Учреждение образования
«Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина»

**УТВЕРЖДАЮ**
Ректор Учреждения образования
«Брестский государственный
университет имени А.С. Пушкина»
_______________ А.Н. Сендер
«15» ___05___________ 2014 г.

# МАТЕМАТИКА

Программа вступительного испытания
для специальности II ступени высшего образования (магистратуры)
1-31 80 03 Математика

2014 г.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

**А.И. Басик** – заведующий кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений Учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина», кандидат физико-математических наук.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**О.В. Матысик**, заведующий кафедрой прикладной математики и технологий программирования Учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина», кандидат физико-математических наук, доцент;

**Л.П. Махнист**, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Брестский государственный технический университет», кандидат технических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений Учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина»
(протокол № 9 от 07.05.2014)

Учебно-методической комиссией физико-математического факультета Учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина»
(протокол № 5 от 30.04.2014)

# ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа составлена в соответствии с типовыми учебными программами. В основу издания положены типовые программы учебных дисциплин «Математический анализ», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Дифференциальные уравнения», «Вычислительные методы алгебры», «Методы численного анализа», «Исследование операций», «Методы оптимизации», «Алгебра», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Аналитическая геометрия и преобразования плоскости», «Дискретная математика», «Математическая логика», утвержденные первым заместителем министра образования Республики Беларусь.

В учебной программе предложен общий список вопросов, а также развернутые планы ответов по каждому из вопросов списка. Развернутые планы снабжены ссылками на литературные источники, в которых можно найти подробное изложение соответствующих вопросов.

**Целью** вступительного испытания является:
– определение теоретической подготовки лиц, поступающих в магистратуру;
– выявление и оценка уровня и объема освоения ими основной образовательной программы высшего образования;
– определение потенциальной готовности абитуриента к научно-исследовательской деятельности в области математики по избранному направлению.

**Задачи** вступительного испытания по математике:
– проверка уровня знаний у абитуриента фундаментальных положений математического анализа, функционального анализа и интегральных уравнений, дифференциальных уравнений, вычислительных методов алгебры, методов численного анализа, методов оптимизации, исследования операций, алгебры, теории вероятностей и математической статистики, аналитической геометрии и преобразований плоскости, дискретной математики, математической логики;
– проверка уровня владения абитуриентом:
а) умениями и навыками самообразования и самосовершенствования, работы с научной и учебной литературой по математике;
б) идейным фундаментом современной математики.

**Абитуриент должен иметь представление**:
– об основных математических структурах;
– об аксиоматике отдельных разделов математики;
– о взаимосвязи различных математических дисциплин;
– об основных принципах доказательства математических утверждений;
– о точных и приближенных решениях математических задач и их взаимосвязях.

**Абитуриент должен знать**:

– основные принципы математического анализа, связанные с полнотой множества действительных чисел, числовые последовательности и ряды, предел функции, основные теоремы дифференциального исчисления, определенный и несобственный интегралы Римана, функции одного и нескольких переменных, функциональные последовательности и ряды, ряд Фурье, преобразование Фурье, меру и интеграл Лебега;

– метрические пространства, банаховы пространства и операторы, гильбертовы пространства и спектральную теорию операторов, норму оператора, признаки обратимости операторов;

– скалярное, векторное и смешанное произведения, полярные координаты, уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе, уравнения плоскости и прямой в аффинном и ортонормированном репере, взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве;

– комплексные числа и многочлены, матричную алгебру и решение систем линейных уравнений, группы, кольца, поля, простейшие свойства групп, колец и полей, векторное пространство, линейные многообразия, изоморфизмы векторных пространств, понятие алгебраических и трансцендентных чисел;

– понятие дифференциального уравнения, поля направлений, элементарные приемы интегрирования, задачу Коши, теоремы существования и единственности, общую теорию линейных систем, системы с постоянными коэффициентами, устойчивость по Ляпунову, особые точки, уравнения с частными производными первого порядка, системы линейных однородных и неоднородных уравнений первого порядка с переменными и постоянными коэффициентами;

– способы задания графов, потоки на сетях, статистические игры, критерии для принятия решений, машины Тьюринга, алгоритмически неразрешимые проблемы, исчисление высказываний, предикаты, исчисление предикатов;

