои недостатки. К недостаткам ЭУ можно отнести не совсем хорошую физиологичность дисплея как средства восприятия информации (восприятие с экрана текстовой информации гораздо менее удобно и эффективно, чем чтение книги) и более высокую стоимость по сравнению с книгой.

Также существуют явные проблемы, которые возникают, если ИТ применять не в комплексе с традиционными. Известно, что в результате использования обучающих программ происходит индивидуализация процесса обучения. Каждый ученик усваивает материал по своему плану, т. е. в соответствии со своими индивидуальными способностями восприятия. В результате такого обучения уже через 1–2 урока учащиеся будут находиться на разных стадиях (уровнях) изучения нового материала. Это приведет к тому, что учитель не сможет продолжать обучение школьников по традиционной классно-урочной системе. Основная же задача применения ИТ, кроме всего прочего, состоит и в том, чтобы ученики находились на одной стадии перед изучением нового материала и при этом все отведенное время для работы у них было занято. По-видимому, это может быть достигнуто не только при использовании обучающих программ с разным уровнем сложности, но и при сочетании различных технологий обучения, причем следует помнить о том, что применение компьютера целесообразно при изучении отдельных тем, где имеется очевидная возможность вариативности.

Кроме электронного учебника, в процессе обучения физике активно используется мультимедиа, чаще всего в виде презентаций. Используется учебное видео и анимации. Все перечисленное используется, как правило, в качестве наглядности и органично встраивается в традиционный урок. Конечно, стоит упомянуть и об использовании компьютера для проведения лабораторных работ (при отсутствии оборудования или невозможности проведения реального эксперимента), для упрощения расчетов при проведении лабораторных работ (использование таблиц MS Excel), поиска информации, дистанционного консультирования.

Таким образом, можно сделать вывод, что положительный эффект, выражающийся в повышении качества образования и повышении познавательного интереса учащихся, применение ИТ дает только в комплексе с традиционными формами и методами работы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Инновационные и традиционные технологии в обучении [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://infourok.ru/kontrolnaya-rabota-na-temu-tehnologii-obucheniya-802919.html. – Дата доступа: 30.03.2020.

2. Сравнительный анализ традиционных и инновационных педагогических технологий в образовательном процессе [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://edu-eao.ru/sravnitelnyj-analiz-traditsionnyh-i-innovatsionnyh-pedagogicheskih-tehnologij-v-obrazovatelnom-protsesse/. – Дата доступа: 30.03.2020.

Е. Н. ЗМИЕВА
СШ № 1 г. Белыничи имени Н. И. Пашковского (Белыничи, Беларусь)

РОЛЬ И МЕСТО ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

Математика всегда считалась основополагающей наукой, и в настоящее время ее роль в обществе лишь возрастает. На данном этапе во главу угла становится понимание технологий, умение мыслить, абстрагироваться и способность к решению нестандартных задач. А теперь математика не только предмет, но и способ научиться мыслить логически и рационально.

Основная форма организации образовательного процесса – это урок. И когда у ребенка что-либо не получается, наступает разочарование, которое ведет к неуверенности в своих силах, иногда к нежеланию работать и, как следствие, к репродуктивной деятельности, зазубриванию материала. И в итоге приводит к полному непониманию предмета и его значения.

Решение данной проблемы я вижу в дистанционном обучении. Использование компьютера делает процесс обучения мобильным, дифференцированным и индивидуальным.

Ориентация процесса обучения на индивидуальные особенности и потребности становится более эффективной при активном использовании инновационных технологий обучения. Компьютерные технологии, интегрированные с педагогической системой организации учебной деятельности, позволяют существенно увеличить образовательные возможности школьников, осуществить выбор и реализацию индивидуальной траектории в открытом образовательном пространстве.

Дистанционное обучение школьников – это прекрасная возможность не только углубить свои знания, но и получить навыки информационно-коммуникативной культуры.

Дистанционное образование – современная технология, которая позволяет сделать обучение более качественным. Создание системы дистанционного обучения математике имеет широкое практическое значение.

На наш взгляд, понять математику может любой. Если ученику трудно освоить какую-то тему или раздел, нужно спуститься на ступеньку ниже. С математикой никогда не стоит торопиться, ею следует заниматься в своем темпе и с удовольствием.

Как регулярные спортивные тренировки «прокачивают» тело, делают его здоровым, сильным и выносливым, так регулярные занятия математикой «прокачивают» мозг – развивают интеллект и познавательные способности, расширяют кругозор.

Для правильного решения математических и логических задач нужны внимательность, настойчивость, ответственность, точность, учащиеся этими свойствами уже обладают, не зря же они «сидят сутками в компьютерных игрушках».

Дистанционное обучение способно избавить от тревоги, помогает контролировать эмоции и предупреждает стресс, так как ученик сам составляет график занятий, определяет темп обучения. Обучение проходит индивидуально. Учащийся учится работать с различного вида информацией, самостоятельно добывать знания.

В случае пропуска занятия в школе по болезни или по другим уважительным причинам ученик может изучить самостоятельно материал, пропущенный на уроках, проверить свои знания в ходе выполнения тестовых работ или заданий для закрепления.

Если ученику нравится изучать математику, то он может расширить свой кругозор, выполняя различные творческие задания, используя дополнительный материал к урокам.

Особое место занимают материалы для коррекции знаний по темам.

Качество дистанционного обучения достигается за счет развития у обучаемых универсальных учебных действий, личностных, метапредметных и предметных результатов образования.

Дистанционное обучение имеет и ряд минусов. Контроль за обучением отсутствует и зависит от сознательности ученика. Возможно и такое, что учащийся списывает решение из многочисленных решебников, ищет ответы в поисковых системах.

В результате дистанционного обучения мы имеем повышение творческого и интеллектуального потенциала учеников за счет самоорганизации, стремления к знаниям, умения взаимодействовать с компьютерной техникой и самостоятельно принимать ответственные решения.

А. С. ИВКОВИЧ, К. А. БАЗАН
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ПРЕДПИСАНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ

Обучение физике невозможно представить без использования такого метода, как решение задач, призванного обеспечить более глубокое и прочное усвоение физических понятий и законов, формирование умений по практическому применению знаний, развитие мышления и творческих способностей учащихся. В практике работы учителя физики используют различные типы физических задач: в зависимости от способа решения – качественные и количественные, графические и экспериментальные, в зависимости от дидактических целей и задач урока – тренировочные, познавательные, творческие задачи и т. д. [1].

При работе в профильных классах с повышенным уровнем изучения физики учителями широко используются задачи повышенной сложности, прежде всего в качестве одного из важнейших средств для развития способностей одаренных учащихся. Количества времени, выделяемого на изучение физики в профильных классах, достаточно не только для формирования у учащихся начальных навыков и умений по решению стандартных задач, но и для формирования их интеллектуальных и творческих способностей в процессе решения задач повышенной сложности.

Процесс решения физических задач в общем случае имеет достаточно сложную структуру, и чтобы учащиеся ее усвоили, необходимо их этому специально обучать. Деятельность учащихся по решению задач, как и любая деятельность, состоит из последовательности действий, каждое из которых реализуется совокупностью отдельных операций и образует структуру процесса решения задач. Строгое предписание, определяющее порядок выполнения элементарных действий, неизбежно приводящих к искомому решению задач определенного типа, называют алгоритмом [1, с. 43].

Практика работы учителей физики и специальные исследования показывают, что обучение учащихся решению задач по готовым алгоритмам является необходимым и эффективным средством на начальном этапе формирования умений по решению задач. По мере развития таких умений в процессе обучения физике осуществляется переход к использованию предписаний алгоритмического типа, представляющих несколько видоизмененные (менее строгие) алгоритмы, определяющие не только порядок действий, но и содержание, и смысл выполняемых действий [1, с. 43–44]. Традиционно алгоритмические предписания, представляющие собой совокупность целенаправленных указаний о содержании и последовательности действий, применяются при обучении учащихся решению типовых, стандартных задач, направленных на применение знаний в знакомых ситуациях.

В методической литературе [1; 2] приводится немало алгоритмических предписаний для решения типовых задач по отдельным темам курса физики (кинематике, динамике, термодинамике и др.). Однако задачи повышенной сложности являются, как правило, комбинированными задачами, для решения которых требуется применение знаний из разных тем и разделов курса физики. К задачам повышенной сложности, безусловно, можно отнести также творческие задачи по физике, отличительным признаком которых является то, что их решение предполагает применение знаний в новых или видоизмененных условиях, и при этом алгоритм решения не является очевидным и заранее не ясен способ их решения.

Существенную помощь в решении комбинированных задач повышенной сложности может оказать использование общих алгоритмических предписаний, определяющих структуру деятельности учащихся по отысканию решения любой физической задачи в виде последовательности действий, реализующих основные этапы решения физической задачи: анализ содержания условия задачи, определение идеи и плана (замысла) решения, осуществление решения, проверка решения и оценка результата [1, с. 45].

Для решения творческой задачи самым существенным является определение способа ее решения, и смысл деятельности ученика как раз и состоит в том, чтобы подобрать необходимые знания и применить их для решения задачи. Весьма полезным в таком поиске является использование так называемых эвристических предписаний или эвристических приемов (эвристик) в качестве своеобразной ориентировочной основы для наведения учащихся на идею решения [2].

Как показывает практика, использование алгоритмических и эвристических предписаний содействует овладению методами решения задач повышенной сложности и развитию творческих способностей учащихся.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физика. Теория и технология решения задач : учеб. пособие / В. А. Бондарь [и др.] ; под общ. ред. В. А. Яковенко. − Минск : ТетраСистемс, 2003. − 560 с.

2. Красин, М. С. Решение сложных и нестандартных задач по физике. Эвристические приемы поиска решения / М. С. Красин. – М. : ИЛЕКСА, 2009. – 360 с.

А. С. ИВКОВИЧ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

О НЕКОТОРЫХ ПРИЕМАХ СОЗДАНИЯ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ

Глубокое усвоение знаний, развитие творческих способностей и мышления возможны только в результате активной познавательной деятельности учащихся. Одной из наиболее эффективных технологий обучения физике, используемых для активизации познавательной деятельности учащихся, является технология проблемного обучения. В схеме организации познавательной деятельности учащихся по этой технологии центральное место, как известно [1], отводится организации в процессе обучения проблемной ситуации, создание которой, во-первых, вызывает интерес к изучаемому материалу и, во-вторых, включает учеников в активный познавательный поиск.

В основе проблемной ситуации лежит противоречие, для создания которого в практике обучения физике обычно используют противоречия:

– между жизненным опытом учащихся и получаемыми ими научными знаниями;

– между ранее усвоенными в курсе физики и новыми знаниями;

– изучаемые противоречия объективной реальности [1, с. 277–281].

Вместе с тем, как показывает тщательный анализ содержания действующих учебных пособий по физике для средней школы, в них имеется ряд неточных и ошибочных определений и утверждений, которые вполне могут быть использованы для создания проблемных ситуаций. Задача учителя состоит в том, чтобы вскрыть возникающие при использовании таких определений и утверждений противоречия, приводящие к образованию проблемной ситуации.

Так, например, в действующем учебном пособии по физике для 7 класса в § 23 дано выделенное жирным шрифтом определение: «*сила, действующая на тело со стороны деформированной опоры или подвеса, называется силой упругости*» [2, с. 83]. Приведя данную формулировку, предлагаем учащимся рассмотреть следующий опыт: прикрепляем один конец горизонтально расположенной пружины к штативу, а к другому концу пружины прикрепляем груз и, взявшись за него, растягиваем пружину. Отмечаем, что при этом со стороны пружины возникает какая-то сила, препятствующая движению груза. Возникает вопрос, является ли эта сила силой упругости, ведь она не связана ни с деформированной опорой, ни с деформированным подвесом. Возникло противоречие между описанной в опыте ситуацией и указанным выше определением силы упругости. В ходе обсуждения данной проблемной ситуации приходим к выводу, что такое определение силы упругости является неточным и может быть заменено на следующее определение: *сила, возникающая в результате деформации тела и направленная против деформирующей силы, называется силой упругости.*

В действующем учебном пособии по физике для 11 класса в § 14 утверждается: «Для проявления дифракции размеры препятствий (отверстий) должны быть меньше или сравнимы с длиной волны…» [3, с. 96]. Приведя данное утверждение, обращаемся к демонстрации известного опыта по наблюдению дифракции света на тонкой нити. В опыте дифракция света отчетливо наблюдается на препятствии, размеры которого (~ 0,1 мм) существенно (на несколько порядков) больше длинны световой волны. Результаты опыта, таким образом, противоречат приведенному выше утверждению, требующему уточнения. Анализируя возникшую проблемную ситуацию и объясняя результаты опыта, приходим к выводу, что в действительности условия, при которых дифракция наблюдается наиболее отчетливо, будут определяться соотношением между размерами препятствий, длиной волны и расстоянием до точки наблюдения [4].

Весьма важно, что использование подобных противоречий для реализации технологии проблемного обучения способствует не только активизации познавательной деятельности учащихся, но и формированию у них критического мышления, без которого невозможно успешное развитие творческих способностей учащихся.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теория и методика обучения физике в школе: Общие вопросы : учеб. пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений / С. Е. Каменецкий [и др.] ; под ред. С. Е. Каменецкого, Н. С. Пурышевой. – М. : Академия, 2000. − 368 с.

2. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. пособие для 7-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, Ю. Д. Лещинский ; под ред. Л. А. Исаченковой. – Минск : Нар. асвета, 2017. – 168 с.

3. Жилко, В. В. Физика : учеб. пособие для 11-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / В. В. Жилко, Л. Г. Маркович. – Минск : Нар. асвета, 2014. – 287 с.

4. Ивкович, А. С. Изучение явлений интерференции и дифракции света в курсе физики X класса / А. С. Ивкович // Фізіка: праблемы выкладання. – 2007. – № 3. – С. 47–50.

А. С. ИВКОВИЧ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ РАЗВИТИЯ СПОСОБНОСТЕЙ ОДАРЕННЫХ УЧАЩИХСЯ

Формированию способностей одаренных учащихся в процессе обучения физике в системе среднего образования уделяется значительное внимание как в учебной, так и внеучебной деятельности. На решение этой задачи нацелены, прежде всего, гимназии и лицеи, в которых организуются классы с повышенным уровнем изучения физики, а также использование таких форм внеучебной деятельности, как физические олимпиады, турниры юных физиков, школьные научные конференции.

Среди методов обучения в профильных классах, традиционно используемых для развития способностей одаренных учащихся, выделяется решение задач по физике повышенной сложности. Деятельность учащихся при этом организуется так, чтобы были обеспечены условия для формирования не только начальных навыков и умений по решению стандартных задач, но и для развития их интеллектуальных и творческих способностей, таких качеств мышления, как гибкость, оригинальность, глубина, широта, активность, критичность, доказательность.

Подавляющее большинство задач повышенной сложности, используемых учителями физики в практике работы, представляют собой теоретические задачи. Между тем возможности экспериментальных задач по физике в качестве средства развития способностей одаренных учащихся используются в современной системе образования далеко не в полной мере. Можно выделить два основных фактора, определивших такое отношение к использованию экспериментальных задач в процессе обучения физике. Во-первых, подавляющее большинство учащихся, осваивающих курс физики на повышенном уровне, основную цель его изучения видят, прежде всего, в успешной подготовке к централизованному тестированию по физике, в содержании которого, как известно, экспериментальные физические задачи отсутствуют. Во-вторых, уже несколько десятков лет в программах по физике для средней школы даже на повышенном уровне ее изучения не представлена такая форма занятий, как физический практикум. Единственным видом учебного физического эксперимента, представленным в содержании программ и предназначенным для выполнения учащимися, являются фронтальные лабораторные работы, так как в ходе последнего обновления программ из них была исключена и такая форма, как экспериментальные исследования [1]. А ведь хорошо известно, что традиционные фронтальные лабораторные работы проводятся обычно в соответствии с подробными инструкциями, что не способствует проявлению самостоятельности и развитию творческого мышления учащихся.

Увеличение числа часов на изучение физики на повышенном уровне до 4 часов в неделю открывает возможности для более широкого, чем на базовом уровне, использования экспериментальных задач в процессе обучения, что позволит не только ознакомить учащихся с основным физическим методом исследования природы, каким, как известно, является эксперимент, но и обеспечить на практике формирование важнейших экспериментальных умений и навыков учащихся и их творческих способностей. Заметим, что развитые экспериментальные умения и навыки необходимы также тем учащимся, которые планируют успешно выступать на физических олимпиадах и турнирах юных физиков.

Наиболее подходящими для работы с одаренными учащимися являются экспериментальные задачи исследовательского характера, то есть такие, которые для получения решения требуют проведения самостоятельного физического эксперимента в виде небольшого лабораторного исследования. При этом учащимся необходимо самостоятельно проанализировать описанную в задаче ситуацию, построить соответствующую модель, спланировать эксперимент, собрать установку, произвести необходимые измерения, получить и оценить результаты.

Процесс решения экспериментальных задач основывается на аналитико-синтетической деятельности и требует применения различных приемов умственной деятельности (анализа, синтеза, абстрагирования, моделирования, сравнения, аналогии), рассуждений по индукции и дедукции и др., что вполне соответствует особенностям мышления одаренных школьников, неприятию ими готовых решений, стремлению выйти за рамки узко поставленного условия и найти альтернативные варианты решения.

Таким образом, в процессе решения экспериментальных физических задач создаются наиболее благоприятные условия для активизации характерного для одаренных учащихся дивергентного (открытого) типа мышления, развития гибкости, критичности мышления, а следовательно, и развития их творческих способностей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Учебная программа по учебному предмету «Физика» для X–XI классов учреждений общего среднего образования с рус. яз. обучения и воспитания (повышенный уровень). – Минск : НИО, 2017. – 24 с.

А. С. ИВКОВИЧ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

РАЗВИТИЕ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОДАРЕННЫХ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ФИЗИКЕ

Прогресс в развитии общества может быть обеспечен только при условии, что основная цель образования в современной школе будет состоять в формировании самого ученика как нравственной личности, в развитии его способностей и творческого потенциала. Особенно актуальной задача развития творческих способностей является при работе с так называемыми одаренными учащимися, имеющими начальный уровень познавательных способностей выше среднего. Безусловно, приоритетной является эта задача и в процессе обучения физике одаренных учащихся. Исходить необходимо из того, что при воспитании будущего ученого раннее развитие его творческих способностей имеет исключительно большое значение.

Неотъемлемым качеством творческой личности является, как известно, способность делать выбор, который в творческом процессе начинается с постановки цели, выдвижения гипотез, продолжается в отборе средств ее достижения и заканчивается критической оценкой результатов деятельности. Следует отметить, что творческий выбор должен быть свободным, опираясь на свободное отношение к окружающей действительности и предполагая свободный выбор целей и средств их достижения. Творческая активность человека, как и любая другая, заключается в осуществлении актов выбора, принятии решений и деятельности по их осуществлению.

Осознанный выбор в научном творчестве неразрывно связан с выработкой критического отношения к имеющейся информации о состоянии исследуемой проблемы, включающего умения анализировать и оценивать информацию. Критическое отношение к информации, формирующееся в ходе практического осмысления результатов познания, выступает как начальный этап развития критического мышления одаренных учащихся.

Формирование критического отношения к сведениям, получаемым учащимися в процессе обучения физике, из различных источников – учебных пособий, сборников задач, Интернета, общения с окружающими и т. д., можно осуществлять различными путями. Один из таких путей – критический анализ на основе сравнения определений физических величин, отдельных утверждений, рисунков, чертежей из учебных пособий, условий задач из сборников задач разных лет издания.

Так, введение понятия поступательного движения в учебнике физики для 7 класса 2009 года издания иллюстрируется рисунок 10 [1, с. 12], а в учебном пособии 2017 г. – рисунок 89 [2, с. 55]. Анализ рисунков показывает, что движение девочки, изображенное на рис. 89 в новом учебном пособии, не является поступательным, так как девочка на санках здесь изображена движущейся по выпукло-вогнутой горке, а не по прямой, как в издании 2009 г. Неточность определения понятия работы в учебнике для 7 класса 2009 г. учащиеся могут обнаружить в результате сравнения с аналогичным определением в новом пособии 2017 г., из которого уже исключены слова «под действием этой силы». Ведь ясно, что, например, при подъеме на тросе груза вверх можно найти как работу силы упругости, под действием которой он поднимается, так и работу силы тяжести, препятствующей этому подъему и являющейся отрицательной.

Тщательный анализ графика плавления льда на рисунок 50 из учебного пособия для 8 класса [3, с. 32] позволяет выявить ряд неточностей в его построении. Участки АВ и СД, соответствующие нагреванию льда от −10 °С до 0 °С и воды от 0 °С до 10 °С (как и участки ДЕ и КМ), изображены верно, так как при постоянной мощности электроплитки и с учетом того, что удельная теплоемкость воды (с = 4200 Дж/кг · °С) в 2 раза больше удельной теплоемкости льда (с = 2100 Дж/кг · °С), время нагревания воды будет в 2 раза больше, чем льда. В то же время для плавления данной массы льда при 0 °С требуется, как нетрудно подсчитать, количество теплоты, почти в 8 раз большее (λ = 333000 Дж/кг), чем для нагревания той же массы воды от 0 °С до 10 °С. Следовательно, при постоянной мощности электроплитки время на плавление льда должно быть в 8 раз больше, чем на нагревание воды, и на графике участок ВС (как и ЕК) должен иметь в выбранном масштабе длину в 32 клеточки, а не 6, как на рисунке 50 [3, с. 32].

На основании таких примеров критической оценки учебной информации постепенно и будет развиваться критическое мышление учащихся.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, Ю. Д. Лещинский ; под ред. Л. А. Исаченковой. – Минск : Нар. асвета, 2009. – 181 с.

2. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. пособие для 7 кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, Ю. Д. Лещин-ский ; под ред. Л. А. Исаченковой. – Минск : Народная асвета, 2017. – 168 с.

3. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. пособие для 8 кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, Ю. Д. Лещинский, В. В. Дорофейчик ; под ред. Л. А. Исаченковой. – Минск : Нар. асвета, 2018. – 176 с.

М. А. КАЛАВУР
БрДУ імя А. С. Пушкіна (Брэст, Беларусь)

НАБЛІЖАНЫЯ ВЫЛІЧЭННІ Ў ШКОЛЕ

У працэсе фарміравання набліжанага значэння ліку школьнікі пашыраюць свае ўяўленні пра лік: знаёмяцца з велічынямі, якія аб'ектыўна не могуць мець дакладнага значэння; для аперыравання з такімі лікамі ўводзяцца новыя правілы вылічэння, якія ляжаць у аснове дзеянняў з сапраўднымі лікамі.

Вывучэнне набліжаных вылічэнняў выклікае наступныя цяжкасці:

1) спецыфіка матэрыялу, якая выцякае з прыкладнога, пазаматэматычнага характару набліжаных вылічэнняў;

2) фармальны характар навучання.

Матэматычны апарат набліжаных вылічэнняў фарміруецца ў курсе матэматыкі, але выпрацоўка навыкаў яго выкарыстання – задача ўсіх іншых школьных курсаў (фізікі, хіміі і г. д.), хаця настаўнікі фізікі і хіміі даюць свае правілы і забываюць пра тэорыю, атрыманую ў матэматыцы.

В. М. Брадзіс вылучыў наступныя *асноўныя метадычныя задачы* ўдасканалення навучання набліжаным вылічэнням:

1) даць даступнае для школьнікаў абгрунтаванне правілаў падліку лічбаў;

2) устанавіць канчатковы спіс і тэкст правілаў, якія патрэбна вывучыць у розныя гады навучання ў школе;

3) выбраць рацыянальныя абазначэнні для дакладных і набліжаных лікаў;

4) ліквідаваць супярэчнасці ў вучэбнай літаратуры па матэматыцы, фізіцы і іншым дысцыплінам, звязаныя з вылічэннямі.

Хаця гэта не ўсе праблемы, якія трэба вырашыць. Застаюцца суразмернасць, мэтазгоднасць, суадносіны атрыманых вынікаў вылічэнняў з зыходнымі дадзенымі.

Вылучаюць наступныя метады набліжаных вылічэнняў, вывучаемых у школе: а) метад межаў; б) метад поўнага і дакладнага ўліку хібнасцей зыходных дадзеных; в) правіла падліку лічбаў. Акрамя гэтага, у вышэйшай матэматыцы існуюць і іншыя метады (стахастычны, імаверны).

Метад межаў дае правільнае ўяўленне аб ніжняй і верхняй межах атрыманага набліжанага значэння, г. зн. яго карэктнасць дастаткова высокая. Сутнасць гэтага метаду заключаецца ў тым, што адзін раз праводзяцца набліжаныя вылічэнні з недахопам (бярэцца ніжняя мяжа кожнага з зыходных дадзеных, знаходзіцца ніжняя мяжа выніку), а другі раз – з лішкам (па верхняй мяжы кожнага з зыходных дадзеных знаходзіцца верхняя мяжа выніку). Метад межаў дазваляе вучню прасачыць за тым, як павялічваецца хібнасць канчатковага выніку. Рэзкае павелічэнне інтэрвалаў межаў наглядна паказвае вучню сутнасць працэсу накаплення хібнасцей пры множанні набліжаных значэнняў.

Метад межаў носіць універсальны характар, таму што з яго дапамогай можна рашыць любую школьную задачу, дзе шукаецца хібнасць вынікаў вылічэнняў. Аднак пры вялікіх аб'ёмах вылічэнняў ён малаэфектыўны з-за сваёй груваcткасці.

Метад поўнага і дакладнага ўліку межаў хібнасцей зыходных дадзеных заснаваны на выкарыстанні формул, якія адносяцца да межаў абсалютнай і адноснай хібнасцей ($h = h_a + h_b$ пры складанні і адыманні, $\delta = \delta_a + \delta_b$ пры множанні і дзяленні). Хаця метад універсальны, яго прымянімасць у школе абмежаваная. Гэта тлумачыцца тым, што вылічэнне мяжы хібнасці выніку займае больш часу, чым само вылічэнне выніку.

Правіла падліку лічбаў. Асаблівасць метаду заключаецца ў яго імавернай прыродзе. У большасці задач гэты метад дае правільны вынік. Правілы падліку лічбаў пры складанні і адыманні даюць правільны вынік у 95–99 % выпадкаў, а пры множанні і дзяленні – у 90 % (па Брадзісу). Спецыфіка метаду прыводзіць да значных метадычных цяжкасцей пры навучанні набліжаным вылічэнням такога тыпу. Абгрунтаванасць і матывіроўка правіл падліку лічбаў звязана з двума раздзеламі матэматыкі: тэорыяй набліжаных вылічэнняў і тэорыяй імавернасцяў.

Пачатковы прапедэўтычны этап павінен не толькі праводзіцца ў курсе матэматыкі, але і закранаць фізіку. Для прапедэўтыкі набліжаных вылічэнняў могуць выкарыстоўвацца лабараторныя працы па фізіцы. Пры іх выкананні раскрываецца сэнс наступных паняццяў “памылка вымярэння”, “дакладнасць вымярэння”, якія рыхтуюць да асэнсавання і засваення паняцця хібнасці. Школьнікі павінны навучыцца разглядаць вымярэнні як важны сродак пабудовы матэматычнай мадэлі. У школьнікаў фарміруецца ўяўленне пра тое, што дакладнае значэнне непарыўнай велічыні з'яўляецца абстракцыяй. У прапедэўтыцы мала матэматыкі, але яна выконвае вялікую ролю ў выхаванні ў вучняў элементаў прыкладнога падыходу да набліжаных вылічэнняў. Школьнікаў вучаць суразмерваць матэматычныя метады з практычнымі патрэбамі.

Першай метадычнай мэтай прапедэўтыкі з'яўляецца фарміраванне паняццяў дакладнага і набліжанага значэнняў. Важна растлумачыць вучням, што гэтыя паняцці маюць аб'ектыўны сэнс. Фарміраванне паняццяў дакладнага і набліжанага значэнняў натуральна праводзіць на якім-небудзь рэальным прыкладзе, змест якога вядомы вучням (тэкставая задача).

Метад межаў разглядаецца пасля вывучэння лікавых няроўнасцеў, таму што ён заснаваны на ўласцівасцях няроўнасцей. Усе этапы выкарыстання гэтага метаду носяць адназначны характар. Але пераход да выкарыстання хібнасці павінен быць добра матываваны. Вучні павінны адчуць грувасткасць метаду межаў.

Абсалютная хібнасць служыць паказчыкам таго, наколькі набліжанае значэнне велічыні адрозніваецца ад дакладнага значэння. Набліжэнні дзеляцца на два класы: з недахопам і з лішкам. Паняцце абсалютнай хібнасці фарміруецца на канкрэтным прыкладзе. Можна выкарыстаць графік функцыі. Паказваецца шэраг набліжэнняў да дакладнага значэння. Напрыклад, π: $a_1 = 3$; $a_2 = 3{,}14$; $a_3 = 3{,}2$; $a_4 = 22/7 = 3{,}1428571...$; $a_5 = 355/113 = 3{,}1415929...$.

Трэба звярнуць увагу на фарміраванне паняцця вернай лічбы. Матывіроўкай пераходу да вывучэння запісу з усімі вернымі лічбамі можа служыць нязручнасць запісу набліжэнняў з указаннем хібнасці. Паняцце вернай лічбы ў запісу ліку з’яўляецца асноўным у выпрацоўцы навыкаў агульнапрынятага запісу набліжаных значэнняў, атрыманых у выніку вымярэнняў і вылічэнняў.

Адносная хібнасць з’яўляецца паказчыкам якасці любога вымярэння і разліку. Звяртаецца ўвага на немагчымасць прымянення абсалютнай хібнасці для параўнання якасці вымярэння розных велічыняў. Ставіцца праблема: як параўнаць два вымярэнні розных велічыняў (стол, $l \approx 78{,}5$ см, $m \approx 21{,}63$ кг). Павінна быць дастатковай сістэма практыкаванняў, накіраваных на выпрацоўку умення па запісу вызначыць дакладнасць набліжэння. Прывядзём прыклады практыкаванняў.

1. Пры вымярэнні тэмпературы вады двума прыборамі атрыманы вынікі: $t = 19 \pm 1^0$C; $t = 19{,}1 \pm 0{,}1^0$C. Параўнаць якасць вымярэнняў.

2. Набліжанае значэнне ліку x запісана ў стандартным выглядзе $a{\cdot}10^n$ (у множніку a ўсе лічбы верныя). Указаць мяжу абсалютнай хібнасці ліку x, калі: а) $x \approx 1{,}49{\cdot}10^2$; б) $x \approx 1{,}490{\cdot}10^2$; в) $x \approx 1{,}4900{\cdot}10^2$; г) $x \approx 3{,}15{\cdot}10^4$.

3. Якія з набліжаных значэнняў, у запісу якіх усе лічбы верныя, маюць большую адносную дакладнасць: а) 45,3 або 1,8; б) 8,17 або 0,0817?

Пры вывучэнні тэмы “Запіс набліжаных значэнняў” у 8 класе неабходна напомніць вучням адпаведныя азначэнні. Новым для вучняў з’яўляецца ўвядзенне запісу $m = a \pm h$, якая азначае, што m набліжана роўна a з дакладнасцю да h. Гэты запіс эквівалентны падвоенай няроўнасці $a - h \le m \le a + h$. Адпаведныя ўменні пераходзіць ад падвоенай няроўнасці ўказанага віду да кароткага запісу $m = a \pm h$ выпрацоўваюцца пры выкананні практыкаванняў.

М. А. КАЛАВУР, Л. Р. МАРОЗ
БрДУ імя А. С. Пушкіна (Брэст, Беларусь)

ПРЫМЯНЕННЕ ГУЛЬНЯВЫХ ТЭХНАЛОГІЙ У НАВУЧАННІ МАТЭМАТЫЦЫ

Павелічэнне разумовай нагрузкі на ўроках матэматыкі прымушае задумацца над тым, як падтрымаць ў вучняў цікавасць да вывучаемага матэрыялу, іх актыўнасць на працягу ўсяго ўрока. У сувязі з гэтым вядуцца пошукі новых эфектыўных метадаў навучання і такіх метадычных прыёмаў, якія актывізавалі б думку школьнікаў, стымулявалі б іх да самастойнага набыцця ведаў.

Важная роля адводзіцца дыдактычным гульням на ўроках матэматыкі – сучаснаму і прызнанаму метаду навучання і выхавання, які валодае адукацыйнай, развіццёвай і выхаваўчай функцыямі, якія дзейнічаюць у арганічным адзінстве.

Методыка правядзення гульнявых заняткаў па матэматыцы павінна быць такой, каб дзейнасць вучняў была гульнявой па форме, гэта значыць выклікала тыя ж эмоцыі, перажыванні, як і ўся гульня. Разам з тым яна павінна даваць магчымасць набываць новыя веды, папаўняць прабелы ў вывучаным, спрыяць выхаванню пазнавальных інтарэсаў.

Настаўніку варта падбіраць гульні мэтанакіравана і праводзіць іх у пэўнай паслядоўнасці з улікам таго, які тэарэтычны і практычны матэрыял па матэматыцы можа быць засвоены і замацаваны ў працэсе гульні, а таксама, якія кампаненты мыслення будуць развівацца і якія якасці асобы школьнікаў будуць выхоўвацца.

Пры падрыхтоўцы да любой матэматычнай гульні настаўнік павінен прадумаць наступныя пытанні:

- мэты правядзення гульні;
- назва гульні;
- змест задач і пытанняў;
- падрыхтоўка дыдактычнага матэрыялу і нагляднасці;
- магчымасці выкарыстання тэхнічных сродкаў навучання;
- формы ўключэння ў гульню ўсіх навучэнцаў, у сувязі з чым падбор заданняў фанатам каманд;
- адкрытасць і своечасовае падвядзенне вынікаў кожнага этапу гульні;
- аб’ектыўны кантроль за адказамі ўдзельнікаў, прыцягненне старшакласнікаў і іншых настаўнікаў матэматыкі для яго ажыццяўлення;
- магчымасці ўзнагароджання пераможцаў гульні;
- час правядзення гульні.

Пры правядзенні гульні варта кіравацца рэкамендацыямі, падрабязна выкладзенымі Б. П. Нікіціным, галоўнымі з якіх з’яўляюцца наступныя:

1. Умовы задач не павінны патрабаваць ад школьнікаў шмат часу для засваення і дадатковых тлумачэнняў настаўніка.

2. Рашэнне займальных задач павінна спрыяць не толькі фарміраванню ўменняў і навыкаў, якія адпавядаюць праграмным патрабаванням, але і развіццю гнуткасці мыслення школьнікаў.

3. Рашэнне кожнай задачы і правядзенне этапу гульні павінны займаць адносна няшмат часу, каб не прывесці да страты цікавасці навучэнцаў да гэтага віду дзейнасці.

4. Характар прадстаўлення дыдактычных гульняў павінен улічваць псіхалагічныя асаблівасці ўспрымання інфармацыі навучэнцамі пэўнага ўзросту. Пажадана, каб умовы задач дапускалі досыць простыя графічныя або прадметныя ілюстрацыі. Дыдактычны матэрыял да гульні павінен быць просты ў вырабе і зручны ў выкарыстанні.

5. Для дзяцей гульні будуць цікавымі тады, калі кожны з іх стане актыўным удзельнікам гульні: доўгае чаканне сваёй чаргі для ўключэння ў гульню зніжае цікавасць дзяцей да яе.

6. Канцоўка гульні павінна быць абавязкова выніковай: перамога, паражэнне, нічыя.

7. Паколькі гульні ў асноўным заснаваны на вырашэнні задач, пераадоленні цяжкасцяў, варта пачаць з гульняў больш простых, пераходзячы да больш складаных. Цікавасць да гульняў, якія патрабуюць напружання думкі, з’яўляецца не заўсёды і не ва ўсіх вучняў адразу, і таму трэба прапаноўваць такія гульні паступова, не аказваючы ціску на дзяцей.

Матэматычныя рэбусы

Тэма: “Паўтарэнне геаметрычнага матэрыялу 5–6 класаў”. Гульню можна правесці ў пачатку ўрока (як паўтор раней вывучанага матэрыялу) або ў канцы ўрока (як замацаванне вывучаных паняццяў). Вучні дзеляцца на дзве каманды. На дошку праецыруюцца малюнкі. Вучні павінны адгадаць зашыфраваныя словы. Выйграе тая каманда, якая разгадае больш рэбусаў.

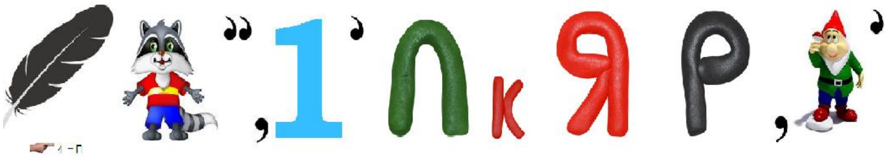
(Прамая)

(Прамень)


(Круг)


(Вугал)


(Паралельна)


(Перпендыкулярна)

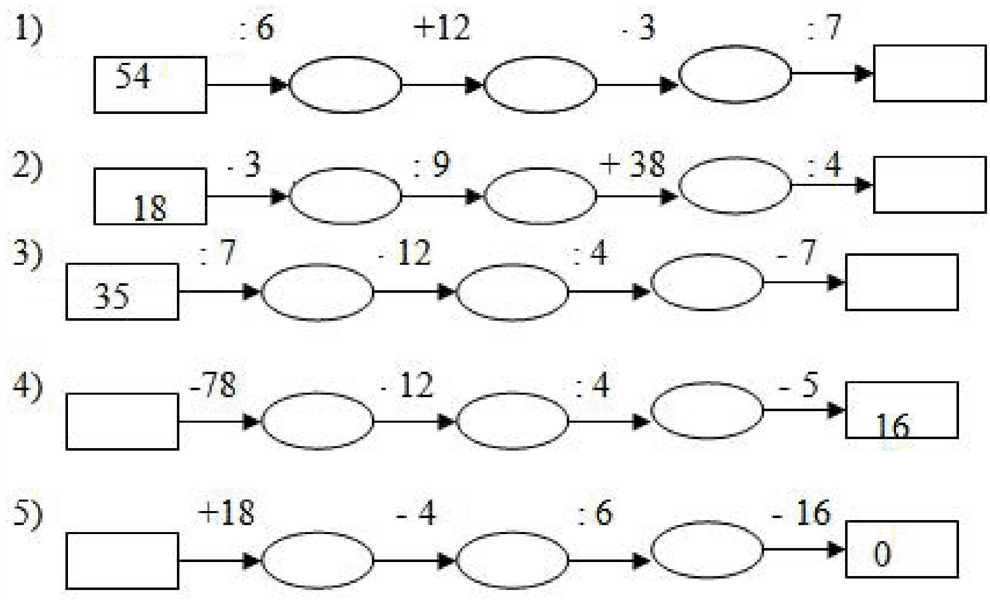
Матэматычнае лато

Гэтая гульня можа быць праведзена як для замацавання вывучанай тэмы, так і для паўтарэння пройдзенага раней матэрыялу. Прыклады вучні могуць вырашаць вусна ці пісьмова.

Лато выкарыстоўваецца на разнастайную тэматыку курса. Задзейнічаны будуць усе вучні. Кожны вучань атрымлівае картку з заданнямі і адказамі. Выйграе той, хто першы падбярэ да ўсіх нумароў прыкладу правільны адказ. Нумары прыкладаў упісваюцца ў адведзеныя квадрацікі.

Напрыклад, гульню можна выкарыстоўваць для выпрацоўкі вылічальных навыкаў у вучняў.

Прыклады картак:



6) $52 : 48 \cdot 48$
7) $48 \cdot (45 - 3 \cdot 15)$
8) 3 см 4 мм = ….. мм
9) 5 м 2 дм = …….см
10) 3 км 20 м = ……м

Заданне	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Адказ	9	11	8	85	72	52	0	34	520	3020

Гульня “Гарачае крэсла”

Гульню можна выкарыстоўваць для праверкі вывучанага матэрыялу (можна як актуалізацыю ведаў у пачатку ўрока). Вядучы садзіцца на “гарачае крэсла” каля дошкі тварам да класа. Вучні па чарзе задаюць яму пытанні па тэме, абумоўленай загадзя. Вядучы павінен адказаць. Калі дапушчана памылка, вядучы мяняецца на новага гульца, чыё пытанне было апошнім. Разгледзім на прыкладзе тэмы “Множанне і дзяленне цэлых лікаў”.

Пытанні:

1. Назавіце кампаненты дзеяння множання.
2. Назавіце кампаненты дзеяння дзялення.
3. Што такое дзель?
4. Як называюць вынік множання?
5. Сфармулюйце спалучальны закон множання.
6. Сфармулюйце перамяшчальны закон множання.
7. Сфармулюйце размеркавальны закон множання адносна складання і аднімання.
8. На які лік не выконваем дзеянне дзялення?

“Гульня ў тэніс”

Гульня праводзіцца з усім класам, вучні дзеляцца на дзве каманды. Першая каманда задае пытанне па тэме другой камандзе. Адказаўшы, другая каманда задае пытанне першай камандзе. Гульня працягваецца да таго часу, пакуль адна з каманд не зможа адбіцца. Дадзеную гульню можна выкарыстаць, напрыклад, пры паўторы тэрмінаў па нейкай тэме.

Тэма: “Многавугольнікі”.

Пытанні:

1. Што такое многавугольнік?
2. Які многавугольнік называецца выпуклым?
3. Што называецца перыметрам многавугольніка?
4. Што такое паралелаграм?
5. Што называецца вышынёй паралелаграма?
6. Назавіце ўласцівасць дыяганаляў паралелаграма?
7. Што такое прамавугольнік?

8. Назавіце ўласцівасць дыяганаляў прамавугольніка?
9. Дайце азначэнне ромба.
10. Дайце азначэнне квадрата.

“Маўчанка”

Гульню можна праводзіць адначасова з усім класам, можна падзяліць на каманды. Напрыклад, можна вусна задаваць пытанні: калі навучэнцы згодныя з выказваннем настаўніка, то яны падымаюць зялёную картку, калі не – чырвоную.

Тэма “Каардынатная плоскасць”.

Пытанні:

1. Пункт з каардынатамі (–3; 0) размешчаны злева ад нуля?
2. Пункт з каардынатамі (2; 2) размешчаны ў першай чвэрці?
3. Пункт з каардынатамі (–2; 2) размешчаны ў першай чвэрці?
4. Пункт з каардынатамі (0; 6) ляжыць на восі абсцыс?
5. Пункты з каардынатамі (–5; 3) і (6; 3) знаходзяцца ў адной чвэрці?

“Ланцужок”

Вучні атрымліваюць карткі з заданнямі па радам (можна падзяліць рад на два варыянты). Спачатку заданне выконвае вучань, які сядзіць наперадзе, затым перадае наступнаму. Перамагае той рад, які правільна вырашыў больш заданняў за самы кароткі час.

Тэма: “Аперацыі над дзесятковымі дробамі”.

Прыклады заданняў:

1. –8,4 + 3,7;
2. 3,9 – 8,4;
3. –2,9 + 7,3;
4. –3,8 – 5,7;
5. –8,99 : 3,1;
6. –5,8 × (–6,5);
7. –0,6 × 4,9;
8. 4,6 × (–2,5).

Выкарыстанне гульнявых тэхналогій на ўроках матэматыкі, несумненна, павышае цікавасць да прадмета, стымулюе пазнавальную дзейнасць школьнікаў, забяспечвае больш глыбокае, свядомае засваенне ведаў малодшымі школьнікамі, развівае ўвагу, памяць і, вядома, уносіць разнастайнасць і эмацыйную афарбоўку ў вучэбную працу.

Выкарыстанне дыдактычных гульняў дае найбольшы эфект у класах, дзе пераважаюць безуважлівыя вучні, вучні з паніжанай цікавасцю да матэматыкі, або ў тых класах, дзе вучні маюць вельмі розны ўзровень пазнавальнай актыўнасці. А цікавасць да матэматыкі можна павысіць з дапамогай стварэння гульнявых сітуацый на ўроку.

Такім чынам, педагог, які на ўроку прымяняе гульнявыя формы, умела іх чаргуе з іншымі формамі, можа быць абсалютна ўпэўнены, што вучні будуць адчуваць ўстойлівую цікавасць і цікаўнасць не толькі да матэматыкі, але і да ўсяго навучальнага працэсу.

Н. А. КАЛЛАУР, Ю. Н. МАТЮХ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

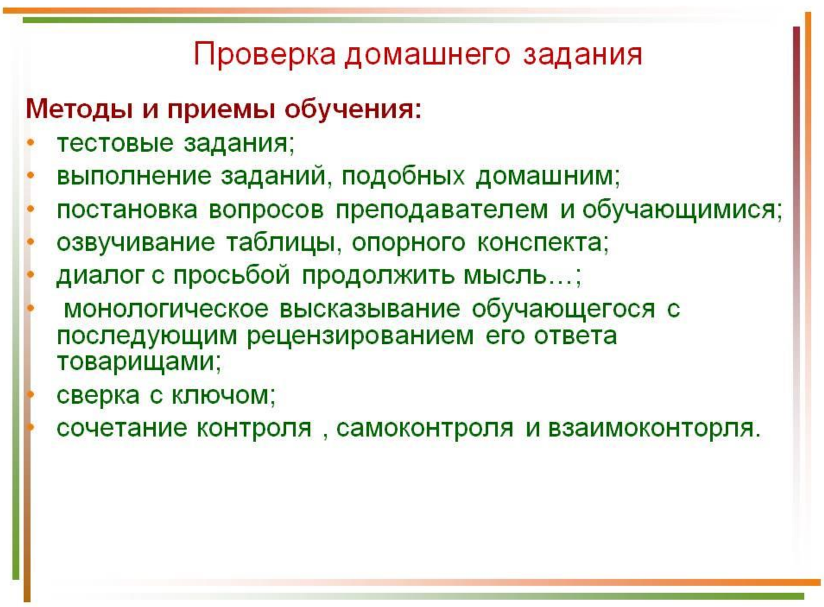
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ ПРЕЗЕНТАЦИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Использование презентации на отдельном этапе или этапах урока зависит от содержания этого урока и цели, которую ставит учитель. Презентации могут применяться на различных этапах урока: на этапе актуализации знаний, при изложении нового материала, закреплении, проверке и даче домашнего задания.

Мультимедийные презентации, применяемые в образовательном процессе, позволяют развить исследовательские способности учеников, повысить познавательный интерес и мотивацию к учению, активизируют и делают творческой самостоятельную и совместную работу учащихся. Ребенок, владея современными компьютерными технологиями, учится самостоятельно искать, извлекать, систематизировать, анализировать и отбирать необходимую для решения учебных задач информацию, организовывать, преобразовывать, сохранять и передавать ее.

Презентации используются на разных этапах урока.

Этап проверки домашнего задания



С помощью контроля может быть установлена степень усвоения материала: запоминание прочитанного в учебнике, услышанного на уроке, узнанного при самостоятельной работе, на практическом занятии и воспроизведение знаний при тестировании.

Для решения дидактической задачи этапа проверки домашнего задания можно использовать:

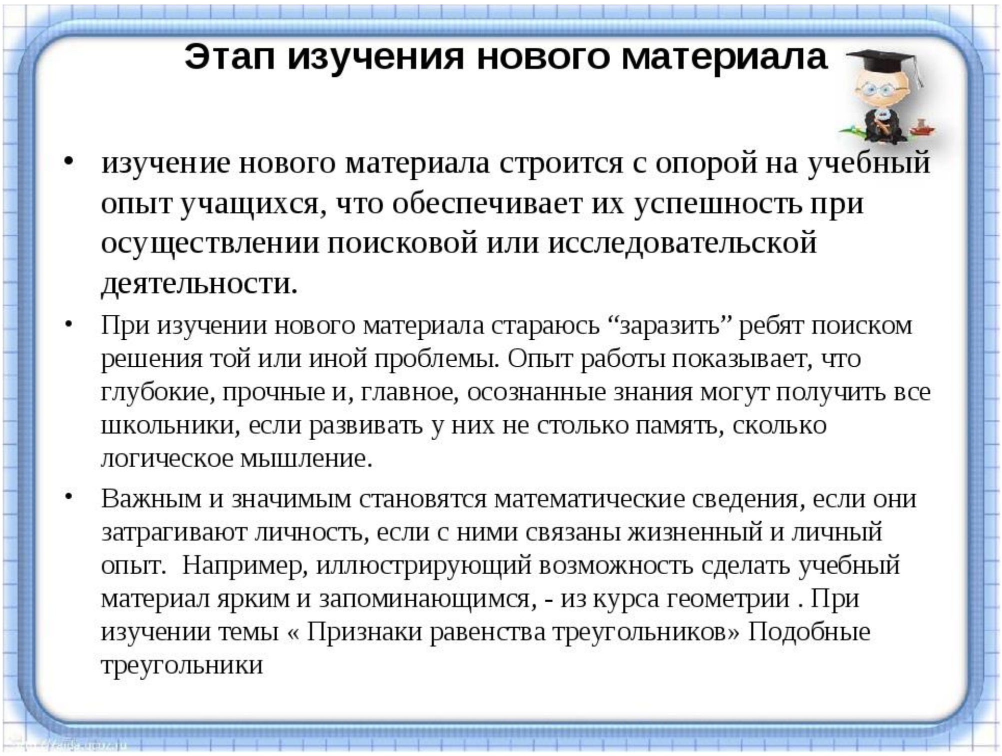
1) презентацию-контроль – для организации самопроверки, взаимопроверки домашнего задания или заданий, для первичного закрепления можно использовать презентацию-тест, в конце указать критерии оценивания работы (PowerPoint);

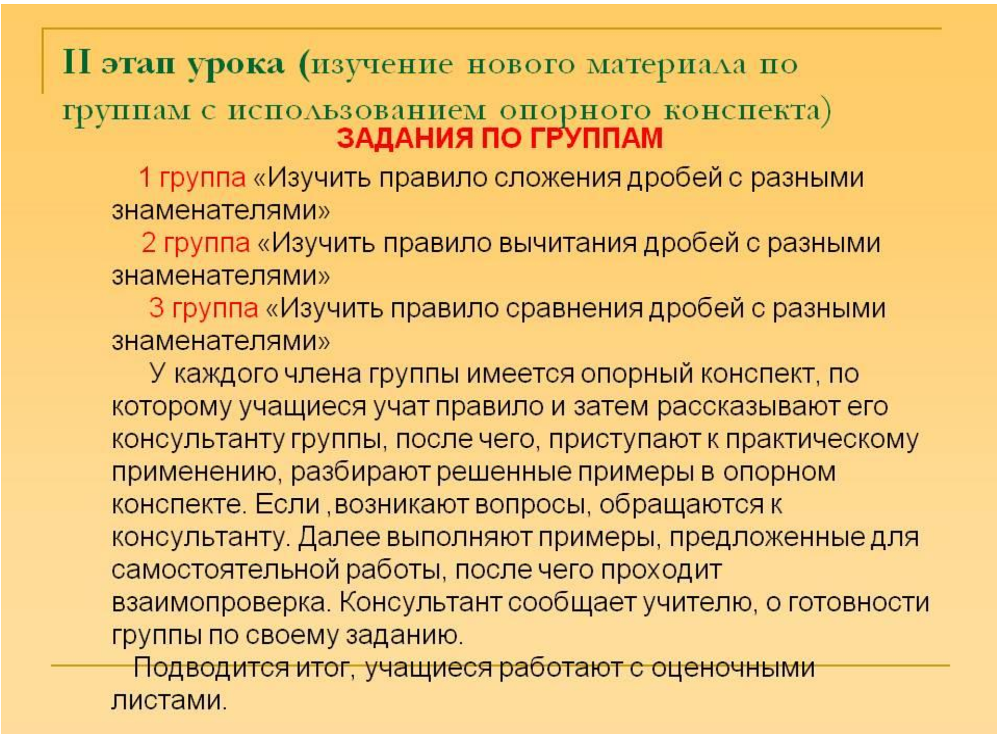
2) презентацию-тест с анимацией – содержит формулировку задания и варианты ответа, с помощью анимации отмечается правильный ответ или отбрасываются неверные (PowerPoint);

3) презентацию-тест с гиперссылками – содержит формулировку задания и варианты ответа, с помощью гиперссылки организуется переход на слайд с информацией о правильности выбора ответа.

В случае правильного выбора осуществляется переход на следующий вопрос; если же ответ неправильный, происходит возврат на этот же вопрос (PowerPoint).

Этап изучения нового материала





При изучении нового материала наглядное изображение является зрительной опорой, которая помогает наиболее полно усвоить подаваемый материал. Соотношение между словами учителя и информацией на экране может быть разным, и это определяет пояснения, которые дает учитель.

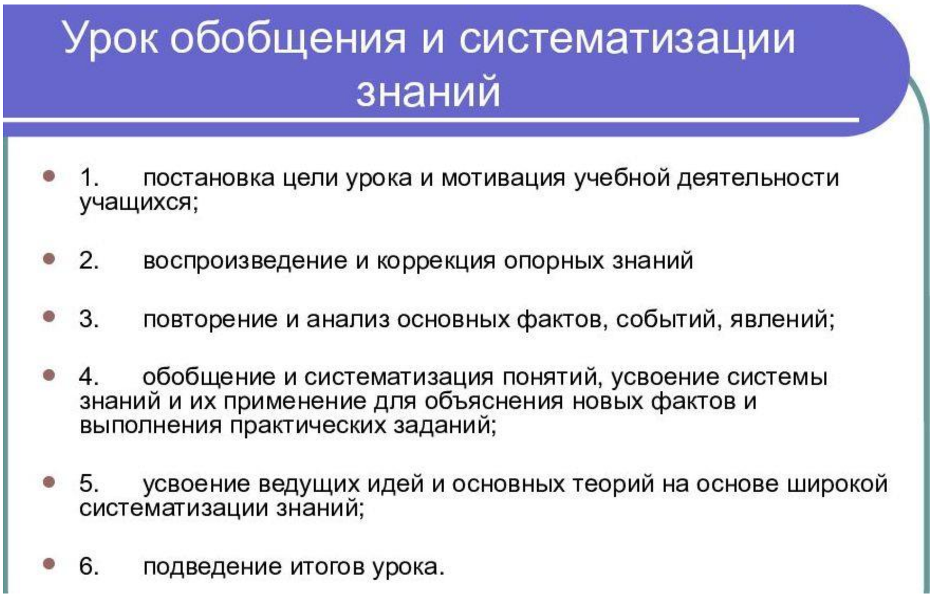
Для решения дидактической задачи данного этапа можно использовать:

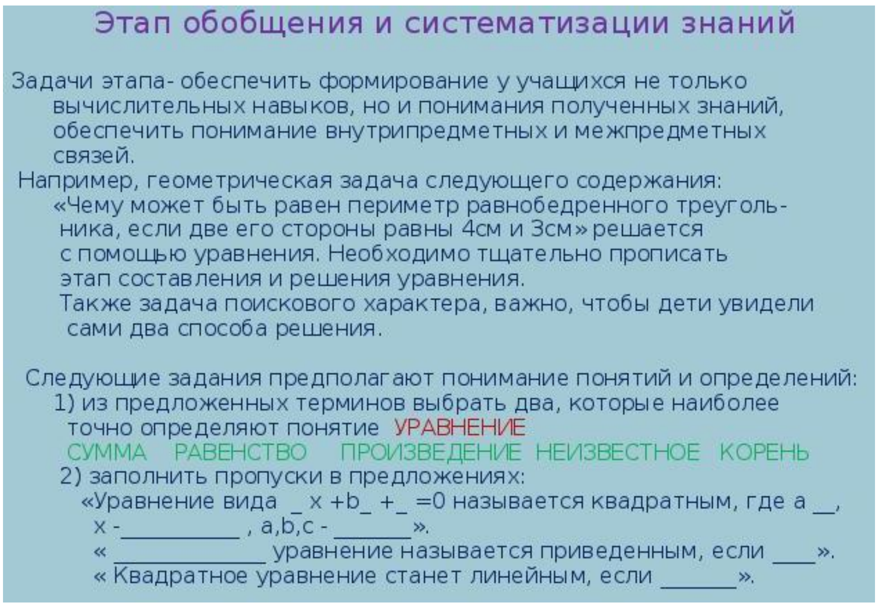
1) презентацию-лекцию – демонстрация слайдов, содержащих иллюстрации, тезисы, видеоролики или звук для объяснения нового материала, обобщения, систематизации (PowerPoint), в данном случае используются презентации с целью познакомить учащихся с объектом или явлением, процессом;

2) презентацию-модель – с помощью анимации создается модель какого-либо процесса, явления, наглядного решения задачи (PowerPoint);

3) слайд-шоу – демонстрация иллюстраций с минимальным количеством текста, с наложением музыки, с установкой автоматической смены слайдов, иногда с циклическим повторением слайдов (PowerPoint).

Этап закрепления и систематизации знаний





Систематизация и закрепление материала необходимы для лучшего запоминания и четкого структурирования. С этой целью в конце урока можно провести обзор изученного материала, подчеркивая основные положения и их взаимосвязь.

Компьютеризация образования является необходимой тенденцией современного времени, и вопрос «Вводить или не вводить мультимедиа в образовательные учреждения?» давно решен положительно.

Изменение форм учебной и педагогической деятельности обусловлено применением мультимедиа средств и приводит к перераспределению нагрузки преподавателей и учеников.

Использование мультимедиа в учебном процессе позволяет изменить характер учебно-познавательной деятельности учеников, активизировать самостоятельную работу учеников с различными электронными средствами учебного назначения. Наиболее эффективно применение мультимедиа в процессе овладения учениками первичными знаниями, а также отработки навыков и умений.

Подводя итоги работы, можно сделать выводы:

– как бы ни были захватывающими и многофункциональными новые информационные технологии, роль учителя остается по-прежнему ведущей в учебном процессе, а ученик становится субъектом педагогического процесса;

– компьютер освобождает время учителя, выполняя многие рутинные работы, позволяет ему больше внимания уделять индивидуальным работам с учащимися, творчески подходить к учебно-воспитательному процессу;

– нужно осознать ключевые преимущества мультимедиа и стремиться максимально использовать их;

– появляется возможность создавать яркий запоминающийся образ (образы).

Эффективность данного вида обучения может быть достигнута лишь в том случае, если сам учитель понимает и осознает перспективность такого обучения, применяя в своей практике современные методы и формы обучения.

Использование мультимедийных презентаций в изучении математики способствует развитию активной деятельности учащихся, дает возможность осуществить интеграцию учебной деятельности ученика и учителя, осуществить сочетание индивидуального подхода с различными формами коллективной учебной деятельности, учитывая уровневую дифференциацию.

Н. А. КАЛЛАУР, А. В. СТРЕХА
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ФОРМИРОВАНИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Формирование алгоритмического мышления – важная составляющая часть педагогического процесса. Помочь учащимся в полной мере проявить свои способности, развить инициативу, самостоятельность, творческий потенциал – одна из основных задач современной школы. Математика дает реальные предпосылки для развития алгоритмического мышления благодаря всей своей системе, исключительной ясности и точности своих понятий, выводов и формулировок. Действующая программа по начальному образованию позволяет обеспечить на всех этапах обучения высокую алгоритмическую подготовку учащихся. Программа предусматривает формирование умений действовать по предложенному алгоритму, самостоятельно составлять план действий и следовать ему при решении учебных и практических задач, осуществлять поиск нужной информации, дополнять ею решаемую задачу, делать прикидку и оценивать реальность предполагаемого результата. Задача учителя – полнее использовать эти возможности при обучении детей математике. И дополнительные упражнения в учебнике, целью которых является развитие алгоритмических приемов умственных действий, не воспринимать как необязательные, а, наоборот, включать их как можно чаще в учебный процесс, поскольку развитие алгоритмического мышления в среднем звене общеобразовательной школы послужит в дальнейшем базой для успешного овладения учащимися компьютерной грамотностью в старших классах школы.

В среднем звене школы возникает необходимость сочетания алгоритма и образца ответа, что дает возможность ученику верно ответить на поставленный вопрос, сопроводив его правильной речью. У учителя появляется возможность предлагать задачи с элементами творчества. А материал, предлагаемый в наших школьных учебниках, является хорошей базой для обучения составлению простейших алгоритмов и дальнейшей их записи в разных формах. Можно использовать табличную, графическую (блок-схема), словесную и формульную форму записи алгоритмов. В старших классах работа становится разнообразнее и содержательнее, появляется возможность включать упражнения разного типа и уровня сложности, предполагающие, что приемы деятельности могут быть разной степени сложности и обобщенности. Они состоят из большого числа действий, выполнение которых приводит к применению алгоритмов на отдельных этапах работы. Под алгоритмом обычно понимают точное общепонятное предписание о выполнении в определенной последовательности элементарных операций для решения любой из задач, принадлежащих данному типу. С помощью алгоритма может быть выполнено не одно задание, а целый ряд подобных заданий; используя алгоритм, можно всегда прийти к правильному результату. Решение задач по алгоритму быстро и легко приводит к желаемому результату, тогда как незнание алгоритма может привести к многочисленным ошибкам и большой трате времени.

Роль алгоритмических задач состоит в том, чтобы обучить учащихся важным алгоритмам, непосредственному применению определений и теорем, формул, научить их действовать стандартно в соответствующих ситуациях. Ученик, хорошо усвоивший необходимые алгоритмы решения задач, может оперировать свернутыми знаниями при решении других сложных задач. Ему не нужно будет затрачивать больших усилий на поиск решения частных проблем, которые решаются по алгоритму; мыслительная деятельность будет направлена на решение других проблем. Нужна автоматизация действий учащихся. Эта автоматизация достигается самостоятельным решением алгоритмических задач.

Алгоритмизация обучения понимается в современном обучении в двух смыслах:

1) обучение учащихся алгоритмам;
2) построение и использование алгоритмов в обучении.

Обучение алгоритмам можно проводить по-разному. Существует два способа обучения алгоритмам:

1) сообщение готовых алгоритмов;
2) подведение учащихся к самостоятельному открытию необходимых алгоритмов.

Последнее является вариантом эвристического метода обучения и предполагает реализацию трех этапов изучения математического материала:

- выявление отдельных шагов алгоритма;
- формулировка алгоритма;
- применение алгоритма.

Работа по алгоритмам развивает интерес учащихся к процессу обучения, они стремятся заменить предложенный алгоритм более простым и обосновать целесообразность такой замены, что развивает их творческое и конструктивное мышление. Работая по алгоритму и составляя алгоритмы, дети учатся концентрировать свое внимание. Речь учащихся становится более точной и четкой. Хорошо усваивается математическая терминология. Постоянное использование в работе алгоритмов и предписаний должно ориентировать учащихся не на простое запоминание определенного плана или последовательности действий, а на понимание и осознание этой последовательности, необходимости каждого ее шага. Практика показала, что работа с алгоритмами способствует формированию навыков учебно-познавательной компетентности учащихся.

Алгоритмизация в обучении математике приучит учащихся к логическому мышлению, поможет понять структуру математических заданий. Обучение использованию алгоритмов проходит три этапа.

1. Подготовительный этап – подготовка базы для работы с новым материалом, актуализация навыков, на которых основано применение алгоритма, формирование нового навыка. Учащиеся должны быть подготовлены к выполнению всех элементарных операций алгоритма.

Время, отведенное на эту работу, зависит от уровня подготовленности учащихся. Без этого этапа упражнения по алгоритму могут привести к закреплению ошибок.

2. Основной этап:

а) начинается с момента объяснения правила. Класс должен активно участвовать в составлении и записи алгоритма. Учитель проводит беседу, в результате которой на доске появляется запись алгоритма. Она облегчает понимание и усвоение алгоритма;

б) далее по схеме разбираются 2–3 примера;

в) раздаются карточки с алгоритмами или работа ведется по общей таблице;

Содержание перечитывается одним учеником. Затем выполняются тренировочные упражнения (сначала коллективно, затем самостоятельно). Необходима жесткая фиксация умственных действий (например, в форме таблицы).

г) развернутое комментирование (карточки закрываются);

д) дети стараются не использовать карточки и комментарии (но при необходимости пользуются).

3. Этап сокращения операций.

На этом этапе происходит процесс автоматизации навыка: некоторые операции совершаются параллельно, некоторые интуитивным путем, без напряжения памяти. Процесс свертывания происходит не одновременно и разными путями у разных учащихся.

Алгоритм – одно из фундаментальных понятий, которое используется в различных областях знания, но изучается в математике и информатике. Его освоение начинается уже в начальной школе на уроках математики, где ученики овладевают алгоритмами арифметических действий, знакомятся с правилами вычитания числа из суммы, суммы из числа и т. д.

Таким образом, осмысление и разработка алгоритмов выполняемых действий при решении математических задач становится существенным компонентом деятельности учащихся, составной частью его культуры.

П. Б. КАЦ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

Рассмотрим некоторые интересные задачи, которые можно использовать при работе с одаренными учащимися.

Помещение отапливается тепловым насосом, работающим по обратному циклу Карно. Сравнить количество тепла, получаемого помещением от сгорания дров в печке, и количество тепла, переданного помещению тепловым насосом, который приводится в действие тепловой машиной, потребляющей то же количество дров. Тепловая машина работает между температурами 100 ºС и 0 ºС. Помещение поддерживается при температуре 16 ºС. Температура окружающего воздуха равна –10ºС. Тепловой насос и тепловая машина работают по циклу Карно.

Для наглядности при решении этой задачи удобно использовать принципиальные схемы тепловой машины и теплового насоса. Причем последняя отличается от первой просто изменением направления всех стрелок (рисунок 1).

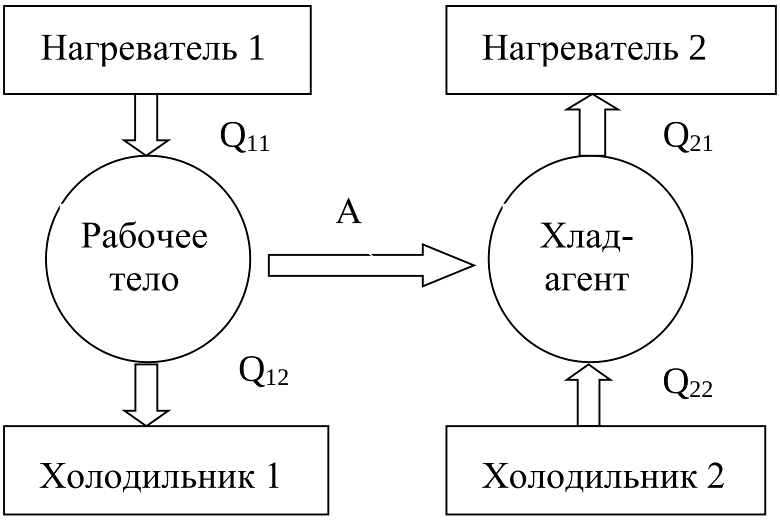


Рисунок – Принципиальная схема установки

Так как и тепловая машина, и тепловой насос работают по циклу Карно, то работа равна

$$A = Q_{11}(1 - T_{12} / T_{11}) = Q_{21}(1 - T_{22} / T_{21}). \qquad (1)$$

T_{11} = 273 + 100 = 373 (K), T_{12} = 273 + 0 = 273 (K), T_{21} = 273 + 16 = 289 (K),
T_{12} = 273 + 0 = 273 (K), T_{22}= 273 – 10 = 263 (K).

Отсюда находим

$$Q_{21} / Q_{11} = (1 - T_{12} / T_{11}) / (1 - T_{22} / T_{21}) = 2{,}98 \approx 3.$$

Таким образом, количество теплоты, отдаваемое в комнату тепловым насосом, в три раза больше количества теплоты от сгорания дров.

Задача 1. 12 граммов воды переохлаждают до –10 ºС. Затем пробирку встряхивают, причем часть воды замерзает. Найти массу замерзшей воды, пренебрегая теплообменом между водой и стенками пробирки.

Задача довольно популярна, и ее упрощенное решение напрашивается само собой. Сложности возникают при попытке найти более строгое решение. При решении задачи одаренные учащиеся предложили два различных варианта ответа:

$$m_{л1} = \frac{c_в m \Delta t}{\lambda + (c_в + c_л)\Delta t}, \tag{2}$$

$$m_{л2} = \frac{c_в m \Delta t}{\lambda + (c_в - c_л)\Delta t}. \tag{3}$$

Если считать, что часть льда образовалось сразу, а часть – после нагревания до некоторой температуры t, то окажется, что ответ зависит от выбора этой промежуточной температуры. Это свидетельствует о том, что удельная теплота плавления льда должна зависеть от температуры. Получить однозначный ответ в данной задаче удобно, анализируя начальную и конечную энергию системы. Более корректно было бы говорить об энтальпии, т. к. рассматриваемые процессы протекают при постоянном давлении и работа системой совершается при изменении объема. Но в рамках школьного рассмотрения закроем на это глаза и будем говорить про внутреннюю энергию. Принимая за ноль внутреннюю энергию воды при t = 0 °C, находим начальную энергию

$$U_1 = -c_в m|\Delta t| \tag{4}$$

и конечную энергию в состоянии термодинамического равновесия при t = 0 °C

$$U_2 = -\lambda m_л. \tag{5}$$

Приравнивая (4) и (5), находим массу льда:

$$m_л = \frac{c_в m \Delta t}{\lambda}. \tag{6}$$

Что любопытно, полученный ответ совпадает с интуитивно даваемым ответом, который кажется упрощенным.

Задача 2. Вычислите энергию, выделяющуюся при превращении четырех протонов в ядро гелия. Объясните разницу со значением, указываемым в учебном пособии [1], и получите это значение.

Процесс превращения описывается уравнением

$$4\,{}_1^1p \to {}_2^4He + 2\,{}_1^0e + 2\gamma + 2\nu. \tag{7}$$

Энергия реакции равна разности энергий покоя четырех протонов и ядра гелия с двумя позитронами. Решать эту задачу привычным методом, подставляя массы атомов из таблицы, будет неверным, т. к. разность масс 4 атомов водорода на 2 массы электрона больше массы гелия. Можно воспользоваться табличным значением энергии покоя протона с повышенной точностью:

$$E_0p = 938{,}272 \text{ МэВ}. \qquad (8)$$

Пренебрегая энергией связи электронов в ядре, можно считать, что сумма энергий покоя ядра гелия и двух электронов равна энергии покоя атома гелия

$$E_0He = 931{,}494 \times 4{,}002603 \text{ МэВ}. \qquad (9)$$

Тогда, вычитая из энергии покоя четырех протонов энергию покоя атома гелия, находим энергию процесса (7)

$$Q = 24{,}69 \text{ МэВ}. \qquad (10)$$

Однако в [1] и в ряде других источников указывается энергия 26,72 или 26,73 МэВ. Происхождение этой энергии – аннигиляция образовавшихся позитронов с двумя электронами.

Задача 3. Найдите необходимое магнитное поле для удержания протонов на орбите в LHC при расчетной энергии протонов 7 ТэВ. Длина ускорительного кольца 26,7 км.

Иногда эту задачу пытаются решать, находя скорость протона. Однако это не рационально. Сравнивая энергию покоя протона с кинетической энергией, легко видеть, что последняя многократно превышает первую. Следовательно, скорость протона очень близка к скорости света в вакууме, и поэтому с высокой степенью точности можно считать, что импульс протона связан с его энергией, как у фотона:

$$p = E / c. \qquad (11)$$

Вторым нюансом, который необходимо учесть, является то, что при таких скоростях радиус орбиты протона в магнитном поле не равен нерелятивистскому значению

$$R_H = \frac{m\vartheta}{eB}. \qquad (12)$$

Однако, для релятивистских частиц, так же как и для нерелятивистских,

$$R = \frac{p}{eB}. \qquad (13)$$

С учетом (11)

$$B = \frac{E}{ceR} = 5{,}5\ Тл. \qquad (14)$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жилко, В. В. Физика : учеб. пособие для 11-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / В. В. Жилко, Л. Г. Маркович. – Минск : Нар. асвета, 2014. – 287 с.

О. А. КОТЛОВСКИЙ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ИННОВАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ПРИ ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ СПОСОБАМ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Результаты различных исследований, а также итоги централизованного тестирования по физике позволяют констатировать, что в современном физическом образовании школьников существуют недостатки, приводящие к тому, что учащиеся не умеют применять физические знания для решения задач. Причина сложившегося положения состоит в недостаточной готовности учителя физики к организации такой деятельности учащихся. Обучение студентов, будущих учителей физики, умению решать задачи предполагает знание преподавателем различных способов обучения этому умению, из которых он может выбрать наиболее инновационный. Теория и практика обучения студентов умению решать физические задачи позволяют в настоящее время выделить два основных способа. Первый способ традиционный. Он состоит из следующих элементов: объяснение преподавателем подхода к решению задач данного вида; иллюстрация решения одной или двух конкретных задач; групповое решение задач, при котором один студент решает задачу у доски, а все остальные списывают решение; самостоятельная работа студентов при этом сводится практически к нулю.

Второй способ включает самостоятельное решение задач студентами. Процесс обучения при этом ведется по следующей схеме: раскрытие преподавателем общего подхода к решению задач данного вида на примере решения одной-двух задач; самостоятельное решение задач, включающее самостоятельный анализ условия, его краткую запись, разработку плана решения, его реализацию, анализ ответа, проверку правильности решения. Этот способ является более инновационным, но требует широкого внедрения компьютерных технологий.

Проведенный анализ методических исследований по проблеме обучения учащихся решению физических задач и подготовки к этой деятельности будущих учителей физики показывает, что в настоящее время уже существует достаточная методическая база, включающая обширную систему научно-методических разработок. Это служит серьезным основанием для разработки проблемы методов и приемов использования накопленного опыта в новой учебной среде, оснащенной компьютерными средствами и технологиями обучения. Внедрение инновационных технологий в процесс формирования методической подготовки будущих учителей физики создаст основу повышения эффективности этого процесса.

Т. Я. КРАВЧУК
Средняя школа № 1 г. Пинска (Пинск, Беларусь)

СХЕМАТИЗАЦИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ

Представление условия задачи в знаково-символической форме, чтобы она оказалась предельно понятной для решения, является значительной трудностью для учащихся.

При решении задач краткие записи условия в виде таблиц, рисунков, графиков, диаграмм служат схематизации материала, причем знаково-символические средства выполняют ориентировочную роль, поскольку дают возможность одновременно видеть все связи между данными.

Принятое в методике обучения математике схематическое представление текста задачи с целью выявления и фиксации существенных особенностей и отношений есть не что иное, как один из видов моделирования. В качестве моделей выступают предметные и знаковые средства (схемы, чертежи, формулы).

Выделяется ряд компонентов моделирования, выступающих этапами в практике его использования:

– предварительный анализ текста задачи: целью является адекватное понимание текста, достигается через умение восстановить предметную ситуацию, выделить основные смысловые единицы текста. Проведение анализа является подготовительным этапом для осуществления действия перевода и построения модели. Предварительный анализ включает в себя ряд приемов. Это, прежде всего, работа над отдельными словами, терминами, перефразирование, переформулирование текста, постановка вопросов, определенный способ чтения текста, выделение смысловых опорных пунктов;

– перевод текста на знаково-символический язык с помощью вещественных или графических средств, приводящих к построению модели, что делает видимыми связи и отношения, скрытые в тексте, способствуя тем самым поиску и нахождению его структуры. Эффективность перевода текста определяется, помимо адекватности его понимания, видами знаково-символических средств, способами представления, полнотой и связями между основными смысловыми единицами текста. Выделяются разные требования к знаково-символическим средствам представления информации: абстрактность, лаконичность, обобщение, четкое выделение элементов, несущих основную смысловую нагрузку; автономность, структурность, последовательность представления элементов;

− работа с моделью. Представление разного рода знаками и схемами элементов задачи и их отношений настолько обнажает связи и зависимости между величинами в задаче, что иногда сразу ведет к открытию способа решения. Однако во многих задачах построение модели является только началом анализа: для решения задачи требуется дальнейшая работа со схемами. Именно здесь возникает необходимость формирования у учащихся умения работать с моделями, преобразовывать их. При этом важным является не только умение правильно построить графическое изображение, но и совершать мысленные преобразования образно-знаковых моделей. Работа с моделью может заключаться или в достраивании схемы, исходя из логического анализа, расшифровки данных задачи, или в видоизменении схемы, или в том и другом;

− соотнесение результатов, полученных на модели, с реальностью (с текстом). Известно, что от учащихся требуется после решения задачи проверить свои ответы для доказательства того, что они удовлетворяют условиям и требованиям задачи. Однако соотнесение результатов с текстом задачи не есть только проверка соответствия результата требованиям задачи. Важным является установление соответствия построенной модели структуре задачи. Случаи несоответствия могут выступать основанием для понимания и объяснения неправильности как выбранного пути решения задачи, так и полученного ответа.