– графический метод, симплекс-метод решения задач линейного программирования, двойственный симплекс-метод, метод потенциалов и распределительный метод для решения сетевых и матричных транспортных задач, классическое вариационное исчисление, уравнение Эйлера, условия второго порядка – Лежандра, Якоби, оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина;

– понятие случайного события, основные теоремы о вероятности, аксиоматику Колмогорова, понятие случайной величины и ее функции распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины, проверку статистических гипотез, выборочную среднюю и выборочную дисперсию, требования к статистическим оценкам;

– интерполирование и интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона, численное интегрирование, численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, решение нелинейных уравнений, прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

## «ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ»

**1. Способы задания графов. Потоки на сетях. Алгоритм Форда-Фалкерсона.**

Определение графа. Способы задания графов с помощью матриц инцидентности. Определение сети. Пропускная способность ребра. Поток по ребру. Поток на сети. Задача о нахождении максимального потока на сети. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Разрез на сети. Теорема Форда-Фалкерсона.

Литература: [20], [21], [39].

**2. Статистические игры. Критерии для принятия решений.**

Определение статистической игры. Примеры. Основные особенности статистических игр. Критерии выбора стратегии при известных вероятностях состояний природы. Критерии Байеса. Критерии выбора стратегии при неизвестных состояниях природы. Критерии Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица. Особенности упрощений статистических игр.

Литература: [20], [21], [39].

## «АЛГЕБРА»

**3. Группы. Примеры групп. Простейшие свойства группы. Подгруппы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.**

Понятие алгебраической операции. Бинарная алгебраическая операция. Определение группы. Примеры групп. Аддитивная и мультипликативная группы. Простейшие свойства группы. Подгруппы. Критерий подгруппы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Определение гомоморфного отображения. Виды гомоморфных отображений. Теорема об образе нейтрального элемента при гомоморфном отображении групп. Теорема о гомоморфизмах групп.

Литература: [22], [23], [30], [43].

**4. Кольцо. Примеры колец. Простейшие свойства кольца. Подкольцо. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.**

Определение кольца. Примеры колец. Область целостности. Простейшие свойства кольца. Подкольцо. Критерий подкольца. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Теорема об образе нейтрального элемента при гомоморфном отображении колец. Теорема о гомоморфизмах колец.

Литература: [22], [23], [30], [43].

**5. Поле. Простейшие свойства поля. Поле *Q*. Поле *C*.**

Определение поля и примеры полей. Простейшие свойства поля. Поле $Q$. Построение поля комплексных чисел. Теоремы о построении поля комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами в различных формах.

Литература: [22], [23], [30], [43].

**6. Векторное пространство. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Подпространства. Линейные многообразия. Изоморфизмы векторных пространств.**

Определение векторного пространства. Примеры. Арифметическое векторное пространство. Определение линейно зависимой и независимой систем векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Координаты вектора относительно данного базиса векторного пространства. Подпространство. Критерий подпространства. Векторное пространство со скалярным умножением. Скалярное произведение векторов. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Процесс ортогонализации системы векторов. Линейные многообразия. Изоморфизмы векторных пространств.

Литература: [22], [23], [30], [43].

**7. Системы линейных алгебраических уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса, методом Крамера и матричным способом.**

Системы линейных алгебраических уравнений. Решение системы линейных уравнений, следствие системы уравнений, равносильные системы. Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Критерий совместности СЛАУ в форме Гаусса. Решение СЛАУ методом Гаусса. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Правило Крамера. Обратная матрица. Запись СЛАУ в матричной форме. Матричные уравнения и их решение.

Литература: [22], [23], [30], [43].

**8. Многочлены от одной переменной над полем. Производная многочленов. НОД двух многочленов и алгоритм Евклида. Неприводимые многочлены.**

Многочлены над полем $P$. Определение кольца многочленов над полем $P$. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Делимость в кольце многочленов. Теорема о делении с остатком в $K[x]$. Деление многочлена на линейный двучлен. Схема Горнера. Теорема Безу. Формальная производная многочленов. Ряд Тейлора. Корни многочлена. Определение и критерий корня. НОД двух многочленов и алгоритм Евклида. Теорема о нахождении НОД двух многочленов. Неприводимые многочлены.

Литература: [22], [23], [30], [31], [37], [43].