Каждый компонент деятельности моделирования имеет свое содержание – со специфическими операциями и средствами, которые согласно психологическим исследованиям должны стать самостоятельным предметом изучения учащимися.

В практике обучения используется табличный способ представления данных задачи. Он чаще всего применяется для задач с разнородными величинами, когда часть из них является переменными, связываемыми постоянной величиной. Это, как правило, задачи на «процессы». Таблица включает столбцы и строки, число и заполнение которых зависят от конкретного содержания текста задачи.

При создании таблицы фактически реализуются этапы учебного моделирования, которые были указаны выше.

При анализе текста задачи происходит:

− определение вида процесса: движение, работа, купля-продажа;

− выделение величин этого процесса и соответствующих им единиц измерения: движение – скорость, время, расстояние; работа – общий объем, время выполнения, объем работы за определенное время; купля-продажа – цена, количество, стоимость.

При составлении таблицы:

− в столбце фиксируются значения величин; количество величин определяет количество столбцов;

− в строках фиксируются объекты и этапы процесса; количество строк определяется числом участников и этапов процесса;

− в соответствующие клетки таблицы вписываются известные данные (числовые значения величин), обозначаются неизвестные.

И уже на основе данных, представленных в таблице, выделяются функциональные отношения:

− между величинами: прямая и обратная зависимость;

− между частными и общими значениями величины;

− изолированное или совместное действие участников: помогают друг другу или противодействуют;

− время включения в процесс (одновременно или в разное время).

Выявление зависимости между величинами позволяет выстроить последовательность действий для решения задачи.

При обучении решению задач с помощью таблицы целесообразно вначале использовать расширенный ее вариант, где, кроме величин, их характеристик, единиц измерения, указываются вид процесса и обозначение участников (объектов).

Задача. Два велосипедиста выехали из двух пунктов навстречу друг другу. Один велосипедист ехал до встречи 2 ч со скоростью 11 км/ч, а другой 3 ч со скоростью 9 км/ч. Чему равно расстояние между пунктами?

В данной задаче: процесс – движение; количество участников (объекты) – два велосипедиста; величины – путь, скорость, время; единицы измерения – км, км/ч, ч. На основании этих данных составляется таблица.

Таким образом, умение строить учебные модели и работать с ними является одним из важных компонентов общего приема решения задач. Визуализация с помощью модели словесно заданного текста позволяет перевести сюжетный текст на математический язык и увидеть структуру математических отношений, скрытую в тексте. Использование одних и тех же знаково-символических средств при построении модели для математических задач с разными сюжетами и разных типов способствует формированию обобщенного способа анализа задачи, выделению составляющих ее компонентов и нахождению путей решения, формированию исследовательских умений.

Е. А. ЛУКЬЯНЧУК
ГУО «Средняя школа № 7 г. Бреста» (Брест, Беларусь)

ИНФОРМАЦИОННО-КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ КАК СПОСОБ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНЦИИ

> Мы живем на подступах к эре глобальной компьютеризации, когда электронная вычислительная техника начинает буквально пронизывать все сферы человеческой деятельности: от большой науки до полностью автоматизированного производства.
>
> *Г. И. Марчук*

Глобальная информатизация общества и внедрение компьютерной техники во все сферы человеческой деятельности послужили толчком к зарождению новой научной и прикладной дисциплины – информатики. В нашей стране информатика стала определяться как самостоятельная область деятельности с начала 80-х гг., а спустя несколько лет вошла в школьную программу как самостоятельная дисциплина. Современную школьную информатику правильнее было бы называть «Информатика и ИКТ» (информационно-коммуникационные технологии). Ведь в процессе изучения информатики надо не только научиться работать на компьютере, но и уметь целенаправленно его использовать для познания и созидания окружающего нас мира.

В сферу образования широким потоком хлынули «новые понятия» и новые видения «старых понятий». На каждом шагу мы сталкиваемся с «инновациями», «компетенциями», «технологиями», «образами современного ученика»… Порой бывает достаточно сложно понять, о чем идет речь.

Давайте представим процесс преподавания информатики в средней школе в виде «черного» ящика, в котором происходит воспитательно-образовательный процесс. У ящика есть один «вход» и один «выход».

Что мы имеем на входе? Учителя, учащегося, ТСО, ПО, учебные программы, учебники… В процессе формирования технологической компетенции учащихся в рамках школы можно выделить ряд проблем, с которыми сталкиваются учителя информатики. И речь не идет о сложности изучаемого предмета, а речь идет об околопредметных проблемах.

Учитель информатики вынужден непрерывно следить за развитием современных компьютерных устройств, усваивать технологии работы с ними или хотя бы иметь представление об их возможностях, каждые два года начинать все с нуля. В противном случае, мы рискуем технически отстать от своих учеников. Постоянно прорабатываем поток новых учебных программ и изучаем методы работы с ними. Часто сталкиваемся с несоответствием программного обеспечения, устаревшими учебниками, с противостоянием устаревшей техники и требованиями программы.

Несмотря на перечисленные проблемы, на выходе мы должны получить какой-то положительный результат. А это значит, что перед системой образования встает проблема подготовки подрастающего поколения к жизни и профессиональной деятельности в высокоразвитой информационной среде, эффективному использованию ее возможностей.

Информатика позволяет сформировать у учащихся новый способ мышления, практические навыки владения компьютером, научную картину мира и целостное мировоззрение. Дисциплина в школе выполняет практическую, образовательную и воспитательную функции, которые тесно взаимосвязаны. Процесс освоения обучающимися новых информационных технологий и эффективное их применение в учебном процессе ведет к гармоничному развитию познавательной сферы ребенка, через освоение новых инструментов учения обеспечивается формирование информационно-коммуникационной компетентности, которая становится фундаментом при создании целостного информационного пространства знаний учащихся.

Одной из важных целей образования должно стать развитие у учащихся самостоятельности и способности к самоорганизации. В этой связи основным результатом деятельности учителей должна стать не система знаний, умений и навыков сама по себе, а набор *ключевых компетентностей*.

Из этих предпосылок и возникают определения понятий компетентность и технологическая компетентность.

Технологическая компетентность – набор умений, обеспечивающих возможность пользоваться ТСО в учебном и общеобразовательном процессе. Компетентность – это категория, принадлежащая сфере отношений между знанием и практической деятельностью человека. Компетентность можно отследить в ситуации включения в реальную жизненную деятельность. Ключевые компетенции – это компетенции, которые используются в повседневной жизни.

Немаловажную роль в этом процессе занимает информатика как наука и учебный предмет, так как компетентности, формируемые на уроках информатики, могут быть перенесены на изучение других предметов с целью создания целостного информационного пространства знаний учащихся.

Наиболее распространенной является классификация А. В. Хуторского. Он выделяет следующие типы компетенций:

– ценностно-смысловые компетенции (способность видеть и понимать окружающий мир, ориентироваться в нем, уметь выбирать целевые и смысловые установки для своих поступков, уметь принимать решения);

– общекультурные компетенции (быть осведомленным в особенностях национальной и общечеловеческой культур, духовно-нравственных основах жизни человека и человечества);

– учебно-познавательные компетенции (уметь планировать, анализировать, оценивать свою деятельность, уметь работать со справочной литературой, уметь добывать непосредственно из окружающей действительности, уметь отличать факты от домыслов и т. д.);

– информационные компетенции (иметь навыки деятельности по отношении к информации в учебных предметах, а также окружающем мире, владение современными средствами информации (телевизор, магнитофон, телефон, принтер, модем, компьютер, факс и т.д) и информационными технологиями (аудио- видеозапись, электронная почта, Интернет);

– коммуникативные компетенции (владение устной речью (диалог, монолог, приводить доводы при защите проектов), владеть приемами оформления текста при электронной переписке, уметь работать в группе, искать и находить компромиссы);

– социально-трудовые компетенции (владеть этикой трудовых и гражданских взаимоотношений, видеть достоинства и недостатки в своей работе, предъявлять требования к продукту своей деятельности);

– компетенции личностного самосовершенствования (умение организовать свое рабочее время, создавать условия для самопознания и самореализации).

Информационно-коммуникационная компетентность является одной из ключевых компетентностей современного человека и проявляется, прежде всего, в деятельности при решении различных задач с привлечением компьютера, средств телекоммуникаций, Интернета и др.

Информационно-коммуникационную компетентность можно рассматривать как комплексное умение самостоятельно искать, отбирать нужную информацию, анализировать, организовывать, представлять, передавать ее; моделировать и проектировать объекты и процессы, реализовывать проекты, в том числе в сфере индивидуальной и групповой человеческой деятельности с использованием средств ИКТ.

Информационно-коммуникационная компетентность школьников определяется как способность учащихся использовать информационные и коммуникационные технологии для доступа к информации, ее опознавания-определения, организации, обработки, оценки, а также ее создания-продуцирования и передачи-распространения, которая достаточна для того, чтобы успешно жить и трудиться в условиях информационного общества, в условиях экономики, которая основана на знаниях.

Формирование информационно-коммуникационной компетентности (далее – ИКК) – это не только (и не столько) формирование технологических навыков. Это появление у учащихся способности использовать современные информационные и коммуникационные технологии для работы с информацией как в учебном процессе, так и для иных потребностей.

Формирование ИКК в школе проходит три уровня развития:

– пропедевтический уровень (понимание, владение основными понятиями);

– базовый уровень (применение по образцу, выполнение задач по образцу);

– профильный уровень (творческое применение, выполнение заданий, для которых надо продемонстрировать нестандартное решение).

Основные формы организации учебной деятельности по формированию ИКТ-компетенции обучающихся в школе могут включать:

– уроки информатики;
– уроки по другим предметам;
– факультативы;
– кружки;
– проектная деятельность;
– самообразование под руководством учителя;
– изучение робототехники;
– внеурочная деятельность (издательская деятельность, участие в конкурсах и др.).

Виды учебной деятельности, обеспечивающие формирование ИКТ-компетенции учащихся:

– создание и редактирование текстов;
– работа с электронными таблицами;
– обработка информации в базах данных;
– создание презентаций;
– работа с векторной и точечной графикой;
– редактирование и использование фотоматериалов;
– обработка и использование аудио и видео;
– веб-конструирование;
– основы моделирования;
– основы анимации;
– использование электронных образовательных ресурсов на уроках и во внеурочной деятельности;
– поиск и анализ информации в Интернете;
– моделирование и проектирование;
– сетевые коммуникации.

Вместе с тем нужно отметить, что, говоря об ИКТ-компетентности, нельзя исходить лишь из наличия умений использования компьютерной и информационной техники. На наш взгляд, этот компонент – лишь информационная грамотность. Но, будучи только информационно грамотным, ученик не может быть информационно компетентным. Важно также присутствие такого компонента, как информационная культура. Это понятие более широкое, чем грамотность, и выражает прежде всего сознательное владение современными техникой и технологиями, способность к анализу и сознательному использованию информации.

Важно понимание того, что информация является важной частью сегодняшней жизни, элементом, способным сформировать, трансформировать или радикально изменить представления как преподавателя, так и обучаемых о различных явлениях и процессах. Поэтому важно внимательно анализировать найденную, полученную информацию, проверять степень ее достоверности, полноты, актуальности. Все это доступно только тому, чей уровень информационной культуры достаточно высок.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Окуловский, О. И. Компетенции и компетентностный подход в обучении / О. И. Окуловский // Молодой ученый. – 2012. – № 12. – С. 499–500.

С. А. МАРЗАН, Н. Н. СЕНДЕР, А. Н. СЕНДЕР
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ТЕХНОЛОГИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ УЧЕБНИКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

В процессе создания электронных учебных материалов перед разработчиками встает проблема: как наиболее эффективно соединить дидактические задачи и технические решения. И если авторы электронного учебника не владеют навыками программирования, то для выполнения программно-технической обработки текста привлекаются специалисты в области информационных технологий (программисты), которые могут не являться специалистами в той предметной области, по которой создается электронный учебник. Сложившаяся ситуация зачастую приводит к тому, что авторы учебника не знают, какие технические решения можно применить для наиболее эффективной реализации дидактических задач, а программисты не ориентируются на решение дидактических задач, а зачастую лишь используют возможности технологии гипертекста. Данный факт не может не сказаться на качестве учебников, создаваемых в электронном виде, многие из которых представляют собой электронную (машиночитаемую) копию бумажной версии документа с элементарной расстановкой гиперссылок.

Концептуальное проектирование электронных учебников позволяет избежать принятия нетехнологичных решений и одновременно создает предпосылки для разработки целостного высококачественного учебного продукта, пригодного для длительного и многократного использования.

Исходя из собственного опыта разработки электронных образовательных ресурсов, предлагаем перечень принципов и рекомендаций, которые, на наш взгляд, целесообразно учитывать при проектировании электронных учебных материалов.

1. Программное обеспечение, закладываемое в основу электронного учебника, должно носить инновационный характер, использовать самые современные технологические решения, допускать расширение функциональности учебника за счет интеграции с программным обеспечением различных разработчиков, обеспечивать возможность с минимальными затратами обновлять информационные материалы.

2. Программно-технический функционал электронного учебника должен:

– обеспечивать интерактивность, т. е. возможность взаимодействия студента и преподавателя с электронным учебником, получения реакции электронного учебника на свои действия;

– реализовывать самые передовые технологии организации, хранения и подачи информации (гипертекст с максимально возможной реализацией системы гиперсвязей, при которой указания на каждый используемый элемент (формула, теорема, определение, таблица, рисунок, литературный источник и т. п.) должны быть реализованы с помощью гиперссылок; анимацию, мультимедиа и т. п.);

– содержать интуитивно понятную навигацию с возможностью быстрого поиска требуемой информации, переход из одного раздела (темы, лекции, параграфа) в другой раздел;

– обеспечивать возможность проведения постоянного мониторинга результатов учебной деятельности;

– иметь понятный интерфейс с современным привлекательным дизайном и соответствовать нормам здоровьесберегающих технологий [1].

3. Предметное содержание электронного учебника должно:

– соответствовать образовательному стандарту, учебной программе по соответствующей учебной дисциплине, программе практики;

– по форме и содержанию соответствовать поставленным учебным задачам;

– удовлетворять основным информационным потребностям преподавателя и обучаемого по изучению, закреплению и повторению учебного материала, диагностике и коррекции пробелов в знаниях, тематическому и итоговому контролю.

С 2010 г. коллективом кафедры математического анализа, дифференциальных уравнений и их приложений БрГУ имени А. С. Пушкина ведется изучение возможностей свободно распространяемого программного обеспечения для использования в образовательном процессе, в том числе, для создания интерактивных электронных учебников. Нами была поставлена задача – разработать технологию создания электронных учебных материалов, позволяющую использовать ее пользователям, не владеющим навыками программирования. Задача реализована с использованием кросс-платформенной системы TEX и макропакета LATEX. По сравнению с другими популярными форматами, TEX и его надстройка LATEX обладают следующими преимуществами:

– возможность организации достаточной степени интерактивности (включение в создаваемый курс графических элементов, анимации, тестовых заданий, различных элементов оформления и управления);

– расширение возможностей формата pdf, позволяющее сформировать единую обучающую среду;

– простота создания гиперссылок на любые элементы текста и дополнительные приложения, установленные в операционной системе;

– возможность создания навигационной панели управления всеми элементами электронного учебника;

– минимальный размер файла (для сравнения: размер файла, содержащего одинаковую формулу для формата TEX составляет 600 байт, а для формата winword – порядка 4500 байт);

– большой охват математической символики и возможность ее дополнения;

– соответствие типографическим нормам и традициям, принятым в современных учебниках;

– простота набора математических формул и малые системные требования к технике;

– широкий спектр поддерживаемых операционных систем, одинаковый результат при переносе между системами.

Пользователю, не знакомому или мало знакомому с LATEX, предлагается работа с готовыми «шаблонами» электронных изданий, которые разработаны авторами проекта (вся необходимая информация по работе с «шаблонами» представлена в виде электронного «Руководства пользователю»).

С целью обеспечения возможности проведения постоянного мониторинга результатов учебной деятельности в создаваемые электронные учебники предлагается внедрять интерактивные системы тестирования, созданные с использованием свободно распространяемого редактора тестов Iren, который позволяет создавать тесты для проверки знаний и проводить тестирование в локальной сети, через Интернет или на одиночных компьютерах (тесты могут включать в себя задания различных типов: с выбором одного или нескольких верных ответов, с вводом ответа с клавиатуры, на установление соответствия, на упорядочение и на классификацию) [2].

Предлагаемая технология успешно применена при создании целого ряда электронных учебников преподавателями не только БрГУ имени А. С. Пушкина, но и других университетов республики.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Магамадов, Н. С. Формирование информационно-технологической компетенции будущих бакалавров в новой информационно-образовательной среде вуза : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Н. С. Магамадов. – Грозный, 2018. – 204 л.

2. Программа тестирования знаний [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://irenproject.ru. – Дата доступа: 25.02.2020.

Е. В. НАХРАТЬЯНЦ[1], Л. И.КАПИЦА[2]
[1]ГУО «Средняя школа № 23 г. Бреста» (Брест, Беларусь)
[2]БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАБОТЫ С ИСПОЛНИТЕЛЕМ РОБОТ В КУРСЕ ИНФОРМАТИКИ 7 КЛАССА

Содержание курса информатики в учреждениях образования является одним из самых изменяемых в связи с тем, что необходимо не только оперативно реагировать на требования настоящего времени, но и учитывать будущие изменения в области информационных технологий. В связи с этим еще в 2017/2018 учебном году в курс информатики снова ввели изучение исполнителя Робот.

В средах программирования *PascalABC* и *PascalABC.NET* имеется встроенный задачник, который содержит проверяемые задания для данного исполнителя. Количество доступных для решения заданий в среде *PascalABC* ограничено – всего четыре задачи из каждой группы. В *PascalABC.NET* количество доступных заданий большое, но многих учителей набор заданий не удовлетворяет. Творческой группой учителей информатики средних школ № 3, 7, 15 Московского района г. Бреста была изучена возможность разработки и добавления в задачник собственных заданий для этого исполнителя для каждой из сред программирования. Это дает возможность учителю создавать набор заданий к конкретному уроку, дифференцировать задания, поэтапно их усложнять. Например, можно создать обстановку для решения задачи на прохождение лабиринта с использованием линейного алгоритма, а затем усложнить задачу таким образом, чтобы ее можно было решить с помощью цикла (здесь можно задать случайным образом длину и положение стен). Кроме этого, вариативность заданий снижает возможность списывания учащимися, работающими за соседними компьютерами, и позволяет осуществлять индивидуальный подход к учащимся.

Начнем с того, что в папке установки среды *PascalABC* находится файл *Разработка дополнительных заданий.doc*, в котором описано, как добавлять задания в любую группу. В папке Tasks (*Program Files(x86) \PABC\UNITS\Tasks*) находится файл *RobTasks.pas*, в котором описано создание трех заданий группы *myrob*.

В файле справки можно найти команды, которые позволяют создать обстановку на поле Робота.

Команда	Назначение
Для *PascalABC* RobotField(x, y); **для *PascalABC.NET*** Field (x, y);	Задает поле Робота размера szx на szy клеток.
HorizontalWall(x,y,len);	Создает горизонтальную стену длины len и координатами левого верхнего угла (x, y).
VerticalWall(x,y,len);	Создает вертикальную стену длины len и координатами левого верхнего угла (x, y).
RobotBegin(x,y);	Задает начальное положение Робота в клетке с координатами (x, y).
RobotEnd(x,y);	Задает конечное положение Робота в клетке с координатами (x, y).
RobotBeginEnd(x,y,x1,y1);	Задает начальное положение Робота в клетке с координатами (x, y) и конечное в клетке с координатами (x1, y1).
Tag(x,y);	Помечает клетку (x, y) для закрашивания.
TagRect(x,y,x1,y1);	Помечает прямоугольник из клеток, задаваемый координатами противоположных вершин прямоугольника (x, y) и (x1, y1), для закрашивания

MarkPainted(x,y);	Закрашивает клетку (x, y) (в задании некоторые клетки могут быть уже закрашены).
TaskText(s);	Задает формулировку текста задания в строке s.
Для *PascalABC* AddGroup(name: string; count: integer; p: TInitTaskProc);	Регистрирует новую группу заданий для исполнителя Робот с именем name, количеством count, указывая p в качестве процедуры постановки заданий. При вызове процедуры Task из основной программы для исполнителя Робот вначале вызывается процедура p с указанным номером задания. Например, если группа заданий была подключена вызовом AddGroup('mypp',15,MyPPProc); то при вызове Task('RBmypp7') вначале вызывается процедура MyPPProc(), генерирующая задание с номером 7 из группы mypp.
Для *PascalABC.NET* RegisterGroup(name,description,unitname: string; count: integer); Кроме этого необходимо будем прописать процедуры для регистрации всех заданий модуля **RegisterTask(name: string; p: TaskProcType);**	Обеспечивает автоматическую регистрацию новой группы заданий в программном модуле PT4Load. В результате имя данной группы будет отображаться в окне модуля PT4Load в списке групп, связанных с исполнителем Робот, что позволит создать программу-заготовку для выполнения любого задания этой группы. Имя группы заданий должно содержать не более 7 символов (цифр и латинских букв) и не должно оканчиваться цифрой, количество заданий не должно превышать 999. Процедура RegisterGroup должна вызываться в секции инициализации модуля, содержащего реализацию новой группы заданий для Робота. Связывает имя задания name с процедурой p, в которой реализовано данное задание. Данную процедуру следует вызывать для *каждого* задания. Подобно описанной выше процедуре RegisterGroup, процедура RegisterTask должна вызываться в секции инициализации модуля, содержащего реализацию новой группы заданий для Робота. Порядок вызова этих процедур может быть произвольным.

На основе этого шаблона можно создавать свои группы с любым набором заданий. В строке *//PT4LoadInfo//RB==**myrob**|Мои задания для Робота|**2*** следует изменить название группы и их количество, можно изменить имена процедур, дополнить процедуру *InitTask*, добавив команды вызова для всех своих заданий, и обязательно изменить команду *AddGroup('MyRob', 2, InitTask)*, указав имя группы и количество заданий. Далее сохраняем файл под новым именем (мы назвали *robtasks1.pas*) в той же папке (*Program Files(x86) \PABC\UNITS**Tasks***).

Проверить свои обстановки можно только после добавления модуля в папку Tasks и вызова задания. (Тут необходимы права администратора.) В первой строке, где записана команда подключения модуля Robot, необходимо внести исправления.

При создании шаблона программы загрузится шаблон:

```
uses Robot, RBmyrob;
  begin
    Task('myrob2');
  end.
```

Здесь *myrob* – имя группы (а в нашем случае и имя файла с заданиями). При попытке выполнить задание возникает ошибка. Необходимо вместо *RBmyrob* написать имя файла (без расширения), в котором хранятся задания. В нашем случае *uses Robot*, *myrob*.

Для среды PascalABC.NET команды будут немного отличаться. Тот же модуль будет выглядеть так:

```
unit myrob;
  interface
  uses RobotTaskMaker;
  implementation
procedure r1;
  begin
    TaskText('Задание myrob1. Закрасить помеченные клетки');
    Field(10,6);
    HorizontalWall(0,3,4);
    VerticalWall(4,3,2);
    RobotBegin(1,4);
    VerticalWall(5,1,5);
    HorizontalWall(5,1,4);
    RobotEnd(6,2);
    Tag(6,2);
  end;
procedure r2;
var n:integer;
```

```
   begin
      TaskText('Задание myrob2. Рядом с роботом есть стена. За-
красить клетку с противоположной стороны');
      Field(10,10);
      n:=random(4)+1;
      RobotBegin(5,5);
      case  n of
      1: begin VerticalWall(5,4,1);  robotend(6,5);end;
      2: begin VerticalWall(4,4,1);   robotend(4,5);end;
      3: begin HorizontalWall(4,4,1); robotend(5,4);end;
      4: begin HorizontalWall(4,5,1);  robotend(5,6);end;
      end;
   end;
begin
RegisterGroup('myrob','Мои задания для Робота','RobTasks',2);
RegisterTask('myrob1',r1);
RegisterTask('myrob2',r2);
end.
```

Сохранить файл с заданием можно в каталоге PABCWork.NET на диске C:. PascalABC.NET требует, чтобы имя файла и имя модуля совпадали. В каталоге *PascalABC.NET/PT4* есть файл *loadpabc.dat*, в котором необходимо указать новые группы для Робота. Формат файла текстовый, в нем несложно разобраться. Например, если требуется в конец списка наборов для Робота (группа RB, первая в списке) добавить новый набор с именем myrob, описанием “мои собственные задания” и количеством заданий 2, то в конец списка наборов для Робота надо добавить строку:

=myrob|мои собственные задания|2

Вызов задания будет выглядеть так:

```
uses Robot;
begin
  Task('myrob2');
end.
```

Его также необходимо подправить, добавив название модуля.

```
uses Robot, myrob;
begin
Task(' myrob2');
end.
```

Теперь можно проверять обстановки, запустив программу на выполнение, и решать задачи.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справка PascalABC [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://forum.mmcs.sfedu.ru/t/razrabotka-sobstvennyh-zadanij-dlya-ispolnitelya-robot/1918/3. – Дата доступа: 30.03.2020.

Т. С. ОНИСКЕВИЧ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННЫЙ ПОДХОД К ИЗУЧЕНИЮ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «НАЧАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ», ДОШКОЛЬНИКОВ И МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Формирование понятия о натуральном числе, являющемся основой начального курса математики, осуществляется с опорой на аксиоматическую и количественную теории натурального числа, изучению которых отводится в программе математического образования педагогов значительное место. В настоящей статье мы рассмотрим значение теоретико-множественного подхода к определению натурального числа и его место в математической подготовке дошкольников и младших школьников, а также студентов специальности «Начальное образование».

Определение натурального числа в математике является абстрактным. Натуральное число в количественной теории определяется как класс конечных равномощных множеств. Поэтому изучению теории натурального числа предшествует изучение теории множеств.

Известно, что понятие множества в математике относится к числу неопределяемых. Под множеством понимают любую совокупность объектов или понятий. Объекты или понятия, составляющие некоторое множество, называются его элементами. Элементами множества могут быть как реальные предметы (например, игрушки, счетные палочки), так и абстрактные понятия (например, числа, геометрические фигуры).

Программа формирования элементарных математических представлений у дошкольников предусматривает обучение воспитанников выделению характеристического свойства элементов конкретных предметных множеств, сравнению предметных совокупностей по количеству предметов, их составляющих. Согласно требованиям программы, сравнение небольших предметных совокупностей проводится путем установления взаимно однозначного соответствия между их элементами.

Формирование навыков установления взаимно однозначного соответствия начинается с освоения метода наложения. Дошкольники сравнительно быстро усваивают понятия «столько же», «равны», «поровну», «лишний». Сравнение чисел в дальнейшем также осуществляется путем установления взаимно однозначного соответствия между элементами предметных множеств, мощность которых равна этим числам. Задача формирования количественных представлений на основе теоретико-множественного подхода решается в единстве с развитием устной речи обучающихся. Результат сравнения предметных множеств отражается в речи следующими словами: «сколько»; «много»; «мало»; «больше»; «меньше»; «столько же»; «равное, одинаковое количество»; «немного»; «несколько»; «один»; «ни одного». Теоретической основой раздела являются базовые положения теории множеств, на которых основано сравнение предметных множеств, чисел и сам процесс счета. Математическую основу этих действий составляют операции над конечными множествами.

Цель счетной деятельности – выражение количества предметов числом. Процесс счета выступает как средство достижения этой цели и подразумевает последовательное называние числительных и соотнесение их с предметами счета. Фактически это установление взаимно однозначного соответствия между двумя множествами: множеством пересчитываемых предметов и множеством числительных. Эта операция более сложная по сравнению с операцией установления взаимно однозначного соответствия между элементами двух предметных множеств. Поэтому до обучения счету дошкольники должны овладеть приемами наложения, приложения, использования предметов-заместителей для установления количественных соотношений между множествами.

На начальных этапах овладения счетной деятельностью дошкольников учат пересчитывать предметы. Передвигая предметы, предъявленные для пересчитывания, обучающиеся последовательно называют соответствующие числительные, а затем и итоговое число как результат счетной деятельности. Последнее числительное относится ко всему множеству и обозначает количество предметов. В результате овладения операцией счета у детей формируется представление о числе как результате счета и показателе мощности конечного предметного множества.

Математическая подготовка младших школьников предполагает овладение ими когнитивной и операционально-технологической составляющими математики как учебного предмета. Арифметический материал, знакомящий учащихся с понятием целого неотрицательного числа, занимает в программе математики начальной школы центральное место. В процессе формирования понятия о числе, происходящем через осознание основных функций натурального числа: количественной, порядковой, операторной, реализуются содержательные линии:

– линия развития понятий, которая включает в себя понятие о натуральных числах и их свойствах, нуле, натуральном ряде чисел и др.;

– формально-оперативная линия, направленная на овладение учащимися вычислительными навыками с целыми числами, полученными в результате счета, измерения и др.;

– вычислительно-графическая линия, рассматривающая операции над натуральными числами при решении текстовых арифметических задач;

– содержательно-прикладная линия, предполагающая выполнение заданий практической направленности.

В задачи пропедевтического периода входит формирование у школьников представлений о смысле арифметических действий сложения и вычитания, которое целесообразно проводить задолго до изучения самих действий. Цель упражнений – на конкретных примерах показать учащимся, что при удалении части предметного множества количество предметов уменьшается, а при добавлении увеличивается. Причем действия по удалению части множества (подмножества) и добавлению (определению дополнения подмножества до данного множества) школьники должны многократно проводить сами на конкретных предметных множествах. Позднее задания усложняются, чтобы учащиеся отвлекались от иных характеристик предметного множества, кроме их количественной стороны. Особое внимание уделяется употреблению терминов «больше – меньше», «стало – осталось», «добавили – убавили». Фронтальная работа сопровождается предметными действиями каждого обучающегося с раздаточным материалом.

Большое внимание в формировании математических представлений у дошкольников и младших школьников уделяется упражнениям с использованием зрительного, слухового и осязательного анализаторов. Это помогает раскрыть природу натурального числа, сформировать навыки счета объектов различной природы.

Программа по математике общеобразовательной школы не предусматривает рассмотрение в общем виде соответствий и отношений. Однако математическое образование невозможно без рассмотрения в неявном виде вопросов, связанных с теорией отношений.

Так, в дошкольном возрасте используются упражнения на построение сериационных рядов (упорядочивание предметов по длине), т. е. установление отношения порядка для конкретных предметных множеств. В начальной школе отношение порядка устанавливается для абстрактных элементов, например чисел (порядок следования чисел в числовом ряду). Дается представление об отношении порядка следования и вводится соответствующая терминология: «первый», «последний», «после», «за», «следующий за» и др.

Рассматриваются отношения равенства ($a = в$) и неравенства ($a > в$; $a < в$) чисел. Вводятся термины: «больше», «меньше», «равно», рассматриваются знаки этих отношений («>»; «<»; «=»), понятия «столько же», «больше (меньше) на несколько единиц». Изучение дальнейшего курса математики невозможно без усвоения отношений типа «число *а* равно числу *в*», «число *а* больше (меньше) числа *в*», «число *а* непосредственно следует за числом *в*», «число *а* делится на число *в*» и др. Позднее эти отношения рассматриваются на множествах обыкновенных и десятичных дробей, а также на геометрическом материале: равенство фигур; в том числе – равенство отрезков, построение отрезков такой же длины, больше, меньше данного; отношения параллельности и перпендикулярности прямых в средних классах школы и т. д.

Наиболее важными соответствиями, предусмотренными школьной программой, являются следующие: «Число *а* является длиной отрезка»; «Число *а* является длиной ломаной»; «Число *а* является длиной окружности»; «Число *а* является площадью фигуры (площадью круга, прямоугольника; боковой и полной поверхности прямоугольного параллелепипеда); объемом тела»; «Число *а* является мерой угла».

Поэтому знание частных случаев отношений эквивалентности и порядка представляет собой один из наиболее значимых параметров, определяющих усвоение содержания математики как школьного учебного предмета. Непонимание математических отношений проявляется позже в «всплесках» ошибок: при изучении арифметических действий в пределах второго десятка, при выполнении сложения и вычитания в пределах первой сотни и др.

Таким образом, теоретико-множественный подход является неотъемлемой составляющей математического образования дошкольников и учащихся образовательных учреждений и лежит в основе овладения школьниками теоретическим содержанием программы математики как учебного предмета. А это, в свою очередь, требует соответствующей подготовки будущих педагогов и пристального рассмотрения этих вопросов в курсе математики высших учебных заведений.

В. А. ПЛЕТЮХОВ, В. С. СЕКЕРЖИЦКИЙ, А. И. СЕРЫЙ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КИНЕМАТИКИ

Приведем текст одной известной задачи по специальной теории относительности (далее – СТО) (см., например, [1, с. 4]).

Собственное время жизни мюона τ_0 *= 2,2 · 10*$^{-6}$ *с. Определите, с какой скоростью относительно Земли должен лететь мюон, чтобы пролететь расстояние* l *= 30 км.*

Применяя соответствующие формулы релятивистской кинематики, несложно получить следующий ответ [1, с. 18]:

$$\upsilon = l \Big/ \sqrt{\tau_0^2 + l^2/c^2} = c \Big/ \sqrt{1 + c^2\tau_0^2/l^2} = \left(l/\tau_0\right) \Big/ \sqrt{1 + l^2/\left(c^2\tau_0^2\right)}. \qquad (1)$$

Подстановка численных данных в (1) показывает, что $c\tau_0/l \ll 1$, что соответствует ультрарелятивистскому случаю, когда $\upsilon/c \to 1$.

При решении этой задачи у студентов могут возникать следующие замечания:

1. Если мы хотим представить ответ в форме, отличной от $\upsilon \to c$, то получим $\upsilon \approx 0{,}99976\,c \approx 0{,}9998\,c$, т. е. потребуется выписать как минимум четыре знака после запятой, а это на первый взгляд, противоречит правилам приближенных вычислений, поскольку исходные данные в условии приводятся с меньшей точностью. Даже может возникнуть желание в качестве подтверждающего аргумента привести пример обоснования нецелесообразности учета релятивистских поправок при скоростях $\upsilon \approx 8$ км/с [2, с. 15, 71], поскольку это обоснование основано на том, что величина υ^2/c^2 значительно меньше погрешности, с которой определены значения исходных данных. Нельзя ли для решения проблемы выбрать меньшее значение l.

2. Само справочное значение скорости света не является точным, что вносит дополнительную погрешность в значение скорости υ.

Разберем возможные ответы на указанные замечания. Начнем со второго из них. Значение υ в ответе отличается от c на $0{,}00024\,c$, а погрешность, с которой определено значение c, равна 1,2 м/с [3, с. 632], что по порядку величины не превосходит $10^{-8}c$. Следовательно, указанное замечание несущественно, хотя допустимо для большей строгости искать не величину υ, а величину $\beta = \upsilon/c$, и в этом случае второе замечание устраняется автоматически. Целесообразность такой замены может быть аргументирована еще и тем обстоятельством, что некоторые студенты по невнимательности воспринимают запись «$0{,}9998\,c$» как 0,9998 секунды, совершая грубую ошибку, а в случае записи «$\beta = 0{,}9998$» вероятность подобных ошибок существенно снижается.

Что касается первого замечания, то, учитывая изложенный выше ответ на второе замечание, из второго варианта формулы (1) получаем:

$$\beta = \left(1 + c^2\tau_0^2/l^2\right)^{-1/2} \approx \left(1 + c^2\tau_0^2/\left(2l^2\right)\right)^{-1} \approx 1 - c^2\tau_0^2/\left(2l^2\right). \qquad (2)$$

С учетом точности исходных данных получаем, что $c^2\tau_0^2/\left(2l^2\right) \approx 2{,}4 \cdot 10^{-4}$. Здесь следует подчеркнуть, что единица в разложении (2) является точной, а не приближенной, поэтому можно записать $1{,}00000 - 0{,}00024 = 0{,}99976$, поэтому противоречия с правилами приближенных вычислений нет. Вместе с тем, для облегчения восприятия этого результата можно предложить следующие альтернативные варианты. А. Находить величину $1-\beta$ вместо β. Недостатком этого подхода является то обстоятельство, что величина $1-\beta$ не находит широкого практического применения. Б. Находить величину $y = 0{,}5 ln\left((1+\beta)/(1-\beta)\right)$ (быстроту). Недостатком такого подхода является потеря взаимосвязи с формулами классической кинематики, а также невозможность применения на школьном уровне. В. Находить величину $\gamma = 1\Big/\sqrt{1-\beta^2}$, что допустимо и на школьном уровне, а также широко применяется в физике ускорителей, поскольку величина γ в ультрарелятивистском режиме, как и y, довольно чувствительна к малейшим изменениям β.

На возможность уменьшения значения l имеется следующее возражение. Главным достоинством задачи является тот факт, что наличие релятивистского эффекта (т. е. справедливости релятивистских формул) становится очевидным даже при оценочных расчетах, поскольку выбранное значение l = 30 км (соответствующее эксперименту) призвано как можно убедительнее показать, что применение нерелятивистской формулы $l = \upsilon\tau_0$ не позволит преодолеть такое расстояние даже при $\upsilon \approx c$ (получится l = 6,6 · 10^2 м << 30 км), а при малых l теряется смысл применения (1), так как нерелятивистская формула даст практически тот же ответ.

Возникает, однако, еще один вопрос: следует ли округлять ответ до $\beta = 0{,}9998$ или можно оставить его в виде $\beta = 0{,}99976$? Для ответа на вопрос следует найти абсолютную погрешность для β. Из (2) получаем:

$$\Delta\beta = \sqrt{\left(\frac{\partial\beta}{\partial l}\right)^2 (\Delta l)^2 + \left(\frac{\partial\beta}{\partial\tau_0}\right)^2 (\Delta\tau_0)^2} = \frac{c^2\tau_0\sqrt{\tau_0^2(\Delta l)^2/l^2 + (\Delta\tau_0)^2}}{\left(1+c^2\tau_0^2/l^2\right)^{3/2} l^2}. \quad (3)$$

Подстановка численных данных дает $\Delta\beta \approx 1{,}4 \cdot 10^{-5}$, поэтому последняя цифра в ответе $\beta = 0{,}99976$ является неверной, и ответ следует округлить до $\beta = 0{,}9998$. Вместе с тем, несмотря на то что современное значение τ_0 определено еще точнее, чем в условии задачи, про l такого сказать нельзя, в том числе по той причине, что статистический разброс времен жизни отдельных мюонов (помимо прочих факторов) неизбежно приведет к разбросу значений l. Если в условии задачи дать l = 3 · 10^4 м (т. е. увеличить

Δl в 10 раз), то из (3) получим, что $\Delta\beta \approx 0{,}8 \cdot 10^{-4}$, т. е. даже в ответе $\beta = 0{,}9998$ последняя цифра становится, по крайней мере, сомнительной. Это замечание заслуживает отдельного обсуждения.

С учетом сказанного выше можно дать, по крайней мере, следующую формулировку условия задачи. *Собственное время жизни мюона* τ_0 = = *2,2* $\cdot 10^{-6}$ *с. Определите значение* $\beta = \upsilon/c$ *для мюона, если относительно Земли он успел пролететь расстояние: а)* l *= 30 м; б)* l *= 25 км; в)* l *= 30 км. Сравните результаты, которые получаются в рамках кинематики: I) нерелятивистской; II) релятивистской. Сделайте выводы о том, какие из полученных результатов имеют физический смысл и для каких расстояний нет существенного различия между результатами нерелятивистских и релятивистских расчетов.*

Получаем следующие ответы. I) а) $\beta = l/(c\tau_0) = 0{,}0455 \approx 0{,}046$; б) $\beta = 30$; в) $\beta = 46$; II) а) $\beta = 1\Big/\sqrt{1 + c^2\tau_0^2/l^2} = 0{,}0454 \approx 0{,}045$; б) $\beta = 0{,}9997$; в) $\beta = 0{,}9998$. Имеют физический смысл те из полученных результатов, где $\beta < 1$. Для расстояния 30 м нет существенного различия между результатами нерелятивистских и релятивистских расчетов, а в ультрарелятивистском случае небольшое изменение β (примерно на 0,0001) приводит к заметному изменению l (на несколько километров).

Помимо β можно также найти значение γ, а студентам непедагогических специальностей – предложить найти еще и значение y (см. выше).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теоретическая физика. Основы теории относительности. Электродинамика : Практикум / сост. : В. А. Плетюхов, М. А. Иванов. – Брест : БрГУ им. А. С. Пушкина, 2003. – 24 с.

2. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.

3. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1980. – Т. 4 : Оптика. – 752 с.

Е. В. ПОЖИВИЛКО
ГУО «Средняя школа № 14 г. Пинска» (Пинск, Беларусь)

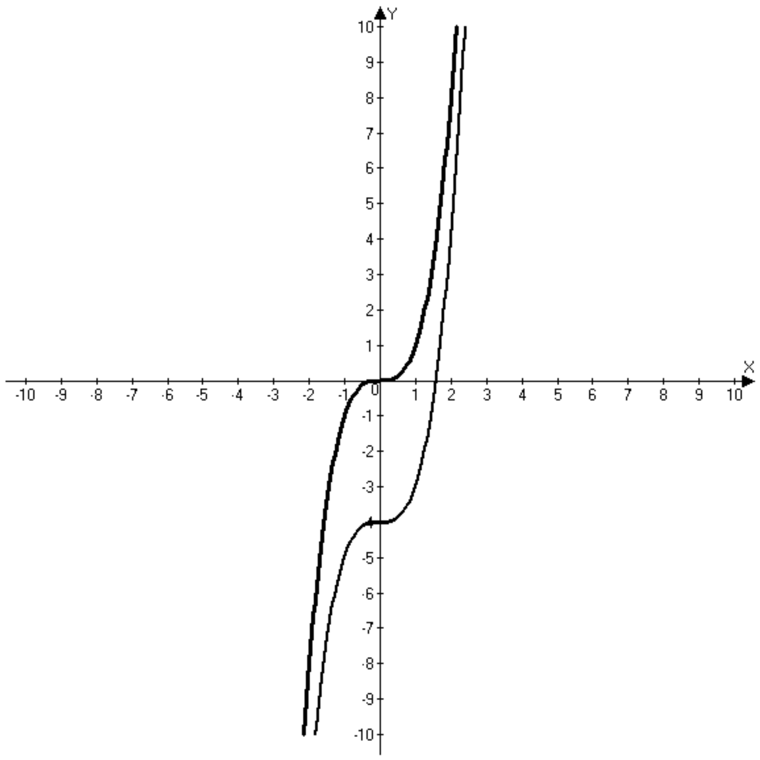
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ ADVANCED GRAPHER И GEOGEBRA CLASSIC ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ»

Компьютеризация средств обучения приводит к увеличению числа учащихся, использующих в своей повседневной жизни компьютер, планшет, мобильный телефон и другие гаджеты. Профессионально написанные тексты учебников сейчас меньше привлекают учащихся, чем красочная виртуальная реальность. Возникает некое противоречие между возможностями учащихся, владеющих общими приемами общения с информационной средой, и предлагаемыми им методами и формами обучения в школе. Поэтому учитель, использующий компьютерные информационные технологии на уроках математики, имеет уникальную возможность по формированию жизненных компетентностей учащихся. При этом урок сопровождается не только словесным объяснением, но и наглядным, динамичным показом. Использование компьютерных информационных технологий на уроках способствует повышению качества знаний, активизации мыслительной деятельности учащихся, вырабатывается стойкий интерес к изучению предмета математики.

Сегодня задача учителя состоит в том, чтобы приблизить математику к жизни, сделать математические факты зримыми, а значит понятными. Одним из путей визуализации математики, внесения в нее движения является использование компьютерных программ. Например, использование таких компьютерных программ, как Advanced Grapher и GeoGebra Classic.

Каждый учитель при изучении темы «Построение графиков функций $y = f(x) \pm b$, $y = f(x \pm a)$» сталкивался с проблемой необходимости на уроке построить как можно больше графиков. Чем больше учащийся построит графиков, тем лучше усвоит материал. Но проблема остается неизменной – учащиеся не успевают построить за один урок нужное количество графиков, чтобы сделать правильные умозаключения и выводы, чтобы тема прочно закрепилась в их сознании. В этом случае приходят на помощь компьютерные программы. Например, программа *Advanced Grapher* дает возможность каждому учащемуся не просто построить графики указанных функций, но и задать каждому графику нужный цвет линии, нужную толщину, что делает задание более наглядным. Программа *GeoGebra Classic* дает возможность учащемуся построить динамичные графики функций, что делает задание более интересным.

Программа *Advanced Grapher* позволяет строить графики функций, иллюстрировать всевозможные преобразования графиков функций, находить координаты точек пересечения графиков функций.



Пример использования программы Advanced Grapher: Построение графиков функции $f(x)=x^3$ *и* $f(x)=(x+4)^3$.

Шаг 1. Запустить программу *Advanced Grapher*.

Шаг 2. В *Главном меню* выбрать вкладку «Графики», затем «Добавить график» или на *Панели инструментов* выбрать кнопку «Добавить график», или нажать в пустом месте окна «Список графиков» правой кнопкой мыши, выбирая «Добавить график».

Шаг 3. В открывшемся окне «Добавить график», в строке «Формула» ввести x^3.

Шаг 4. Выбрать, по желанию, толщину и стиль линии.

Шаг 5. Выбрать, по желанию, цвет линии графика.

Шаг 6. Нажать кнопку «Ок».

Шаг 7. В главном меню выбрать вкладку «Графики», затем «Добавить график».

Шаг 8. В открывшемся окне «Добавить график», в строке «Формула» ввести x^3 – 4.

Шаг 9. Выбрать, по желанию, толщину и стиль линии.

Шаг 10. Выбрать, по желанию, цвет линии графика.

Шаг 11. Нажать кнопку «Ок».

Программа *GeoGebra* позволяет строить графики функций, причем в уравнениях функций можно использовать параметры, для которых автоматически создаются ползунки. Перетаскивая эти ползунки, можно отслеживать, как меняется график функции в зависимости от параметра.

Пример использования программы GeoGebra: Построение графиков функций $f(x)=|x|$ *и* $f(x)=|x|+a$.

Шаг 1. Запустить программу *GeoGebra*.

Шаг 2. В строке *Ввода* ввести abs(x) (можно воспользоваться виртуальной клавиатурой).

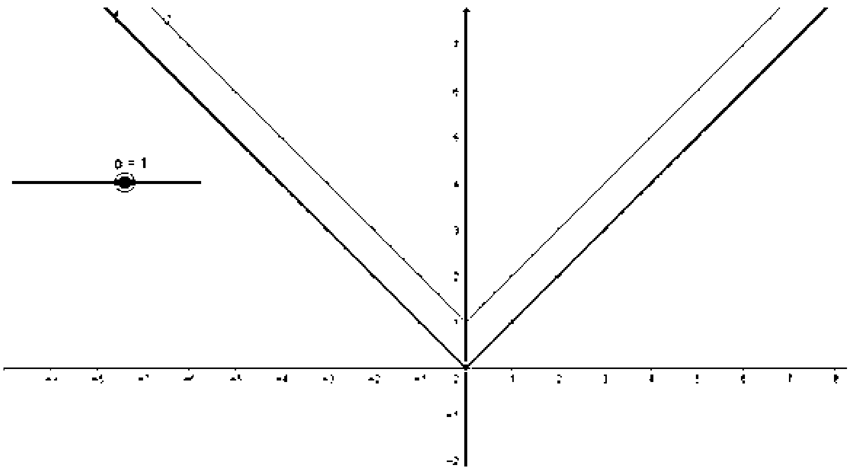
Шаг 3. Нажмите кнопку *Enter*.

Шаг 4. В строке *Ввода* ввести abs(x) + a (можно воспользоваться виртуальной клавиатурой).

Шаг 5. Нажмите кнопку Enter.

Шаг 6. Автоматически создается Ползунок *a* с интервалом от –5 до 5.

Для того чтобы графику функции придать динамичность необходимо нажать на кнопку .



Также можно придать динамичность графику функции с помощью левой клавиши мыши. Удерживая нажатой левую клавишу мыши, двигаем *Ползунок* влево или вправо.

Знакомство с новым материалом, таким образом, становится более увлекательным и наглядным, учащиеся с удовольствием участвуют в проведении урока и отмечают изменившиеся свойства функции.

Использование программ *GeoGebra Classic* и *Advance Grapher* на уроках позволяет повысить эффективность процесса обучения, решая при этом задачи по активизации работы учащихся на уроках математики, способствует развитию интереса к предмету, оптимизации учебного процесса, осуществлению индивидуальной и дифференцированной работы, снижению эмоциональной нагрузки на уроке, расширению кругозора учащихся, повышению качества подготовки выпускников.

Из всего вышесказанного становится ясно, что программы *GeoGebraClassic* и *Advance Grapher* способны оказать огромную помощь учителю в объяснении материала, а учащемуся – в его понимании. Однако, несмотря на все достоинства обучения на компьютере, для достижения прочных практических навыков в построении графиков необходимы тренировки с помощью карандаша и линейки. Чтобы не тратить время на построение графиков в тетради во время урока, учитель может распечатать графики, построенные с помощью компьютерной программы, и раздать их учащимся. Это является прекрасным вспомогательным пособием для выполнения домашних работ по построению графиков, так как перед глазами учащегося будет большое количество примеров, разобранных в классе с учителем. С помощью программ легко изготовить необходимые дидактические материалы: карточки, плакаты, тесты, всевозможные формы проверочных работ, математических диктантов, диагностических работ. Эти задания можно поручить учащимся. Этот момент должен заинтересовать учащихся, привнести в процесс обучения момент творчества.

Л. Ф. РАДИОНОВА
ГУО «Брестская санаторная школа-интернат» (Брест, Беларусь)

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ КАК ЭФФЕКТИВНОЕ СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ КЛЮЧЕВЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ УЧАЩИХСЯ НА УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО ФИЗИКЕ

Для успешной социальной адаптации человека в современном обществе ему нужны не только глубокие научные знания, но и умения творчески применять их на практике, в повседневной жизни. На уроках физики и в повседневной жизни учащиеся встречаются со многими явлениями, но обычно не задумываются над их объяснением: настолько они привычны. Однако еще Аристотель заметил, что «ум заключается не только в знании, но и в умении применять знания на деле».

Физика как учебный предмет располагает достаточными возможностями для формирования ключевых компетенций учащихся. Для их формирования, в рамках которых учащиеся должны овладеть умениями использовать физические знания в практической деятельности, на своих уроках мы применяем технологию практико-ориентированного обучения, основная идея которой состоит в обеспечении единства приобретения знаний и формирования практического опыта их использования при решении жизненно важных задач.

Одним из основных средств реализации практико-ориентированной технологии в процессе обучения физике являются задачи с практическим содержанием.

Под *физической задачей с практическим содержанием* следует понимать задачу, направленную на выявление физической сущности объектов природы, производства и быта, с которыми человек взаимодействует в процессе своей практической деятельности.

Условно задачи с практическим содержанием мы разделили на несколько типов.

Задачи, демонстрирующие применение физических законов и закономерностей в быту и повседневной жизнедеятельности человека.

На своих уроках, рассматривая различные темы, мы заметили, что у школьников возникает мысль, будто бы задачи бывают прикладные, т. е. нужные в жизни, и не практические, которые в жизни не понадобятся. Для устранения таких ошибок мы стали использовать любую возможность показать то, что абстрактные задачи могут быть связаны с прикладными. Задачи этого типа позволяют осуществлять на их основе формирование у учащихся такой компетенции, как развитие умений применять полученные знания для объяснения разнообразных природных явлений и процессов, встречаемых в быту и в повседневной жизнедеятельности человека.

1. Вам необходимо быстро получить малосольные огурцы. Как вы будете осуществлять засолку – в холодной или горячей воде? Почему? («Диффузия».)

2. Если бы нам дали задание сохранить новую обувь как можно дольше, то по какой дороге мы бы предпочли ходить (в условиях хорошей погоды): асфальтированной или тропинке? («Сила трения»)

3. Как будет теплее: в трех тонких свитерах или в одном по толщине, равном трем предыдущим? Ответ поясните. («Тепловые явления»)

4. При каких условиях столкновение автомобилей более опасно для жизни пассажиров: когда автомобили в результате столкновения сцепляются друг с другом или когда они отскакивают друг от друга? («Закон сохранения импульса»)

Задачи с производственно-техническим содержанием

Задача с производственно-техническим содержанием – это задача, в которой обеспечивается в органическом единстве решение физических, технических и производственных вопросов; содержанием такой задачи является физическое явление или закон, положенные в основу действия механизмов и компьютеров или технологии промышленных процессов. Решение таких задач способствует формированию у учащихся готовности к применению приобретаемых знаний и умений в будущей профессиональной деятельности, а также пониманию принципов действия важнейших технических устройств, технологий производства.

1. Допустимое давление для некоторого сорта бетона составляет 5000 кПа. При какой высоте бетонной колонны может произойти ее разрушение под действием силы тяжести? («Давление»)

2. Для чего в старину при изготовлении кирпича в глину добавляли рубленую солому? («Виды теплопередачи»)

3. Почему в радиаторы автомобилей заливают незамерзающую смесь, так называемый антифриз, а не используют воду? («Плавление и кристаллизация»)

4. Почему для резки металлов применяют ножницы с длинными рукоятками и короткими лезвиями? («Простые механизмы»)

Задачи, раскрывающие значение физики в практике познания окружающей действительности

Особый класс задач составляют творческие задачи, при решении которых у учащихся формируются умения самого высокого уровня. Это задачи, раскрывающие значение физики в практике познания окружающей действительности.

При решении таких задач напоминаем учащимся про отсутствие прямых и косвенных указаний на то, какие законы следует применять для их решения. Стараемся формулировать задачу таким образом, чтобы получить ответ на вопрос «Почему?» или на вопрос «Как сделать?». Вместе с ребятами в процессе обсуждения находим правильное решение. Задачи этого типа позволяют реализовать такую компетенцию, как развитие представлений о физике как части общечеловеческой культуры, ее значимости для общественного прогресса, значимости физики для установления гармонии между человеком и природой.

1. Какую роль при питье играет атмосферное давление? Почему трудно пить из опрокинутой бутылки или фляги, когда ее горлышко плотно охвачено губами? («Атмосферное давление»)

2. Можно ли перегрузить зерно из бункера комбайна в кузов автомобиля, не останавливая комбайн? («Механическое движение»)

3. Одежда из синтетической ткани, когда ее снимают, иногда издает слабый треск, а в темноте при этом возникает свечение. Почему это происходит? Полезна ли такая одежда для здоровья? («Электризация тел»)

4. Барон Мюнхгаузен утверждал, что вытащил сам себя из болота за волосы. Возможно ли это и почему? («Законы Ньютона»)

Таким образом, использование задач с практико-ориентированным содержанием приводит к более прочному усвоению информации учащимися, так как возникают ассоциации с конкретными действиями и событиями. Особенность этих заданий (необычная формулировка, связь с жизнью, наличие межпредметных связей) вызывает повышенный интерес учащихся, способствует развитию любознательности, творческой активности. Школьников захватывает сам процесс поиска путей решения задач. Они получают возможность развивать логическое и ассоциативное мышление, что способствует формированию у них готовности к применению знаний и умений в процессе своей жизнедеятельности, самостоятельному поиску научных выходов из неожиданной ситуации.

О. А. РОМАНЮК, И. П. ЕВДОСЮК
ГУО «Средняя школа № 7 г. Бреста» (Брест, Беларусь)

СВЕТОДИОДНОЕ ПАННО КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ

В настоящее время применение светодиодных источников света считается наиболее перспективным направлением в области искусственного освещения. Современные светодиоды эффективно решают целый спектр задач: увеличивают энергоэффективность освещения, улучшают светопередачу, повышают безопасность и срок эксплуатации осветительных приборов.

В нашем городе широкий ассортимент современных светодиодных деталей, которые помогут создать оригинальное светодиодное изделие для оформления интерьера. Богатое разнообразие позволяет свободно выбрать подходящий вариант для той или иной комнаты, не отказываясь от редкостей.

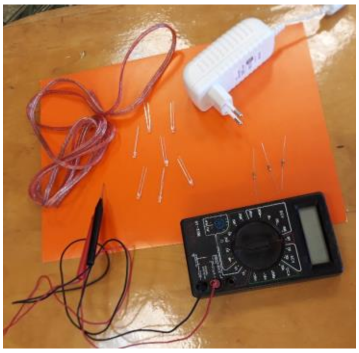
Для развития способностей школьников нами было предложено наиболее одаренным учащимся доказать эффективность применения светодиодных приборов для точечной подсветки. Для этого им было предложено:

1) изучить светодиод как компонент освещения, реагирующий на поступающий ток и преобразующий его в свет;
2) изучить светодиод как полупроводниковый прибор с электронно-дырочным переходом, создающий оптическое излучение при пропускании через него электрического тока в прямом направлении;
3) рассмотреть вопрос о правильном подключении в электрическую цепь светодиода, научиться определять его полярность, используя законы последовательного и параллельного соединения проводников;
4) провести эксперимент и проанализировать полученный результат.

Первоначально учащиеся познакомились с различными видами панно:
- тканевые;
- деревянные;
- каменные;
- графические;
- керамические;
- пластиковые.

Одним из новых видов является светодиодное панно – конструкции с внутренним подсветом. У светодиодного панно передняя панель непрозрачна. Стороны могут быть изготовлены из алюминиевого, металлического или деревянного профиля, окрашенного порошковым красителем или ламинированного пленкой. Изображение наносится на лицевую часть методом фотопечати или с помощью аппликации.

Учащиеся остановились на выполнении панно «Знак зодиака “Рыбы”». В процессе его изготовления ими было выполнено:



1. Изучили и проанализировали список литературы по теме «Светодиодные источники света» ([1-6]).

2. Проанализировав способы соединения светодиодов и блока питания, остановились на следующих характеристиках элементов цепи:

− светодиоды 3 V;
− резисторы 110 Ом;
− блок питания 12 V, 1,5 A.

3. Подобрали рамку, в которую решили вставить светодиодное панно.

4. Вырезали два одинаковых прямоугольника из фанеры размером 210 × 295 (мм).

5. Фанеру и рамку покрасили акриловой краской.

6. С помощью копировальной бумаги и трафарета нанесли на фанеру эскиз рисунка.

7. По контуру эскиза приклеили стеклянные стразы.

8. Определили места расположения светодиодов. Используя дрель, просверлили необходимые отверстия. Соединили цепь согласно описанной ранее схеме. При выполнении этой части работы проверяли полярность светодиодов с помощью мультиметра. Степлером закрепили соединительные провода к поверхности.

9. Закрыли заднюю панель светодиодного панно. Просверлили отверстие для крепления панно к стене.

В конце работы учащиеся сформулировали основные преимущества применения светодиодного панно в интерьере:

− оригинальность декора, который используется не так часто;

− надежность, энергоэффективность за счет использования светодиодных элементов;
− эстетика помещения;
− простота обслуживания.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юнович, А. Э. Светодиоды как основа освещения будущего. Светотехника / А. Э. Юнович. – 2003. – № 3. – С. 2–7.
2. Тябляшкин, С. Д. Исследование современного состояния и возможности использования светоизлучающих диодов в технике освещения / С. Д. Тябляшкин, Л. В. Абрамова // Инженер. технологии и системы. – 2005. – С. 152–159.
3. Рентюк, В. Светодиод – такой знакомый и неизвестный. / В. Рентюк // Полупроводниковая светотехника. – № 45. – 2017. – С. 60–65.
4. Мынбаев, К. Д. Технические применения светодиодных устройств / К. Д. Мынбаев. – СПб. : НИУИТМО, 2016. – 54 с.
5. Карев, А. Полезный срок службы светодиодных светильников и формирование выбора потребителя / А. Карев // Полупроводниковая светотехника. – 2016. – № 42. – С. 36–39.
6. Шуберт, Ф. Е. Светодиоды / Ф. Е. Шуберт. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 496 с.

Л. Н. САВЧУК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ПРИНЦИП НАГЛЯДНОСТИ В СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Традиционные средства наглядности зачастую оказываются малоэффективными в современном образовательном пространстве, насыщенном средствами информационно–коммуникационных технологий. Однако применение мультимедийных, интерактивных средств наглядности делает принцип наглядности по-прежнему актуальным, так как данные средства позволяют, во-первых, показать динамику, развитие процесса, явления; во-вторых, предъявлять учебный материал дозировано и в определенном порядке, в соответствии с нуждами учащегося, что позволит сделать процесс усвоения программного материала интересным и посильным для каждого.

В настоящее время широкое распространение получили электронные пособия, которые эффективно используются при преподавании различных дисциплин. При подготовке таких пособий большое внимание уделяется их содержательному наполнению, возможности предъявлять учащимся актуальную информацию, которую невозможно представить в пособии на бумажном носителе. В электронном пособии учащийся воспринимает не только печатный текст, но и информацию, представленную в разных видах, что стимулирует его восприятие и положительно сказывается на мыслительной деятельности, поэтому такие наглядные пособия можно применять практически на всех этапах процесса обучения.

В настоящее время информационно-коммуникационные технологии (далее – ИКТ) становятся базовым средством для реализации новых педагогических технологий, поэтому уровень методической подготовки будущего преподавателя определяется в целом его возможностями в подборе и использовании средств ИКТ. Однако высшей степенью сформированности у педагога компетентности в области профессиональной деятельности в it-насыщенной образовательной среде можно считать развитые навыки по проектированию и созданию собственных электронных средств обучения (далее – ЭСО). Эта ситуация требует изменений в самой системе подготовки будущих преподавателей. Необходимо, прежде всего, мотивировать будущих педагогов и создать необходимые условия для осуществления ими сознательной деятельности по освоению новых педагогических технологий, основанных на применении средств ИКТ, а в дальнейшем – разработке ЭСО, отвечающих потребностям современного образовательного процесса.

С. И. СЕРГЕЕВ
Национальный институт образования (Минск, Беларусь)

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ PISA: НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОГО ИНСТРУМЕНТАРИЯ

В контексте влияния, оказываемого международным исследованием PISA на математическое образование стран-участниц ([1, 2]), следует выделить два существенных направления развития диагностического инструментария. Первое связано с содержанием математических заданий, второе – с формой представления заданий исследования в целом.

1. Для заданий PISA в общем характерно широкое использование графических объектов, поскольку считаются важными умения «создавать математические диаграммы, графики, конструкции и извлекать математическую информацию из них; использовать в процессе решения задачи различные репрезентации и переключаться между ними» [3, с. 11]. При этом очевидно выделяется класс математических заданий, в структуре которых графические

объекты играют исключительную роль, и именно эти задания вызывают наибольшие трудности для учащихся. В структуре таких заданий графический объект репрезентует реальную ситуацию, развертывающуюся в динамике, то есть некий процесс. Учащимся предъявляется для анализа два вида графических объектов, причем существенно разной природы. Первый – это математический объект, чаще всего график функции, а второй – схема реальной ситуации или/и (псевдо)реалистическое изображение. Иногда вместо второго рисунка дается словесное описание ситуации.

В качестве характерного примера рассмотрим самое трудное задание из этого класса – задание «Скорость гоночной машины» (M159: Speed of Racing Car) [4, с. 29].

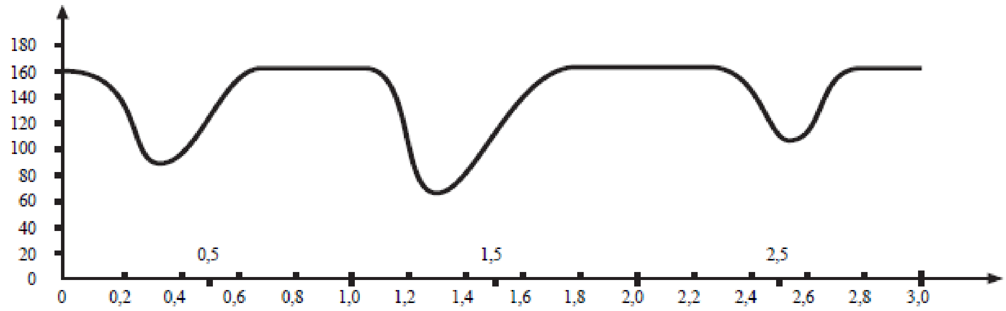


Рисунок 1 – График скорости

С ним справились только 4 % участников исследования. В задании учащимся предъявляются два рисунка, на первом из которых изображен график (рисунок 1). Этот график показывает, как изменялась скорость гоночной машины, когда она проходила второй круг по трехкилометровой кольцевой трассе без подъемов и спусков. Причем независимой переменной является не время, а расстояние по трассе от точки старта. На втором рисунке изображены схемы пяти различных по форме гоночных трасс, то есть пять замкнутых кривых (рисунок 2). В задании требуется определить, по какой именно из трасс ехала машина, график скорости которой изображен на первом рисунке.

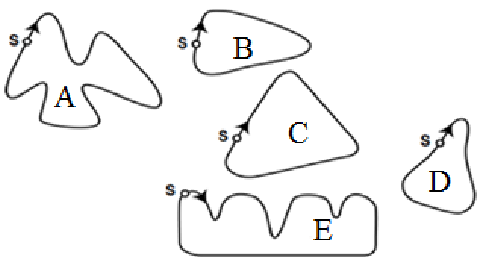


Рисунок 2 – Формы гоночных трасс

Учащиеся должны найти связь между графическими характеристиками формы трассы и графическими характеристиками математического объекта – графика функции. При этом существенное значение имеют как длины прямолинейных отрезков и «глубины впадин» на графике, так и все элементы формы трассы, и в первую очередь кривизна поворотов, а также расположение точки старта. В любом случае учащемуся необходимо неким образом представить реальную ситуацию в динамике, то есть создать внутреннюю (ментальную) репрезентацию. Причем динамические аспекты этой репрезентации нужно сконструировать на основе статических изображений.

Тот факт, что исследование зависимостей проводится неаналитически, когда не нужно выполнять практически никаких вычислений, является непривычным обстоятельством для учащихся, особенно постсоветских стран. Важно отметить, что именно динамический характер реальной ситуации, сам по себе, часто является причиной значительных трудностей при решении заданий подобного класса. Развитию умения неаналитического нахождения зависимостей при анализе графических объектов, как показывает опыт, может способствовать работа со специально спроектированными математическими апплетами, в которых моделируется динамика объектов реальной ситуации.

2. Вторым направлением развития диагностического инструментария PISA является использование принципиально нового типа заданий. Речь идет об интерактивных заданиях, ключевым моментом при выполнении которых является взаимодействие учащегося с компьютерной программой (апплетом) [5]. Основным отличием интерактивных заданий является то, что учащемуся предлагается самостоятельно провести «исследование новой сложной многофакторной системы с заранее неизвестными свойствами, причем не чистым отвлеченно-аналитическим путем, а путем непосредственного практического взаимодействия с новым объектом – выдвигая гипотезы, тут же экспериментально проверяя их и пытаясь управлять объектом» [6, с. 34]. Что касается именно интерактивных математических заданий, то, несмотря на то что их уже начали использовать в исследовании, в открытый доступ консорциум разработчиков инструментария исследования PISA эти задания не выложил. Отметим, что публикуется ограниченное количество образцов заданий [4, 7]. Это связано с повторным использованием одинаковых заданий в разных циклах исследования. Использование математических апплетов в исследовании PISA, по сути дела, является признанием эффективности апплетов в обучении в целом.

Таким образом, можно сделать вывод, что развитие диагностического инструментария PISA как с точки зрения содержания, так и с точки зрения формы представления, стимулирует разработку и внедрение в практику интерактивных дидактических материалов – математических апплетов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Assessing mathematical literacy : the PISA experience / ed. K. Stacey, R. Turner. – Cham ; New York : Springer, 2015. – 321 p.

2. ЕГЭ: 4000 задач с ответами по математике. Все задания. Базовый и профильный уровни / ред. И. В. Ященко. – М. : Экзамен, 2015. – 687с.

3. OECD PISA 2015 draft mathematics framework [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Mathematics%20Framework%20.pdf. – Дата доступа: 02.03.2020.

4. OECD PISA released items-mathematics 2006 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.oecd.org/pisa/38709418.pdf. – Дата доступа: 02.03.2020.

5. PISA 2015 released field trial cognitive items [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.oecd.org/pisa/test/PISA2015-Released-FT-Cognitive-Items.pdf. – Дата доступа: 02.03.2020.

6. Поддьяков, А. Н. Решение комплексных проблем в PISA-2012 и PISA-2015: взаимодействие со сложной реальностью / А. Н. Поддьяков // Образоват. политика. – 2012. – № 6 (62). – С. 34–53.

7. OECD PISA 2012 released mathematics items [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf. – Дата доступа: 2.03.2020.

А. И. СЕРЫЙ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

О КЛАССИФИКАЦИИ МЕТОДОВ РАЗДЕЛЕНИЯ ИЗОТОПОВ

В курсе физики атомного ядра изложение вопроса о методе разделения изотопов нередко ограничивается сведениями о масс-спектрометрии, причем этот вопрос может быть вынесен и в курс электродинамики. Между тем типология соответствующих методов является гораздо более обширной [1, с. 122–125]. В связи с этим можно составить обобщающую схему, приведенную ниже. Она может быть полезной в образовательном процессе при обобщении и закреплении материала. Отметим, что электролиз воды с разными оговорками может быть отнесен как к молекулярно-кинетическим, так и к физико-химическим методам.

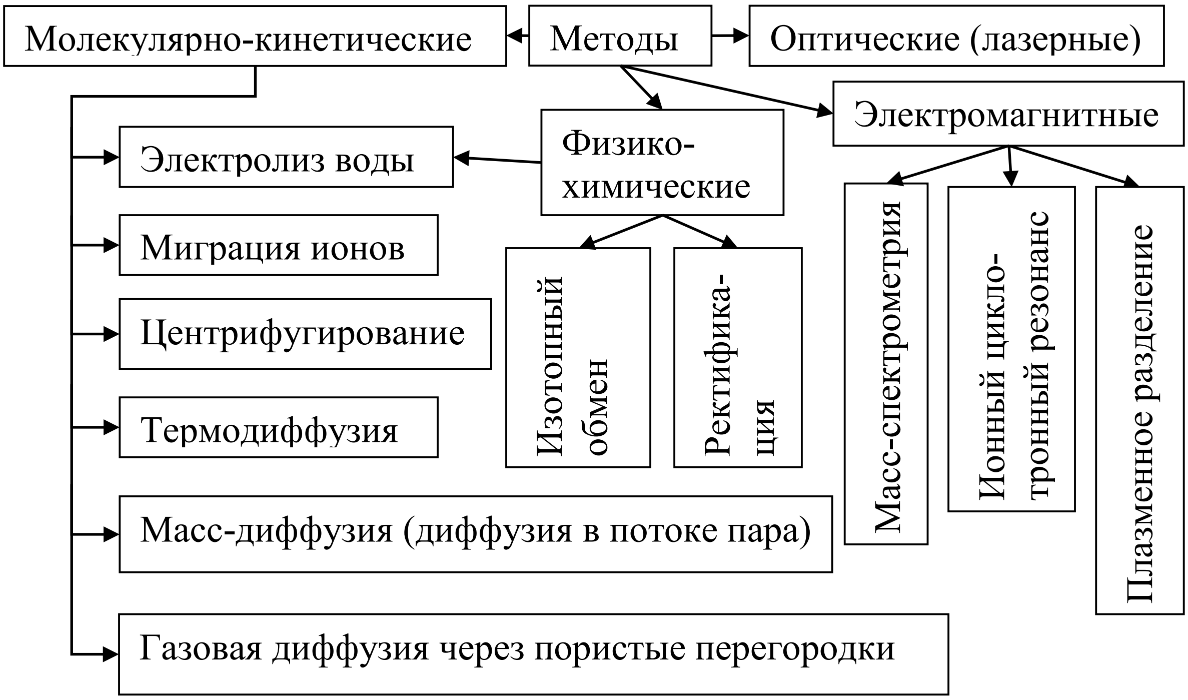


Рисунок – Классификация основных методов разделения изотопов

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физическая энциклопедия : в 5 т. / гл. ред. А. М. Прохоров ; ред. кол. Д. М. Алексеев [и др.]. – М. : Советская Энциклопедия, 1990. – Т. 2. Добротность. – Магнитооптика. – 703 с.

А. И. СЕРЫЙ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

К ВОПРОСУ О КЛАССИФИКАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ИЗМЕРЕНИЮ СКОРОСТИ СВЕТА

В курсе основ специальной теории относительности (далее – СТО) важное место занимает вопрос об опытах по измерению скорости света. В литературе не уделяется достаточного внимания вопросу о систематизации соответствующей информации (см., например, [1, с. 620–674]). В связи с этим можно составить обобщающую схему, приведенную ниже. В схеме указаны фамилии физиков, поставивших соответствующие опыты впервые (рисунок).

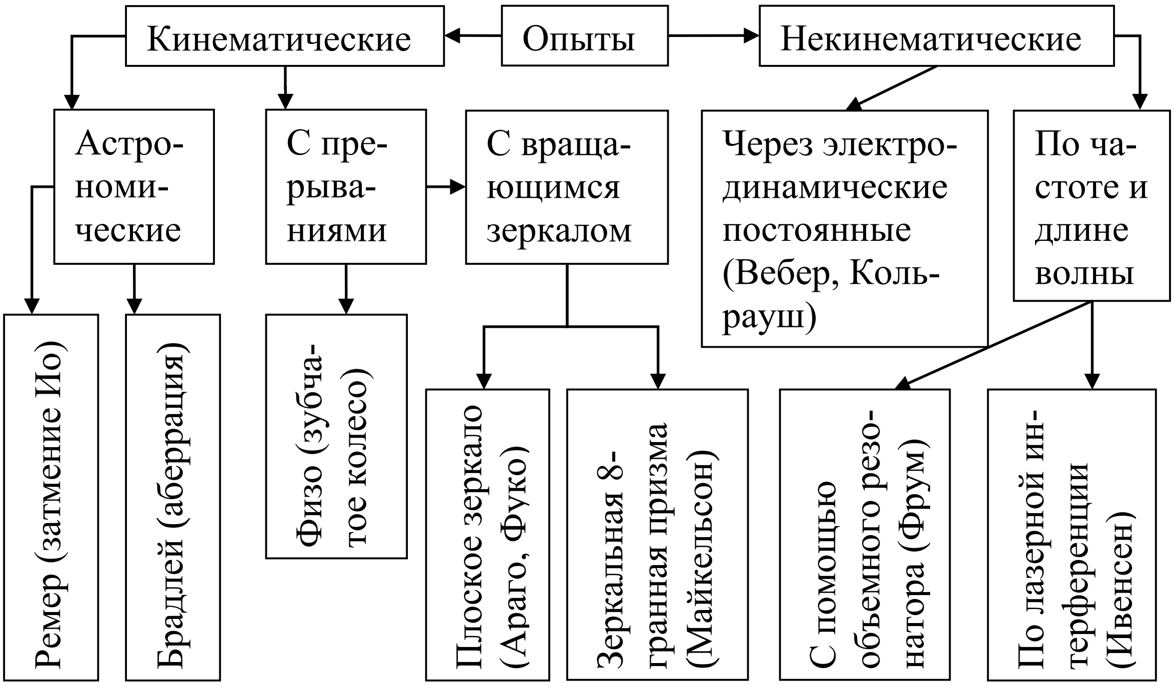


Рисунок – Классификация опытов по измерению скорости света

Приведенная схема может быть полезной при обобщении и закреплении материала по основам СТО.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1980. – Т. 4 : Оптика. – 752 с.

А. И. СЕРЫЙ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

К ВОПРОСУ О КЛАССИФИКАЦИИ РАЗНОВИДНОСТЕЙ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В курсах электричества и магнетизма, физики элементарных частиц и квантовой оптики встречаются сведения о различных видах тормозного излучения (далее – ТИ). В литературе не уделяется достаточного внимания вопросу о систематизации соответствующей информации (см., например, [1, с. 16; 2, с. 32–33]). В связи с этим можно предложить обобщающую схему, приведенную ниже (рисунок).

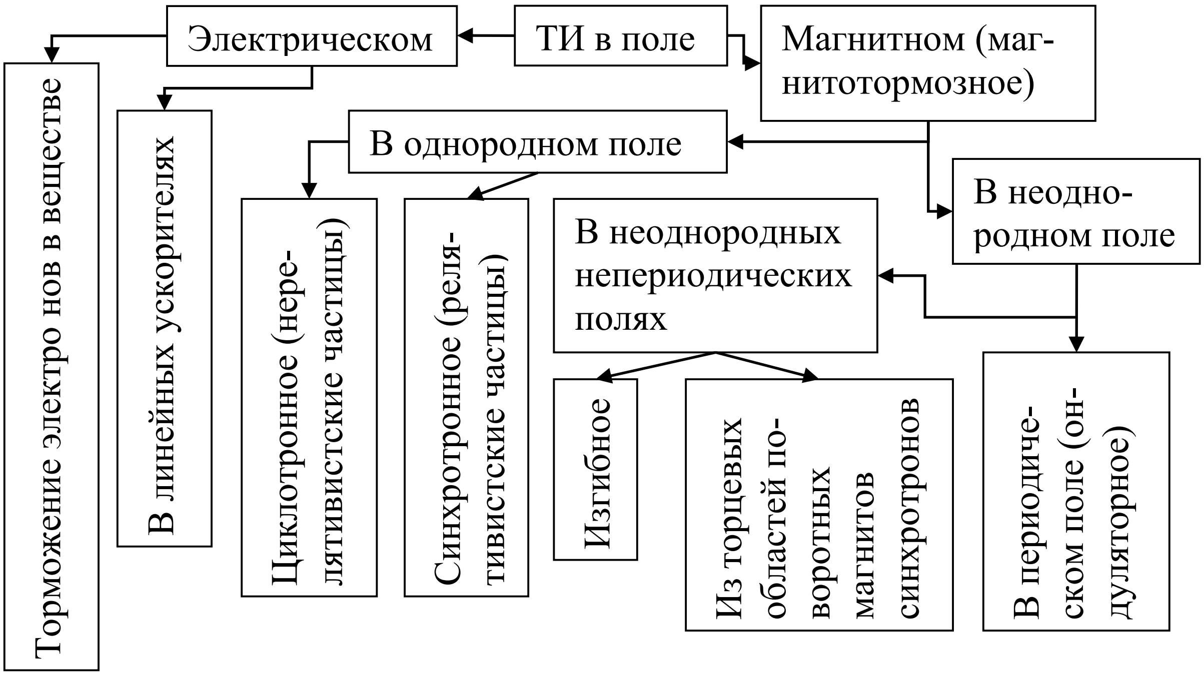


Рисунок – Классификация разновидностей тормозного излучения

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физическая энциклопедия / гл. ред. А. М. Прохоров ; редкол. : Д. М. Алексеев [и др.]. / М. : Большая рос. энцикл., 1992. – Т. 3. : Магнитноплазменный – Пойнтинга теорема. – 672 с.
2. Савельев, И. В. Курс общей физики : учеб. пособие для вузов : в 3 т. / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1987. – Т. 3 : Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 320 с.

А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

О РАЗЛИЧНЫХ ТИПАХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ВЕКТОРОВ В РАЗДЕЛАХ ФИЗИКИ

Студенты физико-математических специальностей, изучая типы произведений векторов в курсе линейной алгебры, не всегда могут привести достаточное количество иллюстрирующих примеров из физики (в которой векторы применяются чаще, чем в других дисциплинах). Отчасти это связано с тем, что линейная алгебра изучается, как правило, на первом курсе, а с большинством примеров из физики студенты знакомятся позже.

Для систематизации соответствующей информации ниже предложены сравнительные таблицы, где N – количество векторов.

Таблица – Примеры произведений векторов, результатом которых является скаляр

N	2 (скалярное произведение)	3 (смешанное произведение)
Примеры из механики	механическая работа $dA=(\vec{F},d\vec{r})$, где $\vec{F}$ – сила, $d\vec{r}$ – перемещение	работа силы Лоренца $dA=\frac{q}{c}([\vec{\upsilon},\vec{B}],d\vec{r})=0$, так как скорость $\vec{\upsilon}\uparrow\uparrow d\vec{r}$ (q – заряд частицы, $\vec{B}$ – индукция магнитного поля, c – скорость света в вакууме); пример можно отнести и к электродинамике
Примеры из электро-динамики	1) закон Джоуля – Ленца $w=(\vec{j},\vec{E})$, где w – объемная плотность тепловой мощности, $\vec{j}$ – плотность тока; 2) плотность энергии: а) магнитного поля $w=(\vec{H},\vec{B})/(8\pi)$, где $\vec{H}$ – напряженность магнитного поля; б) электрического поля $w=(\vec{D},\vec{E})/(8\pi)$, где $\vec{D}$ – электрическое смещение; 3) магнитный поток $d\Phi=(\vec{B},\vec{n})dS$	энергия электромагнитного поля $dW=\frac{c}{4\pi}([\vec{E},\vec{n}],\vec{n})dS$, вытекающая через элемент поверхности dS, где $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к dS

Таблица 2 – Примеры произведений векторов, результатом которых является вектор

N	2 (векторное произведение)	3 (двойное векторное произведение)
Примеры из механики	1) момент импульса $\vec{L}=[\vec{r},\vec{p}]$, где $\vec{p}$ – импульс, $\vec{r}$ – радиус-вектор материальной точки; 2) момент силы $\vec{M}=[\vec{r},\vec{F}]$; 3) скорость движения по окружности $\vec{\upsilon}=[\vec{\omega},\vec{r}]$, где $\vec{\omega}$ – угловая скорость; 4) тангенциальное	слагаемое $[\vec{\omega},[\vec{\omega},\vec{r}]]$ в переносном ускорении

	ускорение $\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}]$, где $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение; 5) ускорение Кориолиса $\vec{a}_{кор} = 2[\vec{\omega}, \vec{\upsilon}_{отн}]$, где $\vec{\upsilon}_{отн}$ – скорость относительно неинерциальной системы отсчета	
Примеры из электродинамики	1) сила Лоренца $\vec{F} = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}]$; 2) вектор Пойнтинга $\vec{\Pi} = \frac{c}{4\pi}[\vec{E}, \vec{n}]$; 3) закон Био–Савара–Лапласа $d\vec{B} = \frac{1}{c\lvert\vec{r}\rvert^3}[Id\vec{l}, \vec{r}]$, где I – сила тока, $d\vec{l}$ – элемент длины проводника с током, $\vec{r}$ – радиус-вектор точки наблюдения (в которой определяется $d\vec{B}$) относительно $d\vec{l}$	сила Ампера (взаимодействие между двумя элементами тока) $d^2\vec{F} = \frac{1}{c\lvert\vec{r}\rvert^3}[I_1 d\vec{l}_1, [I_2 d\vec{l}_2, \vec{r}]]$, где $\vec{r}$ – радиус-вектор $d\vec{l}_1$ относительно $d\vec{l}_2$

Предложенные таблицы могут быть полезными при обобщении и закреплении материала, в том числе при подготовке к государственному экзамену как по физике, так и по высшей математике. Данная публикация является дополнением к [1].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Серый, А. И. Систематизация основных сведений о произведениях векторов / А. И. Серый, З. Н. Серая // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов междунар. науч.-практ. конф., Брест, 10–11 апр. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; редкол.: Е. П. Гринько [и др.]; под общ. ред. Е. П. Гринько. – Брест : БрГУ, 2019. – С. 132–134.

А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

К МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ВОПРОСОВ ВЕКТОРНОГО АНАЛИЗА

Студенты физико-математических специальностей встречаются с элементами векторного анализа как в рамках математических дисциплин, так и в курсе теоретической физики (в частности, электродинамики, где векторный анализ находит наиболее широкое применение). При этом они нередко испытывают трудности, связанные с вопросом о допустимости применения таких операций, как градиент, дивергенция и ротор, к скалярным и векторным аргументам.

Для систематизации соответствующей информации ниже предложены сравнительные таблицы. В качестве примеров источников, использованных при их составлении, можно назвать [1, с. 252–253; 2, с. 306–309; 3, с. 205–206].

Таблица 1 – Операции, аргументы и результаты

Операция	Аргумент	Результат
$grad$	скаляр	вектор
div	вектор	скаляр
rot	вектор	вектор

Содержание таблицы 1 можно изложить и в иной форме (таблица 2).

Таблица 2 – Альтернативный вариант таблицы 1

Аргумент	Вектор $\vec{a}$	Скаляр φ
Результат – вектор	$rot\vec{a}$	$grad\varphi$
Результат – скаляр	$div\vec{a}$	такого сочетания нет, но из операций первого порядка можно в качестве примера привести $\lvert grad\varphi \rvert$

Аргументами основных операций векторного анализа могут быть и более сложные сочетания скаляров и векторов. В качестве примеров рассмотрим произведения двух скаляров, двух векторов и скаляра на вектор. Систематизация основных сведений отражена в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты операций над более сложными аргументами

Операция	$grad$	div	rot
Аргумент – скаляр $\varphi\psi$	$\varphi grad\psi +$ $+\psi grad\varphi$	операция не определена, т. к. аргументом дивергенции должен быть вектор	операция не определена, т. к. аргументом ротора должен быть вектор
Аргумент – скаляр $(\vec{a},\vec{b})$	$[\vec{a}, rot\vec{b}] + [\vec{b}, rot\vec{a}] +$ $+(\vec{a},\vec{\nabla})\vec{b} + (\vec{b},\vec{\nabla})\vec{a}$	операция не определена, т.к. аргументом дивергенции должен быть вектор	операция не определена, т.к. аргументом ротора должен быть вектор

Аргумент – вектор $\varphi\vec{a}$	операция не определена, т.к. аргументом градиента должен быть скаляр	$\varphi div\vec{a}+\left(\vec{a},grad\varphi\right)$	$\varphi rot\vec{a}-\left[\vec{a},grad\varphi\right]$
Аргумент – вектор $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$	операция не определена, т.к. аргументом градиента должен быть скаляр	$\left(\vec{b},rot\vec{a}\right)-\left(\vec{a},rot\vec{b}\right)$	$\vec{a}div\vec{b}-\vec{b}div\vec{a}-$ $-\left(\vec{a},\vec{\nabla}\right)\vec{b}+\left(\vec{b},\vec{\nabla}\right)\vec{a}$

Предложенные таблицы можно непосредственно использовать на занятиях (по основам векторного и тензорного анализа, электродинамике и другим дисциплинам), либо применять при обобщении и закреплении материала. Можно также предложить студентам составлять такие таблицы самостоятельно в качестве упражнений с опорой на литературные источники.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физическая энциклопедия : в 5 т. / гл. ред. А. М. Прохоров ; ред. кол. : Д. М. Алексеев [и др.]. – М. : Совет. Энцикл., 1988. – Т. 1 : Аронова – Бома эффект – Длинные линии. – 704 с.

2. Воднев, В. Т. Основные математические формулы : справочник / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович ; под ред. Ю. С. Богданова. – Минск : Выш. шк., 1995. – 380 с.

3. Власов, В. Г. Конспект лекций по высшей математике / В. Г. Власов. – М. : Айрис, 1996. – 228 с.

И. Л. СИКОРСКАЯ
ГУО «Средняя школа № 7 г. Бреста» (Брест, Беларусь)

РАЗВИТИЕ УМЕНИЙ ГОВОРЕНИЯ ПОСРЕДСТВОМ ПРОЕКТНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, КВЕСТ- И КЕЙС-ТЕХНОЛОГИЙ У УЧАЩИХСЯ С ПОВЫШЕННОЙ МОТИВАЦИЕЙ

Современный урок – это прежде всего урок, на котором учитель умело использует все возможности для развития личности ученика, ее активного умственного роста, глубокого и осмысленного усвоения знаний. Сущностными чертами эффективного урока являются тесная связь учебной деятельности с реальной практической деятельностью обучающегося; ориентация процесса обучения не на количественный, а на качественный результат, важнейшими критериями которого является развитие опыта ученика и наличие самостоятельного творческого продукта, практическая самореализация каждого ученика, переход учителя на позицию консультанта и наставника (М. И. Башмаков, А. Н. Жук, Н. И. Запрудский, И. П. Подласый, А. В. Хуторской). Таким образом, наиболее значимой на учебном занятии становится такая организация совместной деятельности учащегося и педагога, которая предполагает реализацию разнообразных направлений, форм и методов работы с детьми разного уровня обученности и мотивации. Образовательный процесс должен стимулировать интерес к обучению, формировать стремление к саморазвитию и самообразованию, развивать учебные умения и навыки, способности креативно использовать полученные знания. [1, с. 165]. Таким образом, акцент ставится на таких формах и технологиях, которые позволяют максимально индивидуализировать процесс обучения, поддерживать устойчивый интерес к учению.

В этой связи использование *проектных технологий* приобретает особую значимость. Основной тезис метода проектов – «Все, что я познаю, я знаю, для чего это мне надо и где и как я могу эти знания применить» [2]. Работая с проектными технологиями, учитель получает возможность создавать ситуации реального общения. Знание сферы использования материала способствует повышению уровня мотивации учащихся. Следует отметить, что предметно-тематическое содержание общения учебного предмета благоприятствует использованию проектных технологий. Сферы и содержание общения отобраны с учетом практической значимости для учащегося. На уроках английского языка на первой и второй ступени обучения возможно создание мини-проектов и краткосрочных практико-ориентированных проектов по темам «Моя комната», «Друзья и семья», «Распорядок дня», «Здоровый образ жизни», «Праздники» и др. Для презентации результатов проектной деятельности учащиеся данного возраста чаще всего отдают предпочтение учебным проектам, использующим бумагопластику и мозаику (согласно классификации Н. Ю. Пахомовой) На третьей ступени обучения учащиеся вовлечены в творческие и исследовательские долгосрочные проекты. Для представления результатов учащиеся прибегают к мультимедиа и телекоммуникации.

Работу по любой теме считаем необходимым строить по определенному алгоритму: 1) создание мини-проектов на учебных занятиях; 2) конструирование объемных итоговых проектов из полученных мини-проектов; 3) презентация проектов.

На первом учебном занятии учащиеся выявляют проблему и определяют основные способы ее решения. Учитель ставит цель, формулирует задачи проекта, мотивирует учащихся, направляет и корректирует их деятельность. В течение определенного времени учащиеся изучают, отбирают, систематизируют и обобщают необходимый материал, проводят исследование, оформляют его результаты и готовят презентацию своего проекта.

Эффективным способом создания непрерывного процесса обучения английскому языку является *технология веб-квестов*. Данная технология дает возможность расширить дидактическое пространство и время, вывести процесс изучения иностранного языка за узкие рамки учебных занятий в сферу самостоятельной работы учащихся с тем, чтобы организовать и управлять их учебной деятельностью не только на учебных занятиях, но и за пределами школьного расписания.

Веб-квесты рассматриваются в качестве вида индивидуализированных, информационных, проблемно ориентированных заданий, направленных на формирование и развитие навыков поисковой и исследовательской деятельности в процессе освоения, обработки и презентации языкового учебного материала.

Работа в рамках квест-технологий проводится по нескольким этапам: введение, задание для учащихся, выполнение данного задания, представление результатов работы учащихся, оценивание, рефлексия.

На первом этапе учитель вводит проблему в печатном виде, в аудио- или видео - вариантах, в виде фотографий, диаграмм, таблиц, с помощью мультимедиа, что делает ее более наглядной. На втором – учащиеся изучают предложенные учителем веб-квесты: разноуровневые лексические задания, задания по чтению, упражнения на восприятие и понимание иноязычной речи на слух, видеофрагменты и др. Последовательно изучив предложенный материал, учащиеся решают основную проблему квеста и представляют свое решение в виде монологического высказывания. Далее проходит процесс оценивания и рефлексии.

При обучении иностранным языкам успешно используются ***кейс-технологии***, отражающие шаблонные языковые ситуации, которые нередко встречаются в повседневной жизни.

Кейс-технологии обладают огромным потенциалом в формировании коммуникативной компетенции. Их сущность состоит в имитации в рамках урока действительного, проблемного события, взятого из практики. Задача учащихся состоит в ознакомлении с ситуацией, нахождении в ней проблемы, обсуждении ее и принятии обоснованного варианта ее разрешения, используя материалы данного кейса. Решение проблемы в кейсе чаще всего имеет несколько способов, одного правильного решения, как правило, не существует. Отсюда следует, что в ходе обсуждения ситуации, могут быть выдвинуты несколько альтернативных решений. По окончании дискуссии учащимися может быть выбран лучший, на их взгляд, способ разрешения проблемы, и после этого учащиеся имеют возможность сравнить их решение с решением, принятым на практике. Каждый учащийся является активным участником учебного процесса и главным действующим лицом в кейс-технологии, учитель же осуществляет контроль над этим процессом и направляет его в нужное русло.

Иноязычная речевая деятельность осуществляется в следующей последовательности:

- обсуждение полученной информации, содержащейся в кейсе;
- выделение наиболее важной информации;
- обмен мнениями и составление плана работы над проблемой;
- работа над проблемой (дискуссия);
- выработка решения проблемы;
- дискуссия для принятия окончательного решения;
- высказывание, представляющее точку зрения учащихся.

Преимущество использования проектных технологий, технологий веб-квестов и кейс-технологий заключается в высокой степени индивидуализации и дифференциации материала, его практической направленности. Кроме того, использование в процессе обучения электронных средств обучения в значительной степени способствует повышению уровня мотивации учащихся. Констатирующий и итоговый тесты показали повышение качества обученности учащихся на 23 %.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Милованова, Г. В. Готовность студентов к самостоятельной работе в условиях дистанционного обучения / Г. В. Милованова, А. И. Рыбакова, С. Н. Фомина // Вестн. Акад. права и управления. – 2015. – № 40. – С. 163–174.

2. Щукина, Г. И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся / Г. И. Щукина. – М. : Педагогика, 1988. – С. 53.

С. М. УДОВЕНКО, Л. И. КАПИЦА
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

РАЗВИТИЕ ЛОГИКО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ОБРАБОТКИ ТЕКСТОВОЙ И ГРАФИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Актуальность данной темы объясняется тем, что окружающий нас мир быстро и непрерывно развивается. Для того чтобы успешно осуществлять любую деятельность, человеку необходимо уметь продуктивно мыслить, понимать и воспринимать происходящие вокруг него изменения, уметь адекватно на них реагировать. Поняв направление развития событий, человек с правильно развитым мышлением способен разработать план собственных действий, которые приведут его к нужному результату.

Одной из дидактических задач образования является развитие познавательных психических процессов, способностей и интеллекта обучающихся. Важной составляющей интеллектуального развития человека является алгоритмическое мышление. Наибольшим потенциалом для формирования алгоритмических способностей школьников среди естественно-научных дисциплин обладает информатика – одна из фундаментальных отраслей научного знания, формирующая системно-информационный подход к анализу окружающего мира, изучающая информационные процессы, методы и средства получения, преобразования, передачи, хранения и использования информации.

Развитие логических мыслительных процессов способствует развитию алгоритмического мышления, что сегодня является необходимостью и применяется во всех сферах деятельности человека. Логическое мышление – это мыслительный процесс, в котором человек пользуется четкими и конкретными понятиями. Оно необходимо при принятии решения, когда требуется применить и анализировать полученные ранее знания. Алгоритмическое мышление – познавательный процесс, характеризующийся наличием четкой, целесообразной последовательности совершаемых мыслительных процессов с присущей детализацией и оптимизацией укрупненных блоков, осознанным закреплением процесса получения конечного результата, представленного в формализованном виде на языке исполнителя с принятыми семантическими и синтаксическими правилами [1]. Под способностью алгоритмически мыслить понимается умение решать задачи различного происхождения, требующие составления плана действий для достижения желаемого результата [2].

В курсе средней школы учебного предмета «Информатика» темы «Обработка растровых изображений» и «Создание текстовых документов» должны способствовать развитию логико-алгоритмического мышления, т. к. они предшествуют изучению темы «Алгоритмы и исполнители», где уже необходимо заранее продумывать последовательность команд для успешного выполнения исполнителем задания. Например, в процессе изучения темы «Алгоритмизация и программирование» обучающиеся должны уметь разрабатывать план решения задачи, выдвигать и доказывать гипотезы, прогнозировать результаты решения, анализировать и находить рациональные способы и т. д. Эти мыслительные умения характеризуют уровень развития алгоритмического мышления.

Возникает вопрос: «Каким образом средствами растрового графического редактора Paint и текстового процессора MS Word можно развивать логико-алгоритмическое мышление обучающихся?» Начнем с того, что работа с программой Paint, т. е. создание и редактирование растрового изображения, требует изначально продумать четкий план действий того, как нарисовать или корректно отредактировать рисунок, не теряя качества и пропорций объектов. Например, для того чтобы нарисовать лягушку, нужно подумать, в какой последовательности необходимо нарисовать составные части, какого цвета и какой формы, т. к. при наложении их друг на друга что-то изменить, не затронув подходящие части, будет достаточно сложно.

Приведем варианты возможных заданий для развития логико-алгоритмического мышления при изучении темы «*Обработка растровых изображений*».

Задача 1. Прочитайте краткий рассказ, основанный на басне И. А. Крылова «Квартет».

«Проказница – Мартышка, осел, козел да косолапый мишка затеяли сыграть квартет». Мартышка расположилась напротив медведя, а слева и справа от нее – осел и козел. «Ударили в смычки, а толку нет». Тогда осел и козел поменялись местами. «Расселись, начали квартет. Он все-таки на лад нейдет». Таким образом они перепробовали все возможные варианты. Медведь всегда оставался на своем месте.

Откройте файл «Квартет.bmp» с изображениями животных и средствами Paint изобразите на одном листе несколько вариантов возможной рассадки животных.

Задача 2. Откройте в Paint файл «Как зовут.bmp». На рисунке пятеро ребят. Одного из них зовут Колей, и он стоит с краю. Если бы Нюра стояла рядом с Володей, то Петя оказался бы рядом со своим тезкой. Кто где стоит? Подпишите имена ребят и раскрасьте картинку.

Задача 3. Откройте в Paint файл «Найди зайца.bmp».

Ребята вышли в лес, чтобы покататься на коньках и на лыжах. Навстречу им выскочил заяц, испуганно присел и помчался дальше. Ребята погнались было за ним, но потеряли его из виду. А заяц-то никуда не убегал, он все еще на картинке. Найдите и закрасьте зайца?

Задача 4. Откройте в Paint файл «Точки.bmp». В файле изображено 9 точек, расположенных по 3 на равном расстоянии в 3 строки.

При помощи инструмента (карандаш, исть) соедините 9 точек между собой 4 прямыми линиями, не отрывая его от листа.

Далее предложены варианты возможных заданий для развития логико-алгоритмического мышления при изучении темы «*Создание текстовых документов*».

Задача 1. Откройте в текстовом процессоре Word файл «Колеса.doc». Найдите и запишите все слова в колесах, читая только по ходу их движения.

В открываемом файле изображены четыре колеса, разделенные на шесть секторов, внутри которых написаны буквы. Над колесом изображена стрелка, которая указывает направление, по которому можно двигаться при поиске слов.

Задача 2. Откройте в текстовом процессоре Word файл «Стихотворение.doc», отгадайте слово, зашифрованное в нем, выделите его жирным начертанием.

В файле содержится такое стихотворение:

Довольно именем известна я своим;
Равно клянется плут и непорочный им,
Утехой в бедствиях всего бываю боле,
Жизнь сладостней при мне и в самой лучшей доле.
Блаженству чистых душ могу служить одна,
А меж злодеями – не быть я создана.

Юрий Нелединский-Мелецкий

Ответом являются первые буквы каждой строчки.

Задача 3. Откройте в текстовом процессоре Word файл «Известная личность.doc», прочитайте задание и разгадайте известную личность.

В текстовом файле содержится соответствие букв алфавита числам, ниже приведена пустая таблица, состоящая из двух строк. Первая строка состоит из пустых ячеек, а вторая содержит ячейки, пронумерованные по порядку. После таблицы следует блок подсказок, по которым с помощью математических вычислений и чисел, соответствующих буквам алфавита, можно вычислить имя и фамилию известной белорусской личности (в общем случае это может быть любая известная личность).

Задача 4. Откройте в текстовом процессоре Word файл «Ребус.doc», разгадайте его. Расшифруйте:

$$\begin{array}{cccccc} & \text{С} & \text{П} & \text{О} & \text{Р} & \text{Т} \\ + & \text{С} & \text{П} & \text{О} & \text{Р} & \text{Т} \\ \hline & \text{К} & \text{Р} & \text{О} & \text{С} & \text{С} \end{array}$$

Разным буквам соответствуют разные цифры, одинаковым буквам – одинаковые. При выполнении задания нужно использовать команду «Заменить».

Приведенные примеры – лишь малая часть из возможных для развития логико-алгоритмического мышления у обучающихся при изучении обработки текстовой и графической информации. Для развития и закрепления навыков логико-алгоритмического мышления рекомендуется учителю продумать целый ряд подобных заданий, которые заменят упражнения из учебного пособия и рабочих тетрадей на печатной основе или дополнят их.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1. Лапчик, М. П. Методика преподавания информатики / М. П. Лапчик. – М. : Академия, 2007. – 624 с.
2. Лучко, Л. Г. Решение задач школьного курса информатики : учеб.-метод. пособие / Л. Г. Лучко. – Омск : ОмГПУ, 2001. – 80 с.
3. Большая книга головоломок / Д. А. Гусев [и др.]; ил. Дж. Синклера, М. Миллера, Н. Е. Щербакова. – М. : АСТ : Астрель, 2007. – 478 с.

Б. Д. ЧЕБОТАРЕВСКИЙ, Л. А. РОМАНОВИЧ
МГУ имени А. А. Кулешова (Могилев, Беларусь)

ВОЗМОЖНОСТИ ЗАОЧНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ В ИНДИВИДУАЛИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ

Динамичность современного мира требует от вступающего в жизнь умения адаптироваться к быстро меняющейся среде. Система образования реагировала на требования жизни: возникали специализированные школы и классы, учреждения, позволяющие получить дополнительное образование.

В 1982 г. в Могилеве была открыта заочная математическая школа как филиал Всесоюзной ЗМШ. В ней, в принципе, могли заниматься все желающие независимо от места проживания и уровня подготовки. В каждом классе в год предлагалось 5–7, как правило, тематических заданий. Выполненные учащимися работы проверялись, рецензировались и оценивались. Оценка за каждую работу выставлялась в зависимости от суммарного количества баллов, набранных за выполнение предложенных заданий. В работе ЗМШ принимали участие отдельные учащиеся и группы «Коллективный ученик», которыми руководил школьный учитель. Группа представляла одну работу, выполненную разными учениками. От учителя требовалось представить результаты проверки работ, выполненных каждым учеником.

В настоящее время ЗМШ работает при Областном центре творчества г. Могилева. При сохранении основных принципов – доступности, открытости, возможности выбора уровня обучения – расширяются возможности, связанные с использованием ИКТ. На сайте центра творчества размещается информация организационного характера, программа, учебно-методические материалы и задания для самостоятельного выполнения. В связи с обновлением учебно-методических материалов создаются электронные обучающие приложения «Юный математик». Содержание соответствует учебной программе и состоит из теоретического блока, примеров, заданий для самоконтроля и контрольной работы. Для разработки приложений используется iSpring Suit 8. Учебный материал можно просматривать на любых устройствах: компьютерах и ноутбуках, Android и Windows-устройствах, iPad и iPhone, размещать в любой системе дистанционного обучения с поддержкой SCORM, AICC и Tin Can API. Учащиеся ЗМШ имеют возможность получить консультации как на традиционных выездных сборах, так и по скайпу. Важно, что к разработке учебных материалов привлекаются студенты, будущие учителя математики.

И. А. ЧУЧКЕВИЧ, Л. И. КАПИЦА
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ОДНА ИЗ КЛАССИФИКАЦИЙ ЗАДАЧ ПО ИНФОРМАТИКЕ ШКОЛЬНОГО КУРСА

Одной их характерных особенностей школьного курса информатики является его практикоориентированность и то, что на каждом уроке учащиеся выполняют практическую работу по решению различного типа задач. Решение задач является тем самым механизмом, через который осуществляется деятельность на уроке информатики.

Вопрос о классификации задач по информатике является недостаточно разработанным в дидактике. Это, связано как со сложностью вопроса, так и с частым изменением содержания школьного курса информатики, включением в него новых разделов, расширением перечня аппаратных и программных средств, подлежащих изучению.

Наиболее близко к задачам по информатике стоят задачи по математике. В учебниках по информатике включено достаточно много собственно математических задач. Это в частности, логические и алгоритмические задачи, комбинаторные, на системы счисления, на взвешивание и др.

Классифицировать задачи можно по разным признакам:

− по содержанию (конкретные, абстрактные, комбинированные, задачи исторического содержания, занимательные и др.);

− по дидактическим целям (вводные, тренировочные, творческие);

− по способу решения (устные, вычислительные, графические, экспериментальные.);

− по способам задания условия (текстовые, графические, задачи-рисунки);

− по степени трудности (простые, более сложные, повышенной сложности, творческие);

– по используемым программным средствам (требуют применения операционной системы, текстового редактора, графического редактора, электронной таблицы, системы управления базами данных, других прикладных программ);

– по используемым аппаратным средствам (требуют применения различных средств вычислительной техники и внешних устройств, например принтера, сканера, цифрового фотоаппарата, локальной сети и др).

Четкой грани между задачами различного типа нет – нередко при решении задача перетекает от одного типа к другому.

Можно также различать такие типы задач, как качественные и количественные, задачи на моделирование явлений и процессов, занимательные и др.

Качественные задачи по информатике разнообразны по содержанию и используются на большинстве уроков. Они служат средством проверки знаний и умений, способствуют их закреплению и углублению. Умело поставленные такие задачи поддерживают активность на уроке и повышают интерес. Использование качественных задач необходимо при изучении тех разделов, где нет возможности решать количественные задачи, например при изучении текстового редактора и др.

Количественные задачи по информатике обычно решаются по следующим темам: единицы измерения информации, системы счисления в 9 классе, кодирование информации в 9 классе, хранение информации в 10 классе, представление различных видов информации в 9 классе.

Задачи на моделирование явлений и процессов занимают важное место в курсе информатики, так как направлены на формирование умений и навыков владения информационно-коммуникационными технологиями. Эти задачи еще называют практическими заданиями из-за их объема и длительности решения. Часть задач на моделирование в среде текстового (9 класс) и графического редактора (6, 7, 9 классы) относительно легкие для исполнения. Задачи на моделирование в среде электронных таблиц (9, 10 классы), баз данных (11 класс) и программирования (11 класс) могут быть достаточно сложными и громоздкими, что потребует для решения несколько уроков. Обычно в задачах моделируются физические, астрономические, биологические, географические процессы.

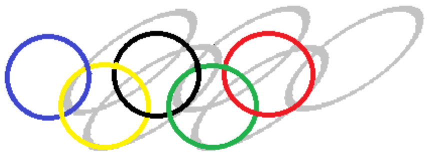
Занимательные задачи по информатике в своем содержании используют необычные, занимательные явления или факты, результаты. Они оживляют урок, повышают интерес учащихся к изучению информатики, стимулируют неординарность мышления.

Задачи по содержанию могут использоваться по следующим темам: обработка графической информации, обработка текстовой информации, основы алгоритмизации и программирования. Примером задач по содержанию могут быть следующие:

Задача 1. Введите предоставленный текст и выполните форматирование текста, символов, абзацев в сответствии с образцом:

Информатика – это наука, изучающая <u>методы представления</u>, накопления, передачи и обработки информации … с помощью … компьютера.

Задача 2. Нарисуйте рисунок в Paint и выполните его форматирование.



Задачами, которые классифицируются по дидактическим целям, служат вводные задачи, которые можно взять для знакомства с программным обеспечением (далее – ПО). Эти задачи легки в исполнении и требуют минимальных знаний, при этом учитывается опыт учеников. А также тренировочные задачи, которые служат для закрепления ранее полученных знаний, умений, навыков. Примером вводных и тренировочных задач могут быть следующие:

Задача 3. (вводная задача). Наберите текст на русском языке.

Чтобы быть всегда здоровым,
Бодрым, стройным и веселым,
Дать совет я вам готов,
Как прожить без докторов.

Постоянно нужно есть
Для зубов для ваших
Фрукты, овощи, омлет,
Творог, простоквашу.

Не грызите лист капустный,
Он совсем, совсем не вкусный,
Лучше ешьте шоколад.
Вафли, сахар, мармелад.
Это правильный совет?
Нет, нет, нет!

Навсегда запомните,
Добрые друзья,
Утром, не позавтракав
В класс идти нельзя.

Задача 4 (тренировочная). Введите программу и посмотрите, как она работает.

Program Pr2;

```
    Uses Drawman;
Begin
    Task('a1');
    ToPoint(2,3);
    PenDown;
    ToPoint(3,5);
    PenUp;
    ToPoint(0,0);
End.
```

Задачи по способу решения служат для развития логического мышления у учащихся. Примером устной задачи могут являться те задачи, ответ на который будет дан устно.

Задача 5. С помощью каких инструментов в Paint можно нарисовать линию? Какие способы записи алгоритмов используются?

Пример вычислительных задач:

Задача 6. Имеются кувшин емкостью 8 литров, заполненный квасом, и два пустых кувшина емкостью 3 литра и 5 литров. Написать алгоритм, выполняя который можно будет разделить квас поровну между двумя людьми.

Задача 7. В один из жарких летних дней Петя и его друг Вася решили купить арбуз. Они выбрали самый большой и самый спелый, на их взгляд. После недолгой процедуры взвешивания весы показали w килограмм. Поспешно прибежав домой, изнемогая от жажды, ребята начали делить приобретенную ягоду, однако перед ними встала нелегкая задача. Петя и Вася являются большими поклонниками четных чисел, поэтому хотят поделить арбуз так, чтобы доля каждого весила именно четное число килограмм, при этом необязательно, чтобы доли были равными по величине. Ребята очень сильно устали и хотят скорее приступить к трапезе, поэтому вы должны подсказать им, удастся ли поделить арбуз, учитывая их пожелание. Разумеется, каждому должен достаться кусок положительного веса.

Задачи по способу задания условия могут позволить провести контроль усвоения знаний и умений.

Текстовые задачи представляют собой текст в виде предложения или набора цифр.

Задача 8. Отредактировать данный текст.

На рассвете(х2) Лучший   лов   у рыбака.

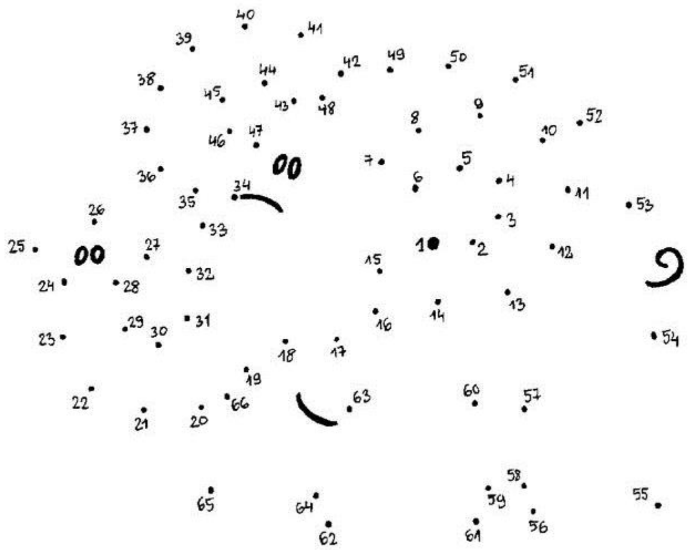
На рассвете,(х2) Лучший … у грибника.

На рассвете(х2) Птииичиииий звон са всех сторон.

На расвете, на расвете У лентяя лучьший сон!

Примеры графических задач:

Задача 9. Соедините линией точки в Paint для получения рисунка.



Задача 10. По данному рисунку в исполнителе Чертежник написать алгоритм как выполнялся рисунок.

Задача 11. В MS Word замените картинки словами.


Задачи-рисунки представляют собой ребусы или любые задачи с использованием рисунков.

Задача 12. Решите ребус и нарисуйте ответ в Paint.

По степени трудности задачи делят на простые, более сложные, повышенной сложности, творческие.

Примеры простых задач. Такие задачи используются для введения.

Задача 1. Нарисуйте дом и солнце с использованием 2–3 инструментов.

Задача 2. Нарисуйте треугольник в исполнителе Чертежник.

Задачи повышенной сложности более сложные и, как правило, служат для закрепления ранее полученных навыков.

Задача 1. Нарисуйте аквариум, где присутствует много объектов, и также используются операции поворот, отражение и др.

Задача 2. Нарисуйте звезду в исполнителе Чертежник.

Творческие задачи:

Задача 1. Используя рисунки сказочных персонажей, расположенные в файле, создать иллюстрацию в графическом редакторе к сказке «Колобок».

А. М. ШАПОВАЛОВА
УО «Могилевский государственный областной лицей № 1» (Могилев, Беларусь)

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Особенностью современного состояния школьного математического образования является то, что традиционные источники получения информации уступают место современным средствам обучения. Все большей популярностью пользуются мультимедиатехнологии, которые позволяют передавать невиданные ранее объемы информации с цветными иллюстрациями, анимационными фильмами, видеороликами и музыкальным сопровождением.

Актуальность мультимедиа технологий в образовательном процессе обусловлена тем, что на современном этапе происходит информатизация общества. Компьютерные технологии стали неотъемлемой частью жизни многих учащихся. Использование информационных технологий обеспечивает высокую степень усвоения материала учащимися. Интерактивность является очень важной составляющей мультимедиа. Люди запоминают только 20 % того, что они видят, и 30 % того, что они слышат. Также запоминается 50 % того, что видят и слышат, и целых 80 % того, что они видят, слышат и делают одновременно. Уроки с использованием интерактивных средств обучения ученики оценивают как наиболее продуктивные и интересные. В соответствии с результатами исследований психологов и педагогов, благодаря наглядности и интерактивности класс вовлекается в активную работу, при этом у учащихся обостряется восприятие, повышается концентрация внимания, улучшается понимание и запоминание материала. Мультимедийные средства обучения нового поколения объединяют в себе все преимущества современных компьютерных технологий, выводят процесс образования на качественно новый уровень. Использование компьютера на уроках математики способствует активной деятельности учащихся.

Творческие возможности как учителя, так и ученика расширяются за счет новых информационных технологий. Возможности современного компьютера огромны, что и определяет его место в учебном процессе. Его можно подключать на любой стадии урока к решению многих дидактических задач как в коллективном, так и в индивидуальном режиме.

Методическая сила мультимедиа как раз состоит в том, что ученика легче заинтересовать и обучить, когда он воспринимает согласованный поток звуковых и зрительных образов.

Одной из основных проблем при изучении стереометрии в школе является проблема наглядности, связанная с тем, что изображения даже простейших геометрических фигур, выполненные в тетрадях или на доске, как правило, содержат большие погрешности. Современные компьютерные технологии позволяют решить эту проблему. Развитие интуиции и пространственных представлений – неотъемлемая составляющая всесторонне развитого мышления, что и является основной целью изучения стереометрии.

Выбор темы доклада обусловлен тем, что решение этой проблемы для обучения математике имеет особую актуальность в силу специфики этого учебного предмета.

И. В. ШИЛЬКО
ГУО «Средняя школа № 2 г. Могилева» (Могилев, Беларусь)

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

В учебной программе по учебному предмету «Математика» определены следующие метапредметные ожидаемые результаты: первоначальные представления об идеях и методах математики как универсальном языке науки и техники, средстве моделирования явлений и процессов; умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других учебных предметах, реальной жизни; развитие универсальных учебных действий (регулятивных, учебно-познавательных, коммуникативных) средствами математики [1].

Как показывает практика, у учащихся особый интерес вызывают задания с практическим содержанием, представляющие собой реальные жизненные ситуации. Обучение с использованием практико-ориентированных заданий приводит к более прочному усвоению информации, так как возникают ассоциации с конкретными действиями и событиями. Эти задания вызывают повышенный интерес учащихся, способствуют развитию любознательности, творческой активности. Учащихся захватывает сам процесс поиска путей решения задач [2].

Считаем необходимым включать практико-ориентированные задания в тестовые и самостоятельные работы по математике во всех классах. В качестве примера приведем итоговый тест по математике за курс 6 класса.

I. В 6 «Б» классе обучается 20 человек. 8 из них – девочки.

1. Какую часть класса составляют мальчики?

а) $\frac{2}{5}$; б) 0,8; в) $\frac{3}{5}$; г) 0,12.

2. В театральном кружке занимаются 8 учащихся класса, в кружке «Эрудит-клуб» – 6, а в обоих кружках – 3 учащихся. Сколько учащихся не занимается ни в том, ни в другом кружке?

а) 3; б) 9; в) 11; г) 6.

3. 80 % учащихся класса получили по математике за I четверть отметки «4» или «5», а остальные – отметку «3». Сколько учащихся получили отметку «3» за I четверть?

а) 15; б) 3; в) 4; г) 2.

II. Антон каждое утро вел дневник наблюдений за погодой. За неделю 21.11.19–27.11.19 он получил следующий результат:

День недели	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница	Суббота	Воскресенье
Температура, ℃	1	–4	–5	–3	–2	–4	0

1. Какой была средняя температура на данной неделе?

а) $-8\frac{1}{2}$; б) $-2\frac{3}{7}$; в) –3; г) 0.

2. В какой день недели температура достигла своего наименьшего значения?

а) воскресенье; б) пятница; в) среда; г) понедельник.

3. Найдите модуль разности между температурным минимумом и максимумом за данную неделю.

а) –6; б) 4; в) 6; г) –5.

4. В один из дней данной недели Антон предложил одноклассникам узнать, какая температура была в этот день. Для этого они должны были решить уравнение $-4(0{,}7x-4)-\frac{1}{2}(-8x+22{,}4)=0$. В какой день недели одноклассники Антона решали данное уравнение?

а) пятница; б) четверг; в) среда; г) вторник.

III. Маша нарисовала план комнаты в масштабе 1:100.

1. Реальные размеры внутренней стены без окон 4,5 м × 3 м. Каковы размеры стены на плане?

а) 4500 см × 3000 см; б) 4,5 см × 3 см; в) 45 см × 30 см; г) 4,5 мм × 3 мм.

2. Определите наименьшее количество рулонов обоев с рисунком, не требующим стыковки, которое необходимо для полной оклейки стены, если ширина обоев в рулоне 0,5 м, а длина – 10 м.

а) 2; б) 3; в) 2,7; г) 4.

IV. На рисунке изображена круговая диаграмма оплаты коммунальных услуг семьей из 4 человек за октябрь 2019 года.

3. Расположите коммунальные услуги в порядке убывания их стоимости:

а) вода, коммунальные платежи, электроэнергия, газ; б) коммунальные платежи, вода, газ, электроэнергия; в) электроэнергия; коммунальные платежи, вода, газ; д) газ, вода, коммунальные платежи; электроэнергия.

4. За электроэнергию семья заплатила 30 белорусских рублей, что составило $\frac{15}{32}$ всей суммы, потраченной семьей на оплату коммунальных услуг. Сколько белорусских рублей заплатила семья в октябре за коммунальные услуги?

а) 14,1; б) 62; в) $14\frac{1}{16}$; г) 64.

5. Если в семье неисправный кран, то из него за сутки вытекает 150 л воды. Сколько дополнительно денег заплатит семья за воду за месяц (30 дней), если за 1 $м^3$ воды нужно заплатить 90 белорусских копеек?

а) 4,05 руб.; б) 4,5 руб; в) 405 руб; г) 4050 коп.

6. Мама решила разбить около дома круглую клумбу. Так как свободное пространство около дома ограничено, то максимальная площадь клумбы может быть 3,14 $м^2$. Каким может быть наибольший диаметр данной клумбы? (Число π округлите до сотых). Ответ дайте в сантиметрах.

а) 200; б) 100; в) 50; г) 2.

V. Для приготовления варенья на 2 кг сладкого винограда требуется: 1 г ванилина, 400 мл воды, 1,4 кг сахара, 2 г лимонной кислоты.

7. Сколько грамм лимонной кислоты необходимо взять приготовления варенья из 5 кг винограда?

а) 5; б) 3; в) 4; г) 2,5.

8. Какое процентное содержание сахара в варенье?

а) 14; б) 100; в) 50; г) 70.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Математика. VI класс : учеб. программа для учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения и воспитания. – Минск, 2018 // Национальный образовательный портал [Электронный ресурс.] – Режим доступа: https://adu.by. – Дата доступа: 06.04.2020.

2. Единый урок: календарь, методики, материалы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.xn--d1abkefqip0a2f.xn--p1ai/index.php/ebo/item/1671--161. – Дата доступа: 06.04.2020.

СЕКЦИЯ 6
АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

М. С. АННАКЛЫЧЕВА, В. Г. ПЛЕСКАЧ
БГПУ имени М. Танка (Минск, Беларусь)

ОРГАНИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ

При организации исследовательской деятельности учащихся одной из проблем для учителя является выбор темы исследовательской задачи. В [1] описан один из подходов к организации исследовательской деятельности на основе аналогии.

Доказательство формулы Дюранда для правильной n-угольной пирамиды позволяет поставить исследовательские вопросы и организовать деятельность учащихся по их разрешению. Одно из направлений продолжения исследования – показать, что формула Дюранда не справедлива для любой произвольной треугольной пирамиды. Для доказательства этого утверждения можно воспользоваться методом отрицания в позитивной форме, т. е. привести контрпример.

Рассмотрим пирамиду, три грани которой равнобедренные прямоугольные треугольники. Плоские углы при вершине *B* пирамиды *DABC* прямые (рисунок 1).

Выразим расстояние между центрами описанной и вписанной сферы через ребра пирамиды, а затем – с помощью формулы Дюранда.

Решение

1. Чтобы найти расстояние между центрами описанной и вписанной сферы, выразим радиусы этих сфер через ребра пирамиды при вершине B.

Так как эта пирамида составляет часть куба, ребра которого равны a, то центр описанной сферы лежит на перпендикуляре, проведенном к гипотенузе прямоугольного треугольника через ее середину (рисунок 1). Проводим перпендикуляр к прямой *KT* через середину ребра *DB*. Точка O_1 – центр описанной сферы.

ΔO_1KC – прямоугольный, гипотенузой его является *R* (радиус описанной сферы).

Так как $MB = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}a$, то $MB = O_1K = \frac{1}{2}a$

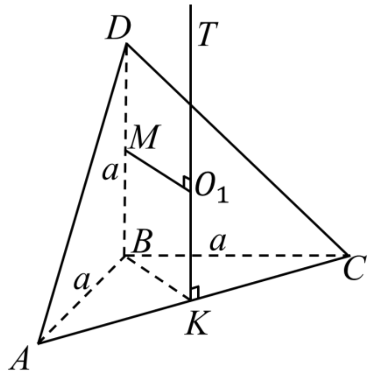


Рисунок 1

$$\Delta ABC: AC = \sqrt{2}a \Rightarrow KC = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

$\Delta O_1KC: R = \sqrt{O_1K^2 + KC^2} = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{2}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

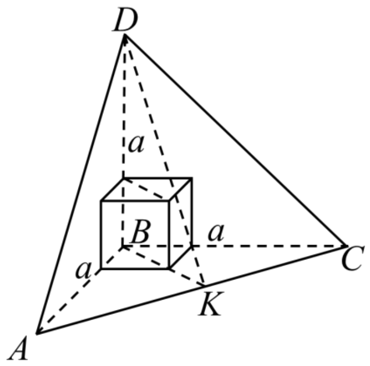


Рисунок 2

Найдем *r* (радиус вписанной окружности с центром *O₂*). Для решения составим алгоритм решения:

1. Впишем произвольный куб, ребра которого равны *x (x = r)*, в пирамиду так, чтобы одна вершина куба совпала с вершиной пирамиды (рисунок 2).

2. Через вершину куба проводим перпендикуляр к прямой *DK* так, чтобы $O_2S = O_2F = x$, это и будет радиус вписанной сферы (рисунок 3).

Из Δ O_2SK: $SK = \frac{r}{tg\frac{\alpha}{2}}$

Из Δ DBK: $tg\alpha = \frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}a} = \sqrt{2}$

Воспользуемся тригонометрической формулой:

$$tg\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}} \to \sqrt{2} = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}} \to tg\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}$$

$$BK = BS + SK; \quad \frac{\sqrt{2}}{2}a = \sqrt{2}r + \frac{r}{tg\frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}a = \sqrt{2}r + \frac{\sqrt{2}r}{\sqrt{3} - 1}$$

$$r = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3}}a$$

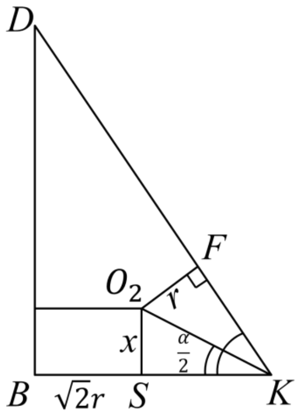


Рисунок 3

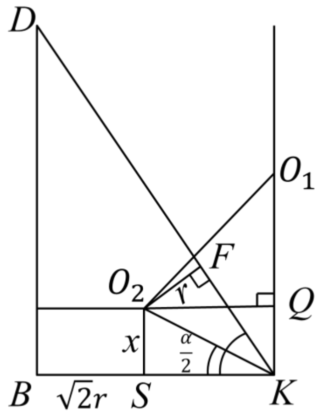


Рисунок 4

Найдем расстояние между центрами.

По теореме Пифагора, ΔO_1QO_2 (Рисунок 4):

$$d=\sqrt{\left(\frac{1}{2}a-r\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a-\frac{r}{tg\frac{\alpha}{2}}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{1}{2}a-\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}}a\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a-\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}}a\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3-\frac{4\sqrt{3}}{3}}a.$$

Найдем расстояние между центрами описанной и вписанной сфер через формулу Дюранда. Для этого подставим значения радиусов описанной и вписанной сферы в пирамиду в формулу.

$$d=\sqrt{(r+R)(R-3r)}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}}a+\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a-\frac{3(\sqrt{3}-1)}{2\sqrt{3}}a\right)}$$

$$=\sqrt{\frac{\sqrt{3}+2}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{4-3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}}a=\frac{1}{2}\sqrt{-\frac{1+2\sqrt{3}}{3}}a.$$

Полученный результат по формуле Дюранда расстояния между центрами описанной и вписанной сфер через ребра пирамиды показывает, что формула Дюранда не справедлива для любой произвольной треугольной пирамиды.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пирютко, О. Н. / О. Н. Пирютко, М. С. Анаклычева /М. С. Аннаклычева, О. Н. Пирютко // Организация исследовательской деятельности учащихся на основе применения аналогии. Матэматыка. – 2020. – № 2. – С.59–64.

Д. В. ГРИЦУК

БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ПРОИЗВОДНАЯ -ДЛИНА π-РАЗРЕШИМОЙ ГРУППЫ, КОФАКТОР КОТОРОЙ СВОБОДЕН ОТ КВАДРАТОВ

Все используемые понятия и обозначения соответствуют [1].

Пусть n и m – натуральные числа. Говорят, что число n свободно от m-х степеней, если p^m не делит n для всех простых p. В частности, при $m=2$ говорят, что n свободно от квадратов.

Очевидно, что если порядок примарной группы свободен от квадратов, то группа является циклической. Из теоремы Цассенхауза ([1], теорема IV.2.11) следует, что группа с циклическими силовскими подгруппами содержит циклическую холлову подгруппу, фактор-группа по которой также циклическая. Поэтому производная длина группы, у которой порядки силовских подгрупп свободны от квадратов, не превышает 2.

Развитием отмеченного выше результата на случай частично разрешимых групп является работа [2], в которой исследованы π-разрешимые группы, у которых силовские p-подгруппы циклические для всех $p \in \pi$. В частности, показано, что производная π-длина таких π-разрешимых групп не превышает 2.

Напомним, что кофактором подгруппы H группы G называется фактор-группа $H/Core_G H$, где $Core_G H$ – ядро подгруппы H в группе G, т. е. наибольшая нормальная подгруппа в G, содержащаяся в H. В дальнейшем кофактор подгруппы H в группе G будем обозначать $Cof_G(H)$.

Теорема. Если кофактор произвольной π-подгруппы X π-разрешимой группы G свободен от квадратов, то $l_\pi^a(G/\Phi(G)) \leq 4$.

Здесь $\Phi(\mathrm{G})$ – подгруппа Фраттини группы G.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert. – Berlin ; Heidelberg ; New York, 1967. – 793 p.

2. Monakhov, V. S. On derived π-length of a finite π-solvable group with supersolvable π-Hall subgroup / V. S. Monakhov, D. V. Gritsuk // Algebra and Discrete Mathematics. – 2013. – Vol. 16, № 2. – P. 233–241.

Е. В. ГРИЦУК, А. В. КАДЛУБОВИЧ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ В ПАКЕТЕ MAPLE НУЛЕЙ И ОСОБЫХ ТОЧЕК РАЦИОНАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ШЕСТОГО ПОРЯДКА ОБОБЩЕННОЙ ИЕРАРХИИ ВТОРОГО УРАВНЕНИЯ ПЕНЛЕВЕ

Обобщенная иерархия второго уравнения Пенлеве определяется в [1] формулой

$$ {}_{2n}\widetilde{P}_2 \equiv \left(\frac{d}{dz} + 2u\right)\widetilde{L}_n[u_z - u^2] - zu - \alpha = 0, n = 1, 2, 3, ..., z, \alpha \in C,\ u = u(z) \qquad (1)$$

$$\widetilde{L}_{n+1}[u] = \int\left(\left(\frac{d^3}{dz^3} + (4u+\beta_n)\frac{d}{dz} + 2u_z\right)\widetilde{L}_n[u]\right)dz, n = 0, 1, 2, ..., \widetilde{L}_0[u] = -\frac{1}{2},\ \beta_n \in C. \qquad (2)$$

Для n = 3 получаем уравнение 6-го порядка вида

$$\begin{gathered} u^6 - 20u^7 + 6(\beta_1+\beta_2)u^5 + 70u^4u'' + 140u^3(u')^2 - 2\beta_1\beta_2u^3 - \\ -10(\beta_1+\beta_2)u^2u'' - 14u^2u^{(4)} - 10(\beta_1+\beta_2)u(u')^2 - 42u(u'')^2 - 56u'''u'u - \\ -70(u')^2u'' + (\beta_1+\beta_2)u^{(4)} + \beta_1\beta_2u'' + zu + \alpha = 0. \end{gathered} \qquad (3)$$

Известно [2], что уравнение (1) может иметь рациональные решения только при целых α. Рекуррентная формула получения рационального решения при фиксированном целом α известна в [3] и имеет вид

$$\widetilde{u}(z,\widetilde{\alpha}) = -u(z,\alpha) - \frac{2\widetilde{\alpha}+1}{z+2\hat{L}_n[u'+u^2]}, \widetilde{\alpha} = \alpha+1, \hat{L}_n[u] = -\widetilde{L}_n[-u]. \qquad (4)$$

По формулам (4) при α = 0 и u = 0 получаем следующие рациональные решения дифференциального уравнения (3):

$$u_1 = -\frac{1}{z},\ u_2 = \frac{1}{z} - \frac{3z^2}{z^3-4\beta_1\beta_2},\ u_3 = \frac{1}{z} - \frac{3z^2}{z^3-4\beta_1\beta_2} - \frac{5(z^3-4\beta_1\beta_2)^2}{z(z^6-20z^3\beta_1\beta_2+144z\beta_1+144z\beta_2},$$

$$\begin{gathered} u_4 = \frac{1}{z} - \frac{3z^2}{z^3-4\beta_1\beta_2} - \frac{5(z^3-4\beta_1\beta_2)^2}{z(z^6-20z^3\beta_1\beta_2+144z\beta_1+144z\beta_2} - \\ -7(z^6-20z^3\beta_1\beta_2-80\beta_1{}^2\beta_2{}^2+144z\beta_1+144z\beta_2)^2/ \\ (80640z^2\beta_1{}^2\beta_2{}^3 - 64\beta_1\beta_2z^{10} - 11200\beta_1{}^3\beta_2{}^3z^4 + 44800\beta_1{}^4\beta_2{}^4z + 16128z^5\beta_1{}^2\beta_2 + 16128z^5\beta_1\beta_2{}^2 - \\ -80640z^2\beta_1{}^3\beta_2{}^2 - 14400z^6 + 18432z^3\beta_1\beta_2 + 19336z^3\beta_1{}^3\beta_2 + \\ +19336z^3\beta_1\beta_2{}^3 + 156672\beta_1{}^2\beta_2{}^2 + z^{13} + 240z^7\beta_1{}^2\beta_2{}^2 + 1008z^8\beta_1 - 1008z^8\beta_2 - \\ -4884z^3\beta_1 - 48384z^3\beta_2 \end{gathered}$$

и т. д. Возможности программы позволяют получить рациональные решения по n = 8 включительно, вид которых в настоящей работе не приводим из-за их громоздкости. Рельеф первых четырех рациональных решений опубликован в работе [3]. С целью получения наглядного изображения особых точек типа полюс и нулей рационального решения u_8, далее полагаем $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 2$. На рисунке 1 изображено множество полюсов решения u_8. На рисунке 2 изображено множество всех нулей решения u_8.

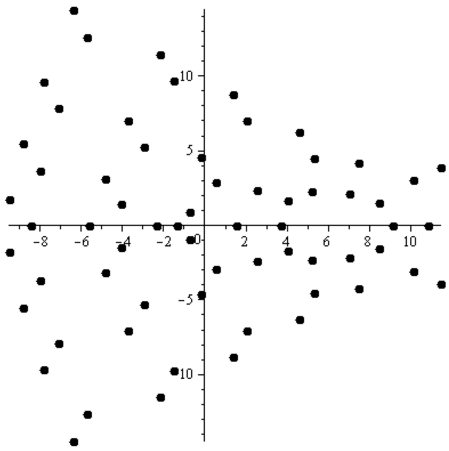


Рисунок 1

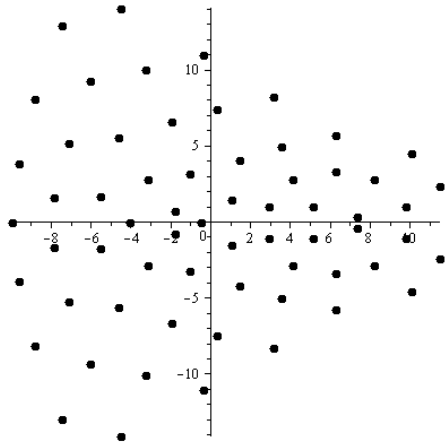


Рисунок 2

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nalini Joshi. The Second Painlev´e Hierarchy and the Stationary KdV Hierarchy. Publ. RIMS, Kyoto Univ. 40, 2004. – P. 1039–1061.

2. Грицук, Е. В. О решениях одного дифференциального уравнения шестого порядка / Е. В. Грицук // Материалы XVIII Международной научной конференции Еругинские чтения–2018, Гродно, 15–18 мая 2018 г. / Ин-т математики НАН Беларуси. – Минск, 2018. – С. 7–8.

3. Грицук, Е. В. Применение пакета Maple при визуализации рациональных решений дифференциального уравнения шестого порядка обобщенной иерархии второго уравнения Пенлеве / Е. В. Грицук, А. В. Кадлубович // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 10–11 апр. 2019 г. под общ. ред. Е. П. Гринько. – Брест : БрГУ, 2019. – С. 164–167.

А. В. ДЕМИДЧИК

БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

АНАЛИЗ ЗАДАНИЙ ДЛЯ 9 КЛАССА ПО ТЕМЕ «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО», ПРЕДЛАГАЕМЫХ НА IV ЭТАПЕ РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ

Традиционно в конце марта – начале апреля в разных городах нашей страны проводится заключительный IV этап республиканской олимпиады школьников по физике. Работа автора данного материала с 2014 г. в качестве члена жюри на заключительном этапе позволила проанализировать предлагаемый в качестве заданий материал, что, возможно, будет полезно при расстановке акцентов в процессе подготовки учащихся к олимпиаде на учебно-тренировочных сборах. Единственное, на что нужно обратить внимание, – с течением времени неизбежно происходит корректировка школьных учебных планов, некоторые темы переводят для изучения в старшие классы, некоторые вовсе изымают.

Согласно учебной программе по физике для общеобразовательных учреждений, раздел физики «Электричество и магнетизм» изучается в 8, 10 и 11 классах. Остановимся на олимпиадных заданиях последнего десятилетия, предлагаемых учащимся 9 классов. К 9 классу по состоянию на момент написания материала учащиеся изучили только одну главу «Электромагнитные явления», куда входят:

– электростатика – электризация тел, электрическое поле, электрическое напряжение, расчет работы в электрическом поле;

– постоянный ток – источники тока, сила тока, ее измерение, закон Ома, сопротивление, способы соединения проводников, работа и мощность тока, закон Джоуля-Ленца;

– магнетизм – постоянные магниты, магнитное поле, магнитное поле тока, магнитное поле прямого проводника и катушки с током, электромагнит.

Также по этой теме учащиеся в 8 классе проделали 4 лабораторные работы:

– сборка электрической цепи и измерение силы тока в ней;

– измерение электрического напряжения и сопротивления проводника;

– изучение последовательного соединения проводников;

– изучение параллельного соединения проводников.

Теперь обратимся к анализу олимпиадных заданий. Для удобства предлагаемый материал систематизирован в виде таблицы.

Год	Тур	Авторское название задания (задача)	Понятия, методы решения, терминология
2019 Витебск	Теория	Электрическое напряжение, «температурное» напряжение, «жидкое» напряжение	Закон теплопроводности Фурье, формула Пуазейля
	Эксперимент	Закон Ома (!) для жидкости	Гидродинамическое сопротивление, измеряемое в гидроОмах (!)
2018 Полоцк	Теория	Опыты Георга Ома	Экспериментальная установка с пояснениями

Продолжение таблицы

2017 Гродно	Эксперимент	Термодатчик	ВАХ датчика при комнатной температуре, температурная зависимость сопротивления датчика
2016 Гомель	Теория	Осциллограммы	Подключение идеального диода с резистором и конденсатора с резистором к источнику тока
2015 Могилев	Раздел «Электричество и магнетизм» не представлен		
2014 Могилев	Раздел «Электричество и магнетизм» не представлен		
2013	Теория	Сравним амперы с ньютонами	Движение электронов внутри кристаллической решётки
	Эксперимент	Изучение термопары	Ознакомление с работой мультиметра, термопара как источник энергии
2012	Теория	Отражение	Построение зависимости силы тока в кабеле от координаты после обрыва
		Предохранитель	Закон теплопроводности, время разогрева предохранителя
	Эксперимент	Электронные весы	ВАХ таблетки активированного угля, зависимость сопротивления таблетки от нагрузки, проводимость
2011	Раздел «Электричество и магнетизм» не представлен		
2010	Теория	Скольжение	Опыт Толмена и Стюарта по определению электрического заряда через гальванометр

Продолжение таблицы

2009	Раздел «Электричество и магнетизм» не представлен		
2008	теория	«труба дело»	Электрическое сопротивление металлической трубы, закон Джоуля-Ленца
	Эксперимент	«Желтый ящик»	Построение ВАХ лампочки накаливания и резистора, определение «начинки» коробки с лампочками и резистором
2007	–	Разминка: лампочка	Сопротивление лампы накаливания, графическое определение силы тока в цепи

Как видно из представленной таблицы, акцент авторов-составителей задач делается иногда на преподнесение нового, ранее не изученного в школе материала, как, например, закон теплопроводности, принцип работы мультиметра, гальванометр, построение ВАХ, построение временных или температурных зависимостей. На более качественном уровне дается материал, в основе которого лежат полученные опытным путем данные, ставшие затем посылом для развития новых теорий, объяснившие явления, которые не могли быть объяснены ранее из-за их недостаточного понимания (опыты Ома, Толмена и Стюарта и т. п.).

Е. В. ЗУБЕЙ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПОЛУСУБНОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология соответствует [1].

Напомним, что подгруппа A называется полунормальной в конечной группе G, если существует подгруппа B такая, что $G = AB$ и AB_1 – собственная в G подгруппа для всех собственных подгрупп B_1 из B.

Введем следующее определение.

Определение. Если подгруппа A либо субнормальна в конечной группе G, либо полунормальна, то A называется полусубнормальной подгруппой группы G.

Конечные группы с полусубнормальными подгруппами изучались в работе [2].

Доказана следующая теорема.

Теорема. Если A – полусубнормальная 2-нильпотентная подгруппа конечной группы G, то подгруппа A^G разрешима.

Здесь A^G – наименьшая нормальная в G подгруппа, содержащая A. Конечная группа называется 2-нильпотентной, если она содержит нормальную подгруппу, индекс которой совпадает с порядком силовской 2-подгруппы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск : Выш. шк., 2006. – 207 с.

2. Monakhov, V. S. Finite groups with restrictions on two maximal subgroups / V. S. Monakhov, A. A. Trofimuk, E. V. Zubei // Проблемы физики, математики и техники. – 2019. – № 3 (40). – С. 88–92.

Л. П. КОЗАК
ГУО «Средняя школа № 1 г. Пинска» (Пинск, Беларусь)

ОПЫТ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ В УЧРЕЖДЕНИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Организация исследовательского обучения в учреждении образования является одной из самых актуальных проблем, так как формирование исследовательских умений учащихся предполагает формирование умения обучаемых самостоятельно получать ответы на поставленные вопросы.

Но учащиеся не всегда могут сами ориентироваться в огромном потоке новой информации, выбирать из нее необходимые сведения, а затем продуктивно использовать их в своей работе.

Под руководством своего руководителя учащийся должен учиться мыслить, анализировать и творчески решать возникающие проблемы [1].

Исследовательская работа обогащает социальный опыт учащихся в труде, общении и способствует:

− углублению и актуализации знаний учащихся (как по предметам школьной программы, так и вне ее);

– саморазвитию, самоанализу, самоорганизации, самоконтролю и самооценке обучаемых;

– расширению представлений о межпредметных связях;

– развитию интеллектуальной творческой инициативы учащихся в процессе освоения основных и дополнительных образовательных программ;

– созданию предпосылок для развития научного образа мышления;

– овладению методами научных исследований;

– обучению информационным технологиям и работе со средствами коммуникации (созданию сайтов, презентаций и т.д.);

– профессиональному самоопределению учащихся старших классов и содержательной организации свободного времени детей;

– формированию научно-педагогического сообщества детей, педагогов, ученых, реализующих различные программы учебно-исследовательской деятельности.

Исследовательская деятельность в учреждении образования требует определенной подготовки и учащегося, и педагога. От слаженной работы участников исследовательской деятельности зависит успех их совместной работы. Следует отметить, что основная доля ответственности ложится на руководителя исследования, играющего роль ведущего, более опытного участника. Работа должна носить логически завершенный характер и демонстрировать способность обучающегося грамотно пользоваться специальной терминологией, ясно излагать свои мысли, аргументировать предложения [2].

Ежегодно учащиеся нашей школы принимают участие в городской конференции для учащихся «Первые шаги в науку», являются победителями областного конкурса «С наукой в будущее!». Сегодня в учреждении образования сложилась определенная система, которая включает в себя поэтапные шаги для более успешного участия в исследовательской деятельности.

В начале каждого учебного года (в течение сентября) традиционно происходит корректировка перспективного плана участия педагогов школы в конкурсе исследовательских работ. После прохождения городского этапа конкурса (октябрь-ноябрь) начинается подготовка к проведению школьного праздника – «Посвящение учащихся в члены школьного научного общества “Взгляд в будущее”. К этому времени уже известны победители городского конкурса, определены участники исследовательской деятельности на следующий учебный год.

В ходе мероприятия «будущие» исследователи знакомятся с работами, которые были представлены на городском конкурсе. Во время этого мероприятия учащиеся и их руководители имеют возможность посмотреть, что представляет собой исследование, в чем его суть, как достойно представить проделанную работу. Выступающие делятся своими впечатлениями, дают напутственные слова, акцентируют, на что необходимо обратить внимание.

В течение первых двух месяцев после мероприятия (декабрь-январь) проводятся консультационные собрания. На этом этапе определяется тема, формулируются задачи, происходит отбор основных методов и форм работы. Каждому педагогу выдается памятка, которая содержит основную информацию по проведению исследовательской работы (положение конкурса, критерии оценивания исследовательской работы, правила оформления), составляется индивидуальный план работы над выбранной темой. Последующие консультации (февраль-апрель) проходят в индивидуальной форме – участники показывают, что уже сделано, что собираются делать дальше, по каким вопросам необходима помощь. В мае проходит «пробная» защита работ. При большом количестве исследовательских работ просмотр выступлений разбивается на два-три дня. Именно на этом этапе складывается первое впечатление о проделанной работе. Такого рода просмотр позволяет более детально изучить каждую работу, сделать необходимые рекомендации. Были случаи, что именно после демонстрации своей работы научные руководители частично изменяли тему работы или само направление исследования. Народная поговорка «Одна голова хорошо, а две – лучше» в данном случае работает на все 100 %. Оставшееся время – для написания тезисов и подготовки презентационных материалов. В сентябре завершается подготовка к участию в городском конкурсе и параллельно корректируется перспективный план участия педагогов школы в конкурсе исследовательских работ на следующий учебный год.

Систематическое, поэтапное и активное включение учащихся в исследовательскую деятельность через построение и реализацию индивидуальных образовательных траекторий, способствует повышению познавательной активности, реализации творческого потенциала. Разработка и реализация комплекса учебно-методических материалов, постоянное повышение уровня исследовательской культуры учащихся приводит к формированию положительного отношения к учебе в целом и, как следствие, обеспечивает большую эффективность исследовательской деятельности.

Педагог, работающий в русле идей исследовательского обучения, может научить ребенка даже тому, чего не умеет сам. Он должен, безусловно, быть творцом-исследователем, но не носителем всех знаний на свете. В условиях исследовательского обучения педагог не обязан всегда знать ответы на все вопросы, но он должен уметь исследовать разные проблемы, таким образом, находить любые ответы и уметь научить этому детей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савенков, А. И. Принципы исследовательского обучения / А. И. Савенков // Директор школы. – 2008. – № 9. – С. 50–55.

2. Савенков, А. И. Исследовательское обучение и проектирование в современном образовании / А. И. Савенков // Исслед. работа школьников. – 2004. – № 1. – С. 22–32.

Е. И. КУЛЬГУН

БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ОТРЕЗОК РЯДА ФУРЬЕ ПО ПОЛИНОМАМ ЧЕБЫШЕВА I РОДА

Рассмотрим восстановление функции f на отрезке [–1; 1]. В этом случае приближенную функцию будем искать в виде:

$$f(x) \cong \sum_{j=0}^{n-1} c_j T_j(x), \tag{1}$$

где $T_j(x)$ – полиномы ортогональной системы Чебышева:

$$T_n(x) = \cos(n \arccos(x)), \tag{2}$$

а коэффициенты c_j вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(\cos t_k), \\ c_j &= \frac{2}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(\cos t_k)\cos(j t_k), \quad j = \overline{1, n-1} \\ t_k &= \frac{2k+1}{2n}\pi \end{aligned} \tag{3}$$

Как известно, корни полинома Чебышева вычисляются по формуле

$$x_k = \cos\left(\frac{2k+1}{2n}\pi\right), \quad k = \overline{0, n-1}. \tag{4}$$

Используя (4), перепишем (3) в виде

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(x_k), \\ c_j &= \frac{2}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(x_k) T_j(x_k), \quad j = \overline{1, n-1}. \end{aligned} \tag{5}$$

Первая производная для полиномов Чебышева имеет вид:

$$T_n'(-1) = -n^2 T_n(-1),$$

$$T_n'(x) = \frac{n\sin(n\arccos x)}{\sin(\arccos x)}, \quad x \in (-1;1) \tag{6}$$

$$T_n'(1) = n^2 T_n(1).$$

Для перехода от отрезка [–1; 1] к произвольному отрезку $[a;\, b]$ используют линейное преобразование

$$x = \frac{b-a}{2}t + \frac{a+b}{2}, t \in [-1;1], x \in [a;\, b].$$

В этом случае получим следующие соотношения:

$$f(x) \cong \sum_{j=0}^{n-1} c_j T_j\left(\frac{2x-b-a}{b-a}\right), \tag{7}$$

$$c_0 = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{2x_k - b - a}{b-a}\right),$$

$$c_j = \frac{2}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(x_k) T_j\left(\frac{2x_k - b - a}{b-a}\right), \quad j = \overline{1, n-1}. \tag{8}$$

Как показывает практический опыт, аппроксимация функции полиномами Чебышева имеет высокую точность и позволяет эффективно восстанавливать первую производную. Однако для этого необходимо знать значения восстанавливаемой функции в узлах полинома Чебышева.

Для проведения вычислительного эксперимента рассмотрим функцию $y = \sin(x)$ на отрезке [–1; 2], количество узлов возьмем n = 50. Получим следующие значения:

Узлы	Значения функции $y = \sin(x)$ в узлах	Аппроксимация отрезком ряда Фурье по полиномам Чебышева I рода в узлах
–1	–0,8414709848078965	0.22932559614148423
–0,9	–0,7833269096274834	–0.7903752474661754
–0,8	–0,7173560908995228	–0.7195617403444656
–0,7	–0,6442176872376911	–0.6461389326360567
–0,6	–0,5646424733950355	–0.5665268416162361
–0,5	–0,4794255386042031	–0.47886918617123714
–0,4	–0,38941834230865063	–0.38845890609640515
–0,3	–0,2955202066613397	–0.29664132315140845
–0,2	–0,19866933079506136	–0.1980199871128951
–0,1	–0,0998334166468283	–0.09996990584103495
0	–1,3877787807814e-16	–0.00022445579398463393
0,1	0,09983341664682802	0.10026429602118805

0,2	0,19866933079506108	0.198140479378049
0,3	0,29552020666133944	0.29608125265313623
0,4	0,3894183423086504	0.3888625772718841
0,5	0,4794255386042029	0.4799541729266053
0,6	0,5646424733950353	0.5641562111398285
0,7	0,6442176872376909	0.6446466649069342
0,8	0,7173560908995227	0.7170035958058453
0,9	0,7833269096274833	0.7835762954051646
1,0	0,8414709848078964	0.8413587984595574
1,1	0,8912073600614353	0.8911488921916351
1,2	0,9320390859672263	0.9322750718740844
1,3	0,963558185417193	0.9632172271121447
1,4	0,9854497299884603	0.9856893670556326
1,5	0,9974949866040544	0.9976061252789792
1,6	0,9995736030415051	0.9992841542746685
1,7	0,9916648104524686	0.9914518070272623
1,8	0,973847630878195	0.9736906260334304
1,9	0,9463000876874144	0.9460587788953568
2,0	0,9092974268256815	0.9091249899296073
Невязка	**0,00025400925479739605**	

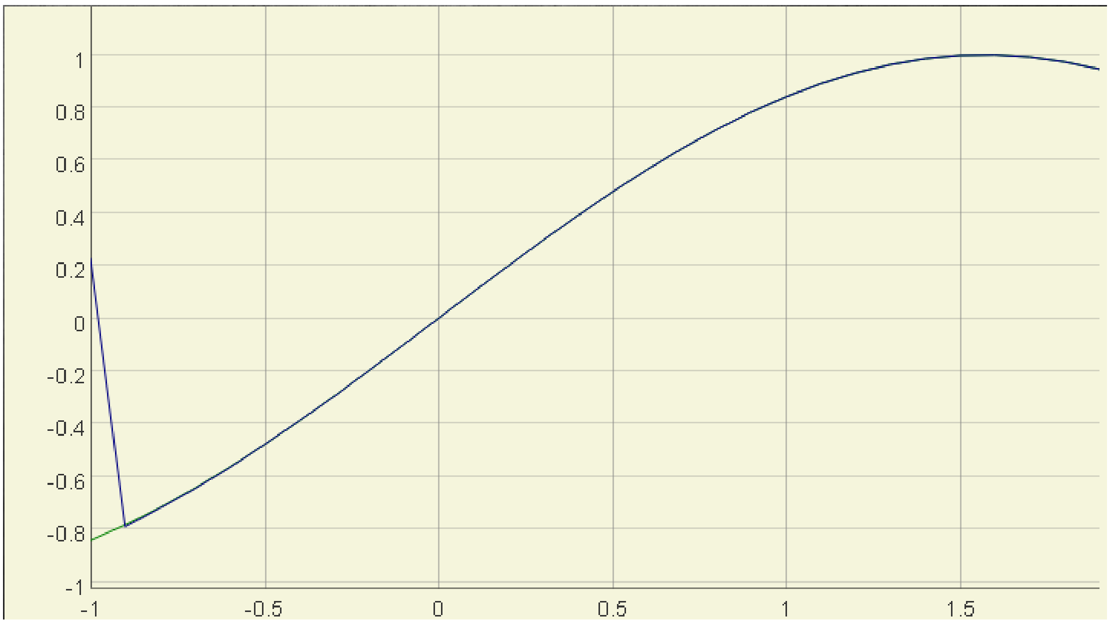


Рисунок – График функции $y = \sin(x)$ и ее аппроксимация рядом Фурье по полиномам Чебышева I рода

Таким образом, мы можем увидеть, как ведет себя данный метод и какова погрешность этого метода.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Успенский, В. А. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения / В. А. Успенский, А. Л. Семенов. – М. : Наука, 1987. – 288 с.
2. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин – М. : Наука, 1978. – 512 с.

О. В. МАТЫСИК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

РЕШЕНИЕ НЕКОРРЕКТНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПРИБЛИЖЕННЫМ ОПЕРАТОРОМ В СЛУЧАЕ АПОСТЕРИОРНОГО ВЫБОРА ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

1. Постановка задачи. Пусть H и F – гильбертовы пространства и $A \in L(H,F)$, т. е. A – линейный непрерывный оператор, действующий из H в F. Предполагается, что нуль не является собственным значением оператора A, однако принадлежит его спектру. Решается уравнение

$$Ax = y. \tag{1}$$

Задача отыскания $x^* \in H$ по элементу $y \in F$ является некорректной, так как сколь угодно малые возмущения в правой части y могут вызывать сколь угодно большие возмущения решения.

Предположим, что точное решение $x^* \in H$ уравнения (1) существует и является единственным. Будем искать его с помощью явного итерационного метода простой итерации с попеременно чередующимся шагом

$$x_{n+1} = x_n + \alpha_{n+1}(y - Ax_n), \quad x_0 = 0,$$
$$\alpha_{2n+1} = \alpha, \; n = 0,1,2,..., \; \alpha_{2n+2} = \beta, \; n = 0,1,2,.... \tag{2}$$

В дальнейшем считаем, что оператор A и правая часть y уравнения (1) заданы приближенно, т. е. вместо y известно $y_\delta : \|y - y_\delta\| \le \delta$, а вместо оператора A известен оператор A_η, $\|A - A_\eta\| \le \eta$. Предполагаем, что $0 \in Sp(A_\eta)$, $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$, $M = \|A\|$. Тогда метод (2) примет вид

$$x_{n+1(\delta,\eta)} = x_{n(\delta,\eta)} + \alpha_{n+1}(y_\delta - A_\eta x_{n(\delta,\eta)}), \; x_{0(\delta,\eta)} = 0,$$
$$\alpha_{2n+1} = \alpha, \; n = 0,1,2,..., \; \alpha_{2n+2} = \beta, \; n = 0,1,2,.... \tag{3}$$

2. Правило останова по невязке. Зададим уровень останова $\varepsilon > 0$ и определим момент m останова итерационного процесса (3) условием

$$\left.\begin{aligned} &\left\|A_\eta x_{n(\delta,\eta)} - y_\delta\right\| > \varepsilon,\ (n < m),\\ &\left\|A_\eta x_{m(\delta,\eta)} - y_\delta\right\| \le \varepsilon, \end{aligned}\right\}\ \varepsilon = b\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right),\, b > 1. \qquad (4)$$

Предположим, что при начальном приближении $x_{0(\delta,\eta)}$ невязка достаточно велика, больше уровня останова ε, т. е. $\left\|A_\eta x_{0(\delta,\eta)} - y_\delta\right\| > \varepsilon$. Покажем возможность применения правила (4) к методу (3).

3. Случай самосопряженной задачи. Пусть $H = F,\, A = A^* \ge 0$, $A_\eta = A_\eta^* \ge 0,\ Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$. Итерационный метод (3) запишется в виде

$$x_{n(\delta,\eta)} = g_n(A_\eta) y_\delta, \qquad (5)$$

где $g_n(\lambda) = \lambda^{-1}\left[1 - (1-\alpha\lambda)^l (1-\beta\lambda)^m\right] \ge 0.$ При $l = m = \dfrac{n}{2}$ функция $g_n(\lambda)$ запишется в виде $g_n(\lambda) = \lambda^{-1}\left[1 - (1-\alpha\lambda)^{n/2}(1-\beta\lambda)^{n/2}\right] \ge 0.$

Получены следующие условия для функции $g_n(\lambda)$ при выполнении $0 < \alpha < 2,\ (\|A\| = 1)$, $\alpha\beta < \alpha + \beta$, $(\alpha+\beta)^2 < 8\alpha\beta$:

$$\sup_{0\le\lambda\le M} \left|g_n(\lambda)\right| \le \frac{n}{2}(\alpha+\beta) \le \gamma n,\ \left(\gamma = \frac{\alpha+\beta}{2}\right), \qquad (6)$$

$$\sup_{0\le\lambda\le M} \lambda^s \left|1 - \lambda g_n(\lambda)\right| \le s^s [n(\alpha+\beta)]^{-s} = \gamma_s n^{-s}\ \ (n > 0),\ \gamma_s = \left(\frac{s}{\alpha+\beta}\right)^s, 0 < s \le s_0 < \infty, \qquad (7)$$

(здесь s – степень истокопредставимости точного решения $x^* = A^s z, s > 0$ и $\dfrac{1}{16} + \alpha\beta \le \alpha + \beta$),

$$\sup_{0\le\lambda\le M} \left|1 - \lambda g_n(\lambda)\right| \le \gamma_0,\, (n > 0),\ \gamma_0 = 1, \qquad (8)$$

$$\sup_{0\le\lambda\le M} \lambda \left|1 - \lambda g_n(\lambda)\right| \to 0,\ n \to \infty. \qquad (9)$$

Справедливы

Лемма 1. *Пусть* $A = A^* \ge 0,\ A_\eta = A_\eta^* \ge 0,\ \left\|A - A_\eta\right\| \le \eta,\ \left\|A_\eta\right\| \le M$ *и выполнено условие* (7) *с* $s_0 > 1$. *Тогда для* $G_{n\eta} = E - A_\eta g_n(A_\eta)$ *справедливо условие* $n\left\|A_\eta G_{n\eta} \upsilon\right\| \to 0$ *при* $n \to \infty, \eta \to 0$ для $\forall \upsilon \in \overline{R(A)}$.

Лемма 2. *Пусть* $A = A^* \geq 0,\ A_\eta = A_\eta^* \geq 0,\ \|A - A_\eta\| \leq \eta,\ \|A_\eta\| \leq M$ *и выполняются условия* (7) *и* (9). *Если для некоторых* $\upsilon_0 \in \overline{R(A)},\ n_p \leq \bar{n} = const$ и $\eta_p \to 0$ *имеем* $A_{\eta_p} G_{n_p \eta_p} \upsilon_0 \to 0$ *при* $p \to \infty$, *то* $G_{n_p \eta_p} \upsilon_0 \to 0$.

Теорема 1. *Пусть* $H = F$, $A = A^* \geq 0,\ A_\eta = A_\eta^* \geq 0,\ \|A - A_\eta\| \leq \eta,\ \|A_\eta\| \leq M$, $(0 < \eta \leq \eta_0)$, $y \in R(A)$, $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ *и выполнены условия* (7), (8) с $s_0 > 1$. *Пусть параметр* $m(\delta, \eta)$ *выбран по правилу* (4). *Тогда* $(\delta + \eta) m(\delta, \eta) \to 0$, $x_{m(\delta,\eta)} \to x^*$ *при* $\delta \to 0,\ \eta \to 0$.

Теорема 2. *Пусть выполнены условия теоремы* 1 *и* $x^* = A^s z,\ s > 0,\ \|z\| \leq \rho$, то *справедливы оценки*

$$m \leq 1 + \frac{s+1}{\alpha+\beta} \frac{\rho^{\frac{1}{s+1}}}{[(b-1)(\delta + \|x^*\|\eta) - c_s \gamma_1 \eta \rho]^{\frac{1}{s+1}}},$$

$$\|x_{m(\delta,\eta)} - x^*\| \leq c_s \eta^{\min(1,\, s)} \rho + [c_s \gamma_1 \eta \rho + (b+1)(\delta + \|x^*\|\eta)]^{\frac{s}{s+1}} \rho^{\frac{1}{s+1}} +$$
$$+ \frac{\alpha+\beta}{2} \left\{ 1 + \frac{s+1}{\alpha+\beta} \frac{\rho^{\frac{1}{s+1}}}{[(b-1)(\delta + \|x^*\|\eta) - c_s \gamma_1 \eta \rho]^{\frac{1}{s+1}}} \right\} (\delta + \|x^*\|\eta), \tag{10}$$

где $c_s = \text{const}$ ($c_s \leq 2$ при $0 < s \leq 1$).

Замечание 1. *Порядок оценки* (10) *есть* $O\left(\delta^{\frac{s}{s+1}}\right)$, *и, как следует из* [1], *он оптимален в классе задач с истокопредставимыми решениями.*

Замечание 2. *Хотя формулировка теоремы* 2 *дается с указанием степени истокопредставимости* s *и истокопредставляющего элемента* z, *на практике их значения не потребуются, так как они не содержатся в правиле останова* (4).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайникко, Г. М. Итерационные процедуры в некорректных задачах / Г. М. Вайникко, А. Ю. Веретенников. – М. : Наука, 1986. – 178 с.

О. В. МАТЫСИК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

АПРИОРНЫЙ ВЫБОР ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ В ЯВНОЙ ПРОЦЕДУРЕ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

В статье рассматривается уравнение

$$Ax = y \tag{1}$$

с действующим в гильбертовом пространстве H ограниченным положительно определенным самосопряженным оператором $A: H \to H$ в предположении, что нуль принадлежит спектру этого оператора, однако, вообще говоря, не является его собственным значением. При сделанных предположениях задача о разрешимости уравнения (1) является некорректной. Если решение уравнения (1) все же существует и единственно, то для его отыскания естественно пытаться применить различные итерационные методы.

В настоящей работе предлагается явный итерационный метод

$$x_{n+1} = (E - \alpha A)^k x_n + A^{-1}\left[E - (E - \alpha A)^k\right] y, \quad x_0 = 0\,. \tag{2}$$

Здесь k – некоторое натуральное число, а оператор A^{-1}, фигурирующий в (2), не означает, что для рассматриваемой схемы (2) необходимо его знать – нужно заметить, что после раскрытия скобок во втором слагаемом он сокращается и весь оператор в квадратных скобках является полиномом от оператора A: $C_k^1 \alpha E - C_k^2 \alpha^2 A + C_k^3 \alpha^3 A^2 - \ldots - (-1)^k \alpha^k A^{k-1}$.

Обычно правая часть уравнения известна с некоторой точностью δ, т. е. известен y_δ, для которого $\|y - y_\delta\| \le \delta$. Поэтому вместо (2) приходится рассматривать приближения

$$x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A)^k x_{n,\delta} + A^{-1}\left[E - (E - \alpha A)^k\right] y_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0,\ k \in N. \tag{3}$$

Ниже, как обычно, под сходимостью метода (3) понимается утверждение о том, что приближения (3) сколь угодно близко подходят к точному решению уравнения (1) при подходящем выборе n и достаточно малых δ. Иными словами, метод итерации (3) является сходящимся, если $\lim\limits_{\delta \to 0}\left(\inf\limits_n \|x - x_{n,\delta}\|\right) = 0$.

Справедливы

Теорема 1. *Итерационный процесс* (2) *сходится при условии*

$$0 < \alpha < 2/\|A\|\,. \tag{4}$$

Теорема 2. *При условии* (4) *итерационный процесс* (3) *сходится, если выбирать число итераций n в зависимости от* δ *так, чтобы* $n\delta \to 0,\ n \to \infty,\ \delta \to 0.$

Теорема 3. *Если точное решение x уравнения* (1) *истокопредставимо, то при условии* $0 < \alpha \le \frac{5}{4\|A\|}$ *для метода* (3) *справедлива оценка погрешности* $\|x - x_{n,\delta}\| \le s^s (kn\alpha e)^{-s} \|z\| + kn\alpha\delta$.

Оптимизируем по n полученную оценку погрешности. Для этого найдем значение числа итераций n, при котором оценка становится минимальной. Обозначим $\xi(n) = s^s (kn\alpha e)^{-s} \|z\| + kn\alpha\delta$ и приравняем $\xi'(n)$ к нулю. Имеем $-sn^{-s-1} s^s (k\alpha e)^{-s} \|z\| + k\alpha\delta = 0$. Отсюда, возведя обе части равенства в степень $-1/(s+1)$, получим $n_{\text{опт}} = s(k\alpha)^{-1} e^{-s/(s+1)} \delta^{-1/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)}$. Подставив полученное выражение для $n_{\text{опт}}$ в оценку погрешности, найдем ее оптимальное значение

$$\|x - x_{n,\delta}\|_{\text{опт}} \le (s+1) e^{-s/(s+1)} \delta^{s/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)}.$$

Итак, доказана

Теорема 4. *Если точное решение x уравнения* (1) *истокопредставимо, то при условии* $0 < \alpha \le \frac{5}{4\|A\|}$ *оптимальная оценка погрешности для метода* (3) *имеет вид* $\|x - x_{n,\delta}\|_{\text{опт}} \le (s+1) e^{-s/(s+1)} \delta^{s/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)}$ *и достигается при* $n_{\text{опт}} = s(k\alpha)^{-1} e^{-s/(s+1)} \delta^{-1/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)}$.

Оптимальная оценка погрешности для метода (3) не зависит от параметра α, но от него зависит $n_{\text{опт}}$. Поэтому для уменьшения $n_{\text{опт}}$ и, значит, объема вычислительной работы, следует брать α по возможности большим, удовлетворяющим условию $0 < \alpha \le \frac{5}{4\|A\|}$, и так, чтобы $n_{\text{опт}}$ было целым.

О. В. МАТЫСИК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ОСТАНОВ ПО МАЛОСТИ НЕВЯЗКИ В ЯВНОЙ ПРОЦЕДУРЕ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕКОРРЕКТНЫХ УРАВНЕНИЙ

В действительном гильбертовом пространстве решается линейное некорректное уравнение первого рода

$$Ax = y_\delta, \tag{1}$$

где $\| y - y_\delta \| \le \delta$, A – положительный ограниченный самосопряженный оператор. Нуль не является собственным значением оператора A, но $0 \in SpA$, т. е. рассматриваемая задача некорректна. Для решения (1) используем явный итерационный метод

$$x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A)^k x_{n,\delta} + A^{-1}\left[E - (E - \alpha A)^k\right] y_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0, \ k \in N. \tag{2}$$

Этот метод можно сделать вполне эффективным, если воспользоваться следующим правилом останова по невязке: определим момент m останова итерационного процесса (2) условием

$$\left.\begin{aligned} &\left\| Ax_{n,\delta} - y_\delta \right\| > \varepsilon, \quad (n < m), \\ &\left\| Ax_{m,\delta} - y_\delta \right\| \le \varepsilon, \end{aligned}\right\} \quad \varepsilon = b\delta, \quad b > 1. \tag{3}$$

Предполагаем, что при начальном приближении $x_{0,\delta}$ невязка достаточно велика, больше уровня останова ε, т. е. $\left\| Ax_{0,\delta} - y_\delta \right\| > \varepsilon$. Покажем возможность применения правила (3) к методу (2). Метод (2) с остановом (3) является сходящимся, если $\lim\limits_{\delta \to 0}\left(\inf\limits_{m}\left\| x - x_{m,\delta} \right\|\right) = 0$. Рассмотрим семейство функций $g_n(\lambda) = \lambda^{-1}\left[1 - (1 - \alpha\lambda)^{kn}\right]$. Нетрудно показать, что для $g_n(\lambda)$ выполняются условия

$$\sup_{0 \le \lambda \le M} \left| g_n(\lambda) \right| \le kn\alpha, \quad n > 0, \ M = \|A\|, \ 0 < \alpha < 2/M,$$

$$\sup_{0 \le \lambda \le M} \left| 1 - \lambda g_n(\lambda) \right| \le 1, \ 0 < \alpha < 2/M,$$

$$1 - \lambda g_n(\lambda) \to 0, \ n \to \infty, \forall \lambda \in (0, M], \ 0 < \alpha < 2/M,$$

$$\sup_{0 \le \lambda \le M} \lambda^s \left| 1 - \lambda g_n(\lambda) \right| \le \left(\frac{s}{k\alpha e}\right)^s n^{-s}, \ n > 0, \ 0 \le s < \infty, 0 < \alpha \le \frac{5}{4M}.$$

Справедливы

Лемма 1. *Пусть* $A = A^* \ge 0$, $\|A\| \le M$. *Тогда для любого* $w \in H$ $(E - Ag_n(A))w \to 0$, $n \to \infty$.

Лемма 2. *Пусть* $A = A^* \ge 0$, $\|A\| \le M$. *Тогда для любого* $v \in \overline{R(A)}$ *имеет место соотношение* $n^s \left\| A^s (E - Ag_n(A))v \right\| \to 0$, $n \to \infty$, $0 \le s < \infty$.

Лемма 3. *Пусть* $A = A^* \geq 0,\ \|A\| \leq M$. *Если для некоторых* $v_0 \in \overline{R(A)}$ *и* $n_p < \bar{n} = const$ *при* $p \to \infty$ *имеем* $w_p = A\left(E - Ag_{n_p}(A)\right)v_0 \to 0,$ *то* $v_p = \left(E - Ag_{n_p}(A)\right)v_0 \to 0.$

Теорема 1. *Пусть* $A = A^* \geq 0,\ \|A\| \leq M$ *и пусть момент останова* $m = m(\delta)$ *в методе* (2) *выбирается по правилу останова* (3). *Тогда* $x_{m,\delta} \to x$ *при* $\delta \to 0$.

Теорема 2. *Пусть выполнены условия теоремы* 1 *и пусть* $x = A^s z,\ s > 0$, *тогда справедливы оценки* $m(\delta) \leq 1 + \dfrac{s+1}{k\alpha e}\left[\dfrac{\|z\|}{(b-1)\delta}\right]^{1/(s+1)}$,

$$\left\|x_{m(\delta),\delta} - x\right\| \leq \left[(b+1)\delta\right]^{s/(s+1)}\|z\|^{1/(s+1)} + k\alpha\left\{1 + \frac{s+1}{k\alpha e}\left[\frac{\|z\|}{(b-1)\delta}\right]^{1/(s+1)}\right\}\delta. \quad (4)$$

Замечание 1. *Порядок оценки* (4) *есть* $O\left(\delta^{s/(s+1)}\right)$, *и он оптимален в классе задач с истокопредставимыми решениями* $x = A^s z,\ s > 0.$

Замечание 2. *Хотя формулировка теоремы* 2 *дается с указаниями степени истокопредставимости* s *и истокопредставляющего элемента* z, *на практике их значение не потребуется, так как они не содержатся в правиле останова* (3). *Тем не менее в теореме* 2 *утверждается, что будет автоматически выбрано количество итераций* m, *обеспечивающее оптимальный порядок погрешности. Но даже если истокопредставимость точного решения отсутствует, останов по невязке* (3), *как показывает теорема* 1, *обеспечивает сходимость метода.*

О. В. МАТЫСИК, Е. А. КОЛЯДА
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

СХОДИМОСТЬ МЕТОДА ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ В СЛУЧАЕ АПРИОРНОГО ВЫБОРА ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

В действительном гильбертовом пространстве H решается линейное уравнение $Ax = y$, где $A: H \to H$ – положительный ограниченный самосопряженный оператор ($0 \in SpA$, и, следовательно, рассматриваемая задача некорректна). Решать данную задачу будем при помощи явной итерационной процедуры

$$x_n = 2(E-\alpha A)x_{n-1} - (E-\alpha A)^2 x_{n-2} + \alpha^2 Ay, \quad x_0 = x_1 = 0. \qquad (1)$$

В случае приближенной правой части y_δ $\left(\|y - y_\delta\| \le \delta\right)$ соответствующие методу (1) итерации примут вид

$$x_{n,\delta} = 2(E-\alpha A)x_{n-1,\delta} - (E-\alpha A)^2 x_{n-2,\delta} + \alpha^2 Ay_\delta,\ x_{0,\delta} = x_{1,\delta} = 0. \qquad (2)$$

Воспользовавшись интегральным представлением положительного самосопряженного оператора A и формулой (1), по индукции получим $x - x_n = \int\limits_0^M \left(\lambda^{-1}(1-\alpha\lambda)^n + n\alpha(1-\alpha\lambda)^{n-1}\right)dE_\lambda y$, где $M = \|A\|$, E_λ – спектральная функция оператора A. Отсюда легко выводится сходимость метода (1) при $n \to \infty$ для $0 < \alpha < 2/M$.

Итерационный процесс (2) является сходящимся, если нужным образом выбирать число итераций n в зависимости от уровня погрешности δ. Справедлива

Теорема 1. *Итерационный процесс* (2) *сходится при условии* $0 < \alpha \le \dfrac{5}{4M}$, *если выбирать число итераций* n *в зависимости от* δ *так, чтобы* $n\delta \to 0,\ n \to \infty,\ \delta \to 0$.

При этом легко показывается оценка $\left\|x_n - x_{n,\delta}\right\| \le (5/4)(n-1)\alpha\delta,\ n \ge 2.$

Скорость сходимости процедуры (1) будем оценивать при дополнительном предположении о возможности истокообразного представления точного решения x уравнения $Ax = y$, т. е. $x = A^s z,\ s > 0.$ Тогда $y = A^{s+1}z$, и, следовательно, получим

$$x - x_n = \int\limits_0^M \lambda^s (1-\alpha\lambda)^{n-1} dE_\lambda z + (n-1)\alpha \int\limits_0^M \lambda^{s+1}(1-\alpha\lambda)^{n-1} dE_\lambda z.$$

Для оценки $\|x - x_n\|$ найдем максимум модуля подынтегральной функции $f(\lambda) = \lambda^s(1-\alpha\lambda)^{n-1} + (n-1)\alpha\lambda^{s+1}(1-\alpha\lambda)^{n-1}$. Нетрудно показать, что при условии $0 < \alpha \le \dfrac{5}{4M}$ справедливо неравенство

$$\|x - x_n\| \le s^s\left[(n-1)\alpha e\right]^{-s}\|z\| + (s+1)^{s+1}\left[(n-1)\alpha\right]^{-s} e^{-(s+1)}\|z\| \le$$
$$\le s^s(s+2)\left[(n-1)\alpha e\right]^{-s}\|z\|.$$

Таким образом, общая оценка погрешности итерационной процедуры (2) запишется в виде

$$\left\|x - x_{n,\delta}\right\| \le s^s(s+2)\left[(n-1)\alpha e\right]^{-s}\|z\| + (5/4)(n-1)\delta\alpha. \qquad (3)$$

Оптимизируем по n полученную оценку (3). Рассмотрим функцию $\varphi(n) = s^s(s+2)[(n-1)\alpha e]^{-s}\|z\| + (5/4)(n-1)\delta\alpha$. Приравняв $\varphi'(n) = -s^{s+1}(s+2)\times$ $\times(\alpha e)^{-s}\|z\|(n-1)^{-s-1} + (5/4)\delta\alpha$ нулю, получим

$$n_{\text{опт}} = 1 + \left(\frac{5}{4}\delta\right)^{-1/(s+1)} e^{-s/(s+1)} s(s+2)^{1/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)} \alpha^{-1}. \quad (4)$$

Подставив $n_{\text{опт}}$ в (3), получим

$$\|x - x_{n,\delta}\|_{\text{опт}} \le (5/4)^{s/(s+1)} \delta^{s/(s+1)} e^{-s/(s+1)} (s+1)(s+2)^{1/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)}. \quad (5)$$

Следовательно, доказана

Теорема 2. *Оптимальная оценка погрешности для метода* (2) *имеет вид* (5) *и достигается при* $n_{опт}$ *из* (4).

Оптимальная оценка погрешности (5) не зависит от α, но от α зависит $n_{\text{опт}}$. Поэтому для уменьшения $n_{\text{опт}}$, т. е. объема вычислительной работы, следует брать α возможно большим из условия $0 < \alpha \le \frac{5}{4M}$, и чтобы $n_{\text{опт}}$ было целым.

О. В. МАТЫСИК, О. С. ЯРОЦКИЙ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ИТЕРАЦИОННАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ УРАВНЕНИЙ ЯВНЫМ МЕТОДОМ ИТЕРАЦИЙ

Для решения в действительном гильбертовом пространстве линейного некорректного уравнения первого рода

$$Ax = y_\delta, \quad (1)$$

где $\| y - y_\delta \| \le \delta$, A – положительный ограниченный самосопряженный оператор (0 не является его собственным значением, но $0 \in SpA$, т.е. рассматриваемая задача некорректна) используем явный метод итерации

$$x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A^2)x_{n,\delta} + \alpha A y_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0. \quad (2)$$

Рассмотрим сходимость приближений (2) в энергетической норме $\|x\|_A = \sqrt{(Ax, x)}$, $x \in H$. Использование энергетической нормы позволяет получить оценки погрешности метода (2) без предположения истокопредставимости точного решения уравнения (1), т. е. что $x = A^s z$, $s > 0$.

Имеет место

Теорема 1. *При условии* $0<\alpha\le\dfrac{5}{4\|A\|^2}$ *метод* (2) *сходится в энергетической норме гильбертова пространства, если число итераций* n *выбирать из условия* $n^{1/4}\delta\to 0,\ n\to\infty,\ \delta\to 0$.

Запишем теперь общую оценку погрешности метода (2)

$$\|x-x_{n,\delta}\|_A\le 2n^{1/4}\alpha^{1/4}\delta+(4n\alpha e)^{-1/4}\|x\|,\ n\ge 2.$$

Оптимизируем последнюю оценку по n, т. е. при заданном δ найдем такое значение числа итераций n, при котором оценка погрешности становится минимальной. Справедлива

Теорема 2. *Для метода итераций* (2) *при условии* $0<\alpha\le\dfrac{5}{4\|A\|^2}$ *оптимальная оценка погрешности в энергетической норме имеет вид*

$$\|x-x_{n,\delta}\|_A^{опт}\le 2^{5/4}e^{-1/8}\delta^{1/2}\|x\|^{1/2},\quad n\ge 2 \tag{3}$$

и получается при $n_{опт}=2^{-3}\alpha^{-1}e^{-1/2}\|x\|^2\delta^{-2}$.

Таким образом, энергетическая норма как бы заменяет истокопредставимость точного решения уравнения степени $s=\dfrac{1}{2}$. Ее использование позволило получить априорные оценки погрешности и априорный момент останова без дополнительного требования на гладкость точного решения – его истокообразную представимость.

Рассмотрим вопрос о том, когда из сходимости в энергетической норме следует сходимость в обычной норме гильбертова пространства H. Эти условия дает

Теорема 3. *Если выполнены условия* 1) $E_\varepsilon x_{n,\delta}=0$, 2) $E_\varepsilon x=0$, *где* $E_\varepsilon=\int_0^\varepsilon dE_\lambda$, ε – *фиксированное положительное число* $(0<\varepsilon<\|A\|)$, *то из сходимости* $x_{n,\delta}$ *к* x *в энергетической норме следует сходимость в обычной норме гильбертова пространства.*

Доказательство. Так как по условию теоремы $E_\varepsilon x_{n,\delta}=0$ и $E_\varepsilon x=0$, то имеем $E_\varepsilon(x_{n,\delta}-x)=0$ и $\left(E_\varepsilon(x_{n,\delta}-x),x_{n,\delta}-x\right)=0$, т. е. $\int_0^\varepsilon d(E_\lambda\,(x_{n,\delta}-x),x_{n,\delta}-x)=0$.

Следовательно, $\int_0^\varepsilon\dfrac{1}{\lambda}\,d(E_\lambda\,(x_{n,\delta}-x),A(x_{n,\delta}-x))=0$. *Тогда получим, что*

$$\left\|x_{n,\delta}-x\right\|^2 = \int_0^M \frac{1}{\lambda}\, d(E_\lambda\,(x_{n,\delta}-x), A(x_{n,\delta}-x)) =$$

$$=\int_0^\varepsilon \frac{1}{\lambda}\, d(E_\lambda\,(x_{n,\delta}-x), A(x_{n,\delta}-x)) + \int_\varepsilon^M \frac{1}{\lambda}\, d(E_\lambda\,(x_{n,\delta}-x), A(x_{n,\delta}-x)) =$$

$$= \int_\varepsilon^M \frac{1}{\lambda}\, d(E_\lambda\,(x_{n,\delta}-x), A(x_{n,\delta}-x)) \le \frac{1}{\varepsilon}\left\|x_{n,\delta}-x\right\|_A^2.$$

Теорема 3 доказана.

Замечание. *Так как* $x_{n,\delta} = A^{-1}\left[E-\left(E-\alpha A^2\right)^n\right]y_\delta$, *то для того, чтобы* $x_{n,\delta}$ *удовлетворяло условию* $E_\varepsilon x_{n,\delta} = 0$, *достаточно потребовать, чтобы* $E_\varepsilon y_\delta = 0$. *Таким образом, если* $E_\varepsilon x = 0$ *и* $E_\varepsilon y_\delta = 0$, *то из сходимости метода итераций* (2) *в энергетической норме следует его сходимость в обычной норме пространства* H.

Е. И. МИРСКАЯ, М. А. МОЛОШ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИИ ОСРЕДНЕННОЙ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МНОГОМЕРНОГО ВРЕМЕННОГО РЯДА

Одним из наиболее распространенных непараметрических методов спектрального оценивания является метод Уэлча [1].

Целый ряд ученых применяли на практике оценки спектральной плотности, построенные с помощью метода Уэлча. Так, А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга [2] применяли метод для оценки излучения релятивистской заряженной частицы во внешнем поле.

А. Н. Рагозин [3] использовал периодограммный метод Уэлча для оценки колебательной структуры вариабельности сердечного ритма.

В. К. Игнатьев, С. В. Перченко, А. В. Никитин, Д. А. Станкевич [4] применили метод Уэлча для оценивания спектральной плотности мощности шумового напряжения, приведенного к входу аналого-цифрового преобразователя с высокой разрядностью.

В данной работе с помощью метода Уэлча проведен сравнительный анализ дисперсии оценки спектральной плотности в зависимости от окон просмотра данных для временного ряда, представляющего ежемесячные данные по геомагнитной активности с 1987 по 2018 г.

В качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности r-мерного стационарного случайного процесса $X^r(t), t \in Z$, с $MX_a(t) = 0,\ a = \overline{1,r},$ исследована статистика вида

$$\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} I_{ab}(\lambda, l), \quad (1)$$

где

$$I_{ab}(\lambda, l) = \left[2\pi \sum_{p=0}^{N-1} h_a^N(p) h_b^N(p)\right]^{-1} H_a(\lambda, l)\overline{H_b(\lambda, l)}, \quad (2)$$

$$H_a(\lambda, l) = \sum_{p=0}^{N-1} h_a^N(p) X_a(p + (l-1)(N-K)) e^{-i\lambda(p+(l-1)(N-K))}, \quad (3)$$

$l = \overline{1,L},\ \lambda \in \Pi,\ a = \overline{1,r}$, $h_a^N(t), t \in R$ – окна просмотра данных.

Для оценки взаимной спектральной плотности, заданной соотношением (1), в работе вычислены дисперсия и ковариация, а также исследовано асимптотическое поведение дисперсии. Также с помощью пакета MatLab проведен сравнительный анализ дисперсии оценки (1) для окон просмотра данных: Рисса, Парзена, Дирихле, Ханна, треугольного окна.

Показано, что за счет выбора функции окна просмотра данных достигается уменьшение дисперсии оценок.

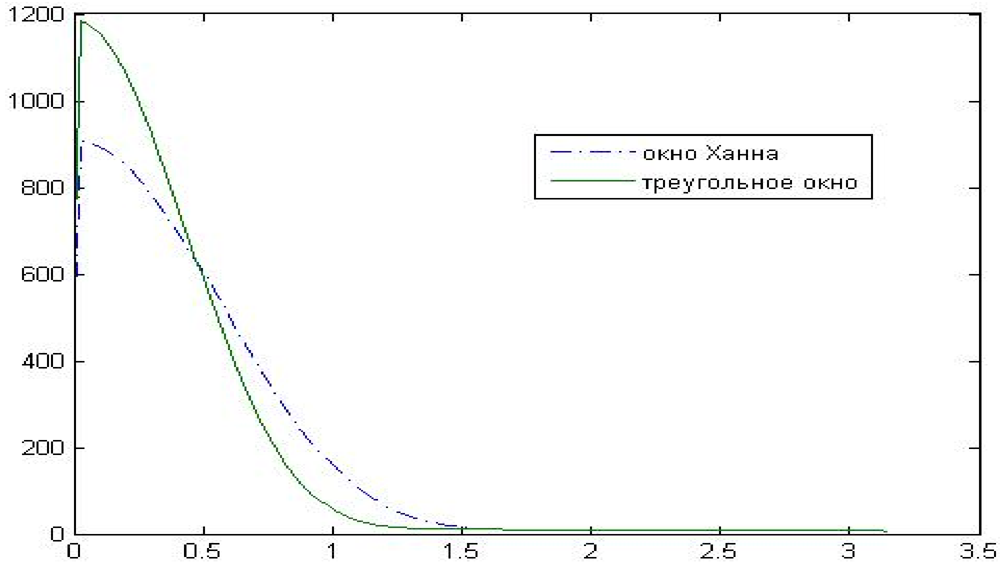


Рисунок – 1. Графики оценки спектральной плотности, построенные для временного ряда с использованием окна Ханна и треугольного окна

Для исследуемого в работе временного ряда для окон просмотра данных Ханна и треугольного были построены оценки (1). Из графиков следует, что меньшей дисперсией обладает оценка, построенная с использованием треугольного окна.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Welch, P. D. The use of FFT for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms / P. D. Welch // IEEE Trans. Audio Elect. – 1967. – Vol. AU–15, № 2. – P. 70–73.

2. Ахиезер, А. И. Излучение релятивистских частиц в монокристаллах [Электронный ресурс]. / А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга. – Режим доступа: http://ufn.ru/ufn82/ufn82_8/Russian/r828a.pdf – Дата доступа: 23.03.2020.

3. Рагозин, Н. А. Информативность спектральных показателей вариабельности сердечного ритма / А. Н. Рагозин // Вестн. аритмологии. – 2001. – № 22. – С. 37–40.

4. Игнатьев, В. К. Динамическая компенсация дополнительной погрешности прецизионного АЦП [Электронный ресурс]. / К. В. Игнатьев. – Режим доступа: http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n2y2012/771. – Дата доступа: 23.03.2020.

Е. И. МИРСКАЯ
БрГУ имени А. С.Пушкина (Брест, Беларусь)

О ПРЕДЕЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ СГЛАЖЕННОЙ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ СТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Рассмотрим действительный стационарный случайный процесс $X(t)=\{X_a(t), a=\overline{1,r}\}$, с $MX_a(t)=0, a=\overline{1,r}, t\in Z$, и неизвестной матрицей взаимных спектральных плотностей $f(\lambda)=\{f_{ab}(\lambda), a,b=\overline{1,r}\}, \lambda\in\Pi=[-\pi,\pi]$.

Пусть $X_a(0), X_a(1), \ldots, X_a(T-1)$ – T последовательных, полученных через равные промежутки времени наблюдений за составляющей $X_a(t)$, процесса $X(t), t\in Z, a=\overline{1,r}$. Будем предполагать, что число наблюдений T представимо в виде $T=LN-(L-1)K$, где L – число пересекающихся интервалов, содержащих по N наблюдений, $0\le K<N$.

В данной работе исследовано предельное распределение сглаженной оценки взаимной спектральной плотности вида

$$\tilde{f}_{ab}(\lambda)=\frac{2\pi}{T}\sum_{s=1}^{T}W_{ab}(\lambda-\frac{2\pi s}{T})\hat{f}_{ab}(\frac{2\pi s}{T}),$$

где $W_{ab}(x), x\in\Pi$ – спектральные окна, оценка $\hat{f}_{ab}(\lambda), \lambda\in\Pi$ исследована в работе [1].

Доказано, что при некоторых ограничениях на семиинвариантную спектральную плотность 4-го порядка, взаимную спектральную плотность, спектральные окна и окна просмотра данных статистики $\tilde{f}_{a_1b_1}(\lambda_1),\ldots,\tilde{f}_{a_nb_n}(\lambda_n)$ имеют асимптотическое совместное комплексное нормальное распределение с предельными математическими ожиданиями, равными $f_{a_1b_1}(\lambda_1),\ldots,f_{a_nb_n}(\lambda_n)$ и ковариационной структурой, заданной выражением

$$\lim_{T\to\infty}T\operatorname{cov}\{\tilde{f}_{a_1b_1}(\lambda_1), f_{a_2b_2}(\lambda_2)=\frac{2\pi C_1}{L}\int_{\Pi}W_{a_1b_1}(\lambda_1-\alpha)W_{a_2b_2}(\lambda_2-\alpha)f_{a_1a_2}(\alpha)f_{b_1b_2}(-\alpha)d\alpha+$$

$$+\frac{2\pi C_2}{L}\int_{\Pi}W_{a_1b_1}(\lambda_1-\alpha)W_{a_2b_2}(\lambda_2+\alpha)f_{a_1b_2}(\alpha)f_{b_1a_2}(-\alpha)d\alpha,$$

где C_1, C_2 – некоторые постоянные, $a_i, b_i=\overline{1,r}, \lambda_i\in\Pi, i=\overline{1,n}.$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Труш, Н. Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н. Н. Труш. – Минск : БГУ, 1999. – 218 с.

М. А. МОЛОШ, Е. И. МИРСКАЯ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ПОСТРОЕНИЕ ОСРЕДНЕННОЙ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Использование характеристики спектральной плотности случайного процесса необходимо для решения многих задач радиотехники, радиосвязи, технической диагностики, медицины, гидролокации, экономики, страхования, электротехники, астрономии и многих других научных направлений.

Целый ряд ученых применяли на практике оценки спектральной плотности. Так, А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга [1] применяли спектральную плотность для оценки излучения релятивистской заряженной частицы во внешнем поле.

Пусть $X_\alpha(0), X_\alpha(1),\ldots,X_\alpha(T-1)-T$ последовательных наблюдений за процессом $X_\alpha(t), t\in Z, a,b=\overline{1,r},\quad T=S(N-M)+M$, где S – число пересекающихся интервалов, содержащих N наблюдений.

В данной работе в качестве оценки неизвестной спектральной плотности случайного процесса исследована осредненная оценка вида

$$\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{S}\sum_{s=1}^{S} I_{ab}^{s(N-M)}(\lambda), \qquad (1)$$

$\lambda \in \Pi,\ a,b = \overline{1,r}$, где

$$I_{ab}^{s(N-M)}(\lambda) = d_a^{s(N-M)}(\lambda)\overline{d_b^{s(N-M)}(\lambda)}, \qquad (2)$$

$s = \overline{1,S}, \lambda \in \Pi,\ a,b = \overline{1,r}$, расширенная периодограмма на s-м интервале разбиения наблюдений.

Для оценки (1) вычислены математическое ожидание, дисперсия и исследовано их асимптотическое поведение. Показано, что осредненная оценка (1) является асимптотически несмещенной оценкой спектральной плотности процесса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахиезер, А. И. Излучение релятивистских частиц в монокристаллах [Электронный ресурс]. / А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга. – Режим доступа: http://ufn.ru/ufn82/ufn82_8/Russian/r828a.pdf – Дата доступа: 23.03.2020.

2. Труш, Н. Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н. Н. Труш. – Минск : БГУ, 1999. – 218 с.

В. А. ПЛЕТЮХОВ

БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ОТРАЖЕНИЕ ПРИНЦИПА ПРИЧИННОСТИ В ФИЗИЧЕСКИХ ЗАКОНАХ (МЕТОДИЧЕСКИЙ АСПЕКТ)

Для того чтобы предельно точно раскрыть суть физического закона, надо придерживаться определенных правил. Одно из них заключается в следующем: формулировка закона должна отражать не только количественную, но и сущностную, т.е. причинно-следственную связь между фигурирующими в законе величинами. В математической записи физического закона в качестве аргумента следует полагать величину, которая служит причиной рассматриваемого явления, в качестве функции – следствие. Поясним сказанное на конкретных примерах.

Второй закон Ньютона можно записать в трех математически эквивалентных формах

$$a = \frac{F}{m}, \quad \vec{F} = ma, \quad m = \frac{\vec{F}}{a}, \qquad (1)$$

но только первая из них раскрывает физическую суть закона, которая заключается в том, что ускорение тела является следствием приложенной к нему силы и зависит от силы линейным образом. Второй и третий способы записи могут использоваться в расчетах (третий позволяет также интерпретировать массу как меру инертности), но служить в качестве формулировки закона не должны.

То же самое относится к закону Ома

$$I = \frac{U}{R}, \quad U = IR, \quad R = \frac{U}{I}. \tag{2}$$

Данный закон описывает процесс, происходящий в проводнике при создании на его концах определенного напряжения. Заключается этот процесс в возникновении электрического тока в проводнике под действием электрического поля, т. е. ток I является следствием приложенного напряжения U и прямо пропорционален ему. Таким образом, при словесной формулировке закона Ома надо отталкиваться от первой формы записи (2).

Следует заметить, что требование «следствие слева, причина справа» не всегда выполнимо. Так, например, обстоит дело в случае второго закона Кирхгофа

$$\sum_i \varepsilon_i = \sum_i I_i R_i . \tag{3}$$

Именно по этой причине, на наш взгляд, интерпретация соотношения (3) не как закона, а как *правила* Кирхгофа является вполне оправданной.

В. А. ПЛЕТЮХОВ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

К ВОПРОСУ О ВЗАИМОСВЯЗИ ЭНЕРГИИ И МАССЫ

На протяжении нескольких десятилетий после создания специальной теории относительности (СТО, 1905 г.) формула

$$E = Mc^2 , \tag{1}$$

где

$$M = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (\beta = \frac{v}{c}), \tag{2}$$

m – классическая масса, v – скорость тела, считалась одной из важнейших формул релятивистской динамики [1–3]. Величины E и M в (1), (2) рассматривались как полная релятивистская энергия и релятивистская масса соответственно. Значение формулы (1), как считалось, заключается в том, что она устанавливает универсальную связь между энергией тела и его инертностью – фундаментальными понятиями, которые до создания СТО рассматривались в физике как независимые. Формальным основанием для того, чтобы отождествлять величину M (2) с релятивистской массой, являлось то обстоятельство, что релятивистское уравнение движения

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) \qquad (3)$$

можно получить из классического второго закона Ньютона

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\vec{a} \qquad (4)$$

путем замены $m \to M$.

Параллельно имела хождение и другая, менее распространенная в те годы трактовка релятивистской динамики [4]. Массе M (2) отказывалось в праве на «существование» по той причине, что уравнение (3) нельзя в общем случае представить в виде

$$\vec{F} = M\vec{a}, \qquad (5)$$

и, следовательно, величина M не является мерой инертности в ньютоновском смысле. Возможность придания этой величине какого-либо иного близкородственного физического смысла упускалась из виду (или принципиально игнорировалась). Таким образом, формула (1) автоматически приобрела статус тривиального переопределения (переобозначения) релятивистской энергии, тем более что в системе единиц, в которой $c = 1$, имеем $E = M$ т.е. E и M – фактически одна та же величина. В рамках данного подхода о взаимосвязи между энергией и массой как мерой инертности можно говорить только в случае покоящегося тела, когда (1) трансформируется к виду

$$E_0 = mc^2, \qquad (6)$$

где E_0 – так называемая энергия покоя, или внутренняя энергия.

В последние десятилетия вторая трактовка в методической литературе СТО стала доминирующей. Сейчас уже практически нигде не встретишь формул (1), (2). Вместо них везде фигурируют математически эквивалентное (1), (2) соотношение

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (7)$$

и формула (6) в качестве нерелятивистского предела. Понятие меры инертности релятивистского тела не используется (хотя сама инертность никуда не делась). В употреблении осталась только одна инвариантная масса m, которая совпадает с классической массой и служит мерой инертности и одновременно мерой запаса внутренней энергии *покоящегося* тела.

На наш взгляд, полное исключение из СТО понятия релятивистской массы и формул (1), (2) как закона природы не является оправданным. Да, действительно, зависящую от скорости величину M (2) в общем случае нельзя считать мерой инертности релятивистского тела. Но если рассмотреть частный случай движения тела под действием силы, перпендикулярной скорости (с такой ситуацией мы сталкиваемся, например, при движении заряженных частиц в магнитных полях), то уравнение (3) принимает вид (5), т. е. в этом случае величина M (2) выступает все-таки в роли меры инертности, а значит, может считаться массой. Эйнштейн называл ее поперечной массой.

Учитывая сказанное, можно сделать вывод, что формула (1) не сводится к переобозначению одной и той же по сути величины. На самом деле данная формула устанавливает экспериментально подтверждаемую взаимосвязь между различными физическими понятиями – полной релятивисткой энергией тела и его поперечной массой. Так что соотношение (1) является все-таки законом природы, смысл которого сводится к тому, что в качестве меры запаса полной энергии релятивистского тела выступает его *поперечная* масса, а не масса вообще, как это считалось когда-то.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бергман, П. Г. Введение в теорию относительности / П. Г. Бергман. – М. : Инлитгиз, 1947. – 380 с.
2. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике : в 9 т. / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – М. : Мир, 1967. – Т. 2. – 168 с.
3. Левич, В. Г. Курс теоретической физики : в 2 т. / В. Г. Левич. – М. : Наука, 1969. – Т. 1. – 912 с.
4. Угаров, В. А. Специальная теория относительности / В. А. Угаров. – М. : Физматгиз, 1977. – 384 с.
5. Эйнштейн, А. Собрание научных трудов : в 4 т. / А. Эйнштейн. – М. : Наука, 1965. – Т. 1. – 700 с.

Л. Н. САВЧУК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ОТКРЫТЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ

Открытые образовательные ресурсы (далее – ООР, от англ. Open Educational Resources) – цифровые материалы, доступные с помощью открытых лицензий, которые могут быть повторно использованы для преподавания, обучения, исследований. Обучающий контент ООР включает в себя курсы, материалы курсов, содержание модулей, учебные объекты, коллекции и журналы. Инструменты включают в себя программное обеспечение, которое поддерживает создание, доставку, использование и улучшение открытого обучающего контента, поиск и организацию контента, системы управления контентом и обучением, инструменты разработки контента и сообщества онлайнового обучения [1].

Рассмотрим один из сервисов Web 2.0 – LearningsApps, который относится к ООР и является конструктором для создания интерактивных учебных модулей (приложений, заданий, упражнений).

Данный онлайн-сервис позволяет преподавателю создавать собственные модули, сохранять их в различных форматах, использовать готовые модули из библиотеки, а также обеспечивать свободный обмен информацией между пользователями, создавать собственные классы и записывать туда школьников или студентов, организовывать работу обучающихся. В нашей республике все более широкое распространение находит применение сервиса LearningsApps. Например, О. А. Кинах, учитель УО «Средняя школа № 15 г. Бреста», использует сервис LearningsApps при обучении информатике. Разработан целый ряд заданий по базовому курсу информатики (например, задания для 7 класса по теме «Множества»), к которым учащиеся имеют доступ прямо на уроке. Таким образом, свободно используя материалы LearningsApps, учителя могут адаптировать их к своим программам, а также помещать свои разработки в соответствии с нуждами конкретного учебного процесса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Открытые образовательные ресурсы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org. – Дата доступа: 17.02.2020.

Е. О. СЕРКИНА
МБОУ СОШ № 50 г. Белгорода (Белгород, Россия)

РАЗВИТИЕ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ПО ПРОГРАММЕ «НАЧАЛЬНАЯ ШКОЛА XXI ВЕКА»

Развитие логического мышления учащихся является одним из главных составляющих учебного процесса. Одна из важнейших задач современной школы – это создание условий для развития у детей своих способностей, творческого мышления.

Любой предмет, изучаемый в начальной школе, в некоторой степени развивает мышление ребенка. Но, по объективным причинам, в процессе развития логического мышления математика занимает особое место.

В словаре К. К. Платонова дается такое определение логического мышления: это «вид мышления, сущность которого заключается в ориентировании понятиями, суждениями и умозаключениями с использованием законов логики» [1, с. 62].

Из опыта педагогов и психологов известно, что ребенок, не овладевший в начальной школе приемами мыслительной деятельности, в дальнейшем очень часто оказывается в числе неуспевающих.

В связи с этим одним из важнейших направлений деятельности начальной школы является создание условий, способствующих развитию мыслительной деятельности, формированию логического мышления.

Программа «Начальная школа XXI века» создает условия для развития и формирования логического мышления, начиная с первого класса, где у детей начинают формироваться простейшие умственные действия, основанные на умениях наблюдать, сравнивать, анализировать, обобщать, классифицировать.

Процессы воспитания культуры мышления, развития логического мышления являются длительными и по этой причине должны начинаться с начальной школы.

Педагогам важно знать и применять определенные виды упражнений, которые способствуют развитию у ребенка логического мышления, к таким упражнениям можно отнести задания на выяснение связей между различными математическими объектами, на установление закономерности; упражнения на нахождение недостающей фигуры, на выделение лишнего предмета; задания на доказательства и т. д.

Также важно регулярно применять упражнения, направленные на формирование логического мышления, формировать словесно-логическое и абстрактное мышление, учитывая при этом индивидуальные особенности учащихся.

Основой для формирования логического мышления у учащихся начальной школы является единство воспитания, обучения и развития. В качестве критерия сформированности логического мышления у учащихся начальных классов можно использовать применение на уроках математики нестандартных задач. Регулярное применение нестандартных задач педагогом будет способствовать формированию у учащихся логического мышления.

Таким образом, программой «Начальная школа XXI века» формированию логического мышления учащихся отводится достаточное количество времени. Важно, чтобы педагоги, работающие по этой программе, систематически использовали упражнения и задачи, направленные на развитие логического мышления.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Платонов, К. К. Краткий словарь системы психологических понятий / К. К. Платонов. – М. : Высш. школа, 1981. – 175 с.

С. Н. ТКАЧ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ АЛГОРИТМИЗАЦИИ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ СТУДЕНТАМИ – ИНОСТРАННЫМИ ГРАЖДАНАМИ

Изучение студентами педагогических специальностей физико-математического факультета алгоритмизации и программирования ставит своей целью подготовку их к профессиональной деятельности, формирование теоретических знаний и практических умений в области алгоритмизации и программирования.

В школьном курсе информатики доля изучения линии «Основы алгоритмизации и программирования» существенно ниже доли изучения информационных технологий. Однако студенты-первокурсники, закончившие белорусские школы, приходят в университет с как минимум сформированными базовыми понятиями алгоритмизации. Сложнее со студентами – иностранными гражданами.

Опрос иностранных студентов-первокурсников, обучающихся на педагогических специальностях физико-математического факультета, выявил несколько проблемных зон.

Во-первых, многие из них не очень хорошо владеют русским языком, что создает определенные трудности не только на лекциях, но и при работе над лабораторными работами. Таким студентам проще взять у старшекурсника готовое решение задачи, чем вникать в объяснения преподавателя. Объяснение теоретического материала плохо знающим русский язык студентам сводится к демонстрированию работы операторов, алгоритмов.

Во-вторых, у многих студентов нет сформированных базовых понятий алгоритмизации, таких как переменная, тип данных, условие, цикл и проч. Вероятно, это связано с тем, что дисциплина «информационно-коммуникационные и инновационные технологии» была введена в школах Туркменистана лишь в 2013 г. В этой ситуации преподавателю приходится фактически с нуля начинать преподавание алгоритмизации, проходя в ускоренном темпе школьный курс. Выбор форм, методов и средств обучения и воспитания определяются преподавателем самостоятельно с учетом возрастных и психологических особенностей обучающихся, а также уровня их обученности.

А. А. ТРОФИМУК
ГГУ имени Ф. Скорины (Гомель, Беларусь)

О СВЕРХРАЗРЕШИМОСТИ ГРУППЫ, У КОТОРОЙ НЕКОТОРЫЕ ПОДГРУППЫ ЯВЛЯЮТСЯ tcc-ПОДГРУППАМИ

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология соответствует [1; 2]. Запись $H \le G$ означает, что H – подгруппа группы G. Подгруппы A и B группы G называются *перестановочными*, если $AB = BA$. Заметим, что равенство $AB = BA$ равносильно тому, что $AB \le G$.

Хорошо известно, что прямое произведение сверхразрешимых подгрупп является сверхразрешимой подгруппой. Первые примеры несверхразрешимых групп, являющихся произведением нормальных сверхразрешимых подгрупп, привели Хупперт [3] и Бэр [4]. Полученные результаты стали источником для дальнейшего плодотворного исследования произведений подгрупп. Так Асаад и Шаалан [5] стали авторами ряда фундаментальных результатов, связанных с перестановочностью в факторизации группы. В частности, ими была установлена сверхразрешимость группы $G = AB$, у которой каждая подгруппа из сверхразрешимой подгруппы A перестановочна с каждой подгруппой из сверхразрешимой подгруппы B [5, теорема 3.1]. Такую факторизацию Майер [6] предложил в дальнейшем называть *тотально* *перестановочным произведением* подгрупп A и B. Каросса [7] перенес данный результат на случай p-сверхразрешимых групп.

Как показывают работы [8–10] (см. также литературу из [10]), сверхразрешимость группы можно получать и при других обобщениях понятия тотально перестановочного произведения. Так, например, произведение $G = AB$ называется *tcc-перестановочным* [10], если для любых $X \le A$ и $Y \le B$ существует элемент $u \in \langle X, Y \rangle$ такой, что $XY^u \le G$. Сами подгруппы A и B в этом произведении называются *tcc-перестановочными*.

Относительно данного понятия можно сформулировать следующий результат Го, Шума и А. Н. Скибы [8, теорема А], который является естественным обобщением результата Асаада и Шаалана: *Пусть $G = AB$ – tcc-перестановочное произведение сверхразрешимых подгрупп A и B. Тогда G сверхразрешима.* Введем следующее

Определение 1. *Подгруппа A группы G называется tcc-подгруппой в G, если она удовлетворяет следующим условиям:*

1) *в G существует подгруппа T такая, что $G = AT$;*

2) *для любых $X \le A$ и $Y \le T$ существует элемент $u \in \langle X, Y \rangle$ такой, что $XY^u \le G$.*

Как видно из условия 2 определения 1, $G = AT$ – tcc-перестановочное произведение подгрупп A и T. Подгруппу T в дальнейшем будем называть *tcc-добавлением* к подгруппе A в группе G.

Если $G = AB$ – tcc-перестановочное произведение подгрупп A и B, то A и B будут tcc-подгруппами в группе G. Обратное неверно.

Пример 1. *Пусть Z_n – циклическая группа порядка n. Диэдральная группа $G = [<a>]<c>; D_{24}$, $|a| = 12$, $|c| = 2$ (IdGroup=[24,6]) является произведением tcc-подгрупп $A = <a^3c>; Z_2$ и $B = [<a^{10}>]<c>; D_{12}$. Однако A и B не tcc-перестановочны. Действительно, существуют в A и в B подгруппы $X = A$ и $Y = <c>$ соответственно, такие, что не существует элемента $u \in \langle X, Y \rangle = [<a^3>]<c>; D_8$ такого, что $XY^u \le G$.*

Следующая теорема является одним из основных результатов данной работы.

Теорема 1. *Пусть A и B – tcc-подгруппы группы G и $G = AB$. Если A и B сверхразрешимы, то G сверхразрешима.*

В качестве следствия получен p-аналог теоремы 1.

Следствие 1. *Пусть A и B – tcc-подгруппы группы G и $G = AB$. Если A и B p-сверхразрешимы, то G p-сверхразрешима.*

Из теоремы 1 и следствия 1 вытекают отмеченные выше результаты работ [5, 7, 8].

Исследованы факторизуемые группы $G = AB$, у которых силовские или максимальные подгруппы из факторов A и B являются tcc-подгруппами. Доказаны следующие теоремы.

Теорема 2. *Пусть группа $G = AB$ является произведением двух подгрупп A и B. Если все силовские подгруппы из A и из B являются tcc-подгруппами в G, то G сверхразрешима.*

Теорема 3. *Пусть группа $G = AB$ является произведением двух подгрупп A и B. Если все максимальные подгруппы из A и из B являются tcc-подгруппами в G, то G сверхразрешима.*

Получены признаки сверхразрешимости группы G, у которой максимальные подгруппы из силовских подгрупп, минимальные подгруппы или 2-максимальные подгруппы являются tcc-подгруппами. Доказаны следующие теоремы.

Теорема 4. *Пусть G – p-разрешимая группа и P – ее силовская p-подгруппа. Если каждая максимальная подгруппа из P является tcc-подгруппой в G, то G p-сверхразрешима.*

Теорема 5. *Пусть G – группа.*

1. Если каждая подгруппа порядка 2 или 4 из G является tcc-подгруппой в G, то G 2-нильпотентна.

2. Если p – нечетное простое число из $\pi(G)$ и все подгруппы порядка p из G являются tcc-подгруппами в G, то G p-сверхразрешима.

Теорема 6. *Если в группе G все 2-максимальные подгруппы являются tcc-подгруппами, то G сверхразрешима.*

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант № Ф19РМ-071).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск : Выш. шк., 2006. – 206 с.

2. Huppert, B. Endliche Gruppen / B. Huppert. – Berlin : Springer-Verlag, 1967. – 793 с.

3. Huppert, B. Monomialle darstellung endlicher gruppen / B. Huppert // Nagoya Math. J. – 1953. – Vol. 3. – P. 93–94.

4. Baer, R. Classes of finite groups and their properties / R. Baer // Illinois J. Math. – 1957. – Vol. 1. – P. 115–187.

5. Asaad, M. On the supersolubility of finite groups / M. Asaad, A. Shaalan // Arch. Math. – 1989. – Vol. 53. – P. 318–326.

6. Maier, R. A completeness property of certain formations / R. Maier // Bull. Lond. Math. Soc. – 1992. – Vol. 24. – P. 540–544.

7. Carocca, A. p-supersolvability of factorized finite groups / A. Carocca // Hokkaido J. Math. – 1992. – Vol. 21. – P. 395–403.
8. Guo, W. Criterions of supersolubility for products of supersoluble groups / W. Guo, K. P. Shum, A. N. Skiba // Publ. Math. Debrecen. – 2006. – Vol. 68, № 3–4. – P. 433–449.
9. On finite products of groups and supersolubility / M. Arroyo-Jorda // J. Algebra. – 2010. – Vol. 323. – P. 2922–2934.
10. Arroyo-Jorda, M. Conditional permutability of subgroups and certain classes of groups / M. Arroyo-Jorda, P. Arroyo-Jorda // Journal of Algebra. – 2017. – Vol. 476. – P. 395–414.

Е. П. ШЕВЧУК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ РАЗВИТИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО САМОСОЗНАНИЯ УЧАЩИХСЯ СТАРШИХ КЛАССОВ

Теория педагогического сопровождения о принципах помощи ребенку, сохранения индивидуальности и самоценности личности в процессе свободного воспитания развивалась на основе идей выдающихся педагогов К. Д. Ушинского, П. П. Блонского, Я. Корчака, В. А. Сухомлинского и др. В контексте предложенной нами проблематики необходимо отметить теорию гуманистического воспитания В. А. Сухомлинского, который в своих воззрениях исходил из того, что «учитель не только открывает мир перед учеником, но и утверждает ребенка в окружающем мире как активного творца, созидателя, испытывающего чувство гордости за свои достижения и успехи» [1, с. 224].

Большое внимание личности сопровождающего-педагога уделял К. Д. Ушинский, утверждая, что «влияние личности воспитателя на молодую душу составляет ту воспитательную силу, которой нельзя заменить ни учебниками, ни моральными тенденциями, ни системой наказаний или поощрений» [2, с. 42]. В соответствии с педагогической концепцией Я. Корчака, подросток рассматривается как субъект воспитания, не зависимая от другой воли личность.

Необходимым условием воспитания является создание атмосферы доброжелательности, взаимной откровенности и доверия, гарантирующей защищенность ребенка, удовлетворение его интересов и потребностей [3]. В этой связи П. П. Блонский отмечает, что «необходимо не давать ребенку нашей истины, а развивать его собственную истину» [4, с. 65], то есть помогать ему непосредственно преобразовывать мыслью очевидный чувственный мир.

Таким образом, педагогическое сопровождение ориентировано на передачу обществом социального опыта с учетом особенностей и потребностей различных категорий детей при активном их участии и обеспечении адекватных для этого условий. При этом задача сопровождающего заключается в необходимости постоянной коррекции своего отношения к решению учащимися определенной проблемы.

Е. И. Казакова представляет педагогическое сопровождение как новую образовательную технологию, под которой подразумевает создание условий для принятия субъектом оптимальных решений в различных ситуациях жизненного выбора [6]. Идея педагогического сопровождения в современной литературе имеет множество вариантов: педагогическая поддержка, педагогическое взаимодействие, индивидуальная помощь, сотрудничество, взаимное партнерство.

Так, например, О. С. Газман под педагогическим сопровождением понимает «процесс совместного с ребенком определения его собственных интересов, целей, возможностей и путей преодоления препятствий, мешающих ему самостоятельно достигать желаемых результатов в обучении, самовоспитании, общении, образе жизни» [5]. О. А. Матвеева предлагает рассматривать систему психолого-педагогического сопровождения как «ориентированную помощь детям в успешном решении ими указанных задач, при снижении у них мотивации обучения» [7]. Под педагогическим сопровождением П. А. Элькановa понимает «особую сферу деятельности педагога, ориентированную на приобщение подростка к социокультурным и нравственным ценностям, на создание предметного пространства, необходимого для самореализации саморазвития личности» [8]. Тем самым предметом педагогического сопровождения становится процесс совместного со старшим школьником определения его собственных интересов, целей, возможностей и путей преодоления затруднений, мешающих ему в осуществлении конструирования образовательно-профессионального маршрута.

Разделяя идеи вышеперечисленных исследователей, мы придерживаемся позиции С. Н. Чистяковой, которая педагогическое сопровождение социально-профессионального самоопределения рассматривает как особую сферу педагогической деятельности преподавателя, ориентированную на взаимодействие со школьником по оказанию ему поддержки в становлении личностного роста, социальной адаптации, принятии решения об избираемой профессиональной деятельности [9]. Для реализации личностно ориентированного подхода к организации педагогического процесса выбора старшеклассниками будущей профессии нами был разработан и апробирован в 10–11 классах элективный курс «Профессиональный выбор».

В качестве педагогических механизмов стимулирования самопознания старшеклассников с целью формирования профессионального самосознания нами были выделены организация ценностно-смысловой, рефлексивно-сотворческой деятельности и психолого-педагогических тренингов, рефлексивно-деловых игр, формирующих навыки самоанализа, проектирования путей личностного роста. В процессе работы по активизации формирования профессионального самосознания старшеклассников мы стремились акцентировать внимание учащихся на проблеме профессионального и жизненного самоопределения, оказать помощь в осуществлении ими анализа личностных способностей как одного из важных факторов выбора будущей сферы деятельности.

Особое внимание нами было уделено нравственной составляющей профессионального самосознания старшеклассников, так как вопрос развития нравственных качеств личности приобрел особую значимость в настоящее время [10]. В процессе работы мы обращались к профориентационному потенциалу предметов гуманитарного цикла, обладающих большими возможностями в решении данной проблемы.

Для нас было особенно важным акцентировать внимание старшеклассников на нравственных аспектах, в связи с чем во время дискуссии мы часто обращались к литературным произведениям, авторы которых затрагивают соответствующие проблемы: «Ионыч» А. П. Чехова, «Записки молодого врача» М. А. Булгакова, «Доктор Живаго» Б. Л. Пастернака и мн. др. В процессе рефлексивно-сотворческой работы по осознанию личностного смысла ответов на предложенные вопросы учащиеся пришли к выводу о синонимичности жизненного и профессионально выбора, к тому, что выбор профессии нельзя рассматривать как нечто отдельное, ни с чем не связанное, так как он является существенной частью индивидуального жизненного выбора.

По данным мониторинга, в результате проведенной экспериментальной работы повысилась способность старшеклассников адекватно анализировать свои личностные качества и поступки, а также умение соотносить требования, предъявляемые профессией, и личностные качества. На занятиях выпускники осуществляли планирование действий по самопознанию и ориентации на будущую профессию, дополняемые самоконтролем и нравственной самокоррекцией.

В современных условиях проблема профессионального самоопределения личности приобретает особую значимость, а реализация в учебно-воспитательном процессе школы элективного курса «Профессиональный выбор», по нашему мнению, будет способствовать формированию профессионального самосознания старшеклассников, содействовать реализации их личностного потенциала, стремления к самоактуализации.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сухомлинский, В. А. Сердце отдаю детям / В. А. Сухомлинский. – Киев : Радян. шк., 1980. – 241 с.

2. Ушинский, К. Д. Избранные педагогические сочинения : в 2 т. / К. Д. Ушинский. – М. : Изд-во МП РСФСР, 1953. – 207 с.

3. Корчак, Я. Как любить ребенка: книга о воспитании / Я. Корчак. – М. : Политиздат, 1990. – 203 с.

4. Блонский, П. П. Избранные педагогические и психологические сочинения : в 2 т. / П. П. Блонский. – М. : Педагогика, 1979. – 1 т. – 204 с.

5. Газман, О. С. Неклассическое воспитание: от авторитарной педагогики к педагогике свободы / О. С. Газман. – М. : МИРОС, 2002. – 126 с.

6. Казакова, Е. И. Психолого-педагогическое консультирование и сопровождение развития ребенка / Е. И. Казакова ; под ред. Л. М. Шипициной. – М. : ВЛАДОС, 2003. – 301 с.

7. Матвеева, О. А. Развивающая и коррекционная работа с детьми / О. А. Матвеева. – М. : Пед. об-во России, 2001. – 153 с.

8. Эльканова, П. А. Педагогическое сопровождение социализации подростков / П. А. Эльканова. – М. : ВЛАДОС, 2000. – 112 с.

9. Педагогическая поддержка профессионального самоопределения старшеклассников / С. Н. Чистякова [и др.] ; под общ. ред. С. Н. Чистяковой. – М. : Новая шк., 2004. – 146 с.

10. Бондаревская, Е. В. Педагогика: личность в гуманистических теориях и системах воспитания / Е. В. Бондаревская, С. В. Кульневич. – Ростов н/Д : Учитель, 1999. – 560 с.

К. С. ШЛОЙДА, О. В. МАТЫСИК
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

СХОДИМОСТЬ НЕЯВНОГО МЕТОДА ИТЕРАЦИЙ К НОРМАЛЬНОМУ РЕШЕНИЮ ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ

В работе для решения линейного некорректного уравнения

$$Ax = y \tag{1}$$

с действующим в гильбертовом пространстве H ограниченным положительным самосопряженным оператором $A: H \to H$ предлагается новый неявный итерационный метод

$$(E+\alpha A)x_{n+1} = (E-\alpha A)x_n + 2\alpha y, x_0 = 0. \qquad (2)$$

Покажем, что метод (2) пригоден и тогда, когда $\lambda = 0$ – собственное значение оператора A (случай неединственного решения уравнения (1)). Обозначим через $N(A) = \{x \in H \mid Ax = 0\}$, $M(A)$ – ортогональное дополнение ядра $N(A)$ до H. Пусть $P(A)x$ – проекция $x \in H$ на $N(A)$, а $\Pi(A)x$ – проекция $x \in H$ на $M(A)$. Справедлива

Теорема. *Пусть* $A \geq 0, y \in H, \alpha > 0$. *Тогда для итерационного процесса* (2) *верны следующие утверждения*:

а) $Ax_n \to \Pi(A)y,\ \|Ax_n - y\| \to I(A,y) = \inf\limits_{x \in H} \|Ax - y\|$;

б) *последовательность* x_n *сходится тогда и только тогда, когда уравнение* $Ax = \Pi(A)y$ *разрешимо. В последнем случае* $x_n \to P(A)x_0 + x^*$ *где* x^* *– минимальное решение уравнения* (1).

Доказательство. *Применим оператор А к методу (2), получим* $A(E+\alpha A)x_n = A(E-\alpha A)x_{n-1} + 2\alpha Ay$, *где* $y = P(A)y + \Pi(A)y$. *Так как* $AP(A)y = 0$, *то получим* $(E+\alpha A)(Ax_n - \Pi(A)y) = (E-\alpha A)(Ax_{n-1} - \Pi(A)y)$.

Обозначим $Ax_n - \Pi(A)y = v_n$, $v_n \in M(A)$, тогда $(E+\alpha A)v_n = (E-\alpha A)v_{n-1}$.

Отсюда $v_n = (E+\alpha A)^{-1}(E-\alpha A)v_{n-1}$, значит, $v_n = (E+\alpha A)^{-n} \times (E-\alpha A)^n v_0$. Имеем $A \geq 0$ и A – положительно определен в $M(A)$, т. е. $(Ax,x) > 0\ \forall x \in M(A)$. Так как $\alpha > 0$, то $\left\|(E+\alpha A)^{-1}(E-\alpha A)\right\| < 1$. Поэтому справедлива цепочка неравенств

$$\|v_n\| = \left\|(E+\alpha A)^{-n}(E-\alpha A)^n v_0\right\| = \left\|\int_0^{\|A\|} \frac{(1-\alpha\lambda)^n}{(1+\alpha\lambda)^n} dE_\lambda v_0\right\| \leq$$

$$\leq \left\|\int_0^{\varepsilon_0} \frac{(1-\alpha\lambda)^n}{(1+\alpha\lambda)^n} dE_\lambda v_0\right\| + \left\|\int_{\varepsilon_0}^{\|A\|} \frac{(1-\alpha\lambda)^n}{(1+\alpha\lambda)^n} dE_\lambda v_0\right\| \leq$$

$$\leq \left\|\int_0^{\varepsilon_0} dE_\lambda v_0\right\| + q^n(\varepsilon_0)\left\|\int_{\varepsilon_0}^{\|A\|} dE_\lambda v_0\right\| = \left\|E_{\varepsilon_0} v_0\right\| + q^n(\varepsilon_0)\left\|v_0 - E_{\varepsilon_0} v_0\right\| < \varepsilon$$

при $\varepsilon \to 0$, $n \to \infty$. Здесь $\left|\frac{(1-\alpha\lambda)}{(1+\alpha\lambda)}\right| \le q(\varepsilon_0) < 1$, при $\lambda \in [\varepsilon_0, \|A\|]$. Следовательно, $v_n \to 0$, откуда $Ax_n \to \Pi(A)y$ и $\Pi(A)y \in A(H)$. $\|Ax_n - y\| \to \|\Pi(A)y - y\| = \|P(A)y\| = J(A, y)$ (см. [1]). Итак а) доказано.

Докажем б). Пусть итерационный процесс (2) сходится. Покажем, что уравнение $Ax = \Pi(A)y$ разрешимо. Из сходимости $\{x_n\} \in H$ к $z \in H$ и из а) следует, что $Ax_n \to Az = \Pi(A)y$, следовательно, $\Pi(A)y \in A(H)$, и уравнение $\Pi(A)y = Ax$ разрешимо.

Пусть теперь $\Pi(A)y \in A(H)$ (уравнение $\Pi(A)y = Ax$ разрешимо), следовательно, $\Pi(A)y = Ax^*$, где x^* – минимальное решение уравнения $Ax = y$ (оно единственно в $M(A)$). Тогда (2) примет вид

$$(E+\alpha A)x_n = (E-\alpha A)x_{n-1} + 2\alpha A\Pi(A)y = (E-\alpha A)x_{n-1} + 2\alpha Ax^* =$$
$$= (E+\alpha A)x_{n-1} - 2\alpha Ax_{n-1} + 2\alpha Ax^* = (E+\alpha A)x_{n-1} + 2\alpha A\left(x^* - x_{n-1}\right).$$

Отсюда $x_n = x_{n-1} + 2\alpha A(E+\alpha A)^{-1}\left(x^* - x_{n-1}\right)$.

Последнее равенство разобьем на два:

$$P(A)x_n = P(A)x_{n-1} + 2\alpha(E+\alpha A)^{-1}AP(A)\left(x^* - x_{n-1}\right) = P(A)x_{n-1} = P(A)x_0;$$
$$\Pi(A)x_n = \Pi(A)x_{n-1} + 2\alpha A(E+\alpha A)^{-1}\Pi(A)\left(x^* - x_{n-1}\right) =$$
$$= \Pi(A)x_{n-1} + 2\alpha A(E+\alpha A)^{-1}\left(\Pi(A)x^* - \Pi(A)x_{n-1}\right) =$$
$$= \Pi(A)x_{n-1} + 2\alpha A(E+\alpha A)^{-1}\left(x^* - \Pi(A)x_{n-1}\right),$$

так как $x^* \in M(A)$. Обозначим $w_n = \Pi(A)x_n - x^*$, тогда из равенства

$$\Pi(A)x_n - x^* = \Pi(A)x_{n-1} - x^* + 2\alpha A(E+\alpha A)^{-1}\left(x^* - \Pi(A)x_{n-1}\right)$$

получим равенство $w_n = w_{n-1} - 2\alpha A(E+\alpha A)^{-1}w_{n-1}$. Следовательно, $w_n = (E-\alpha A)(E+\alpha A)^{-1}w_{n-1}$, и, аналогично v_n, можно показать, что $w_n \to 0$, $n \to \infty$. Таким образом, $\Pi(A)x_n \to x^*$. Отсюда вытекает $x_n = P(A)x_n + \Pi(A)x_n \to P(A)x_0 + x^*$. Теорема доказана.

Замечание. *Так как у нас* $x_0 = 0$*, то* $x_n \to x^*$*, т. е. процесс* (2) *сходится к нормальному решению, т. е. к решению с минимальной нормой.*

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bialy, H. Iterative Behandlung Linearer Funktionsgleichungen / H. Bialy // Arch. Ration. Mech. and Anal. – 1959. – Vol. 4, № 2. – P. 166–176.

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ 1
ОДАРЕННОСТЬ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ КАК ПРЕДМЕТ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

СЕКЦИЯ 2
ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

СЕКЦИЯ 3
РАЗРАБОТКА НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ В УСЛОВИЯХ ВУЗА

СЕКЦИЯ 4
ПРОБЛЕМЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ГОТОВНОСТИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

СЕКЦИЯ 5
ОПЫТ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ВУЗЕ И ШКОЛЕ

СЕКЦИЯ 6
АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