**9. Многочлены над полями *C, R* и *Q*. Многочлены от *n* переменных. Алгебраические и трансцендентные числа.**

Алгебраическая замкнутость поля *C*. Разложение многочлена над *C*. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Сопряжённость мнимых корней. Разложение многочлена над полем *R*. Уравнения 3-й и 4-й степени. Неприводимость многочленов над *Q*. Критерий Эйзенштейна. Многочлены от *n* переменных. Основные понятия. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Результант двух многочленов. Решение систем с помощью результанта. Алгебраические и трансцендентные числа. Простое алгебраическое расширение поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.

Литература: [22], [23], [30], [31], [37], [43].

## «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПЛОСКОСТИ»

**10. Трехмерное евклидово пространство. Скалярное, векторное и смешанное произведения.**

Понятие трехмерного евклидова пространства. Определение скалярного произведения векторов, свойства скалярного произведения. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных координатами. Приложение скалярного произведения: длина вектора, расстояние между точками, угол между векторами, направляющие косинусы. Векторное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл векторного произведения. Выражение векторного произведения через координаты множителей. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения. Геометрический смысл модуля смешанного произведения. Вычисление смешанного произведения через координаты множителей.

Литература: [3], [4], [5], [7], [8].

**11. Полярные координаты. Простейшие задачи в полярных координатах. Уравнения линий. Эллипс, гипербола и парабола в полярной системе.**

Определение полярной системы координат. Координаты точек в полярной системе координат. Связь между полярными и декартовыми координатами. Уравнение линии. Алгебраическая линия и её порядок. Директориальные свойства эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах. Вывод уравнений эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.

Литература: [4], [5], [7], [8].

**12. Плоскость и прямая в аффинном и ортонормированном репере. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве.**

Способы задания плоскости в аффинном и ортогональном репере. Общее уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости, расстояние между плоскостями. Способы задания прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве: каноническое, параметрическое, как линия пересечения плоскостей. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Литература: [3], [4], [5], [7], [36].

## «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ»

**13. Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.**

Общая характеристика прямых методов решения СЛАУ. Метод Гаусса, метод Гаусса с выбором главного элемента. Метод оптимального исключения и метод ортогонализации. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Сходимость матричной геометрической прогрессии. Методы простой итерации и Зейделя решения СЛАУ. Теоремы сходимости.

Литература: [17], [28].

## «МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА»

**14. Интерполирование. Интерполяционные многочлены.**

Определение интерполирования. Формулы интерполяционных полиномов Лагранжа и Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполирования и равноотстоящих узлов, их остаточные члены. Области применения интерполирования.

Литература: [17], [28].

**15. Решение нелинейных уравнений.**

Решение нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Теорема о сходимости. Ускорение сходимости метода итераций. Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона.

Литература: [17], [28].

**16. Интерполяционные квадратурные формулы.**

Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Простейшие квадратурные формулы (прямоугольников, трапеций, Симпсона), их остаточные члены. Правило Рунге оценки точности квадратурных формул.

Литература: [17], [28].

**17. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.**

Постановка задачи. Методы степенных рядов и Пикара. Метод Эйлера и его модификации. Методы Рунге-Кутта. Оценки точности.

Литература: [17], [28].

## «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

**18. Равномерное распределение случайной величины.**

Понятие случайной величины. Типы случайных величин. Определение непрерывной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства. Определение плотности равномерного распределения. Математическое ожидание случайной величины, имеющей равномерное распределение (с доказательством). Дисперсия случайной величины, имеющей равномерное распределение (с доказательством). Функция распределения случайной величины, имеющей равномерное распределение. График функции распределения.

Литература: [26], [38].

**19. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.**

Понятие случайного события. Определение условной вероятности. Определение событий, образующих полную группу событий. Доказательство теоремы о формуле полной вероятности. Доказательство теоремы Байеса.

Литература: [26], [38].

**20. Теоремы о выборочной средней и выборочной дисперсии.**

Вариационный ряд, таблица частот. Определение выборочной средней и выборочной дисперсии. Требования, предъявляемые к статистическим оценкам: несмещенность, состоятельность, эффективность. Теорема о несмещенности и состоятельности выборочной средней. Теорема о выборочной дисперсии. Исправленная выборочная дисперсия. Поправка Бесселя.

Литература: [26], [38].

## «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

**21. Действительные числа. Существование точных граней числовых множеств. Основные принципы математического анализа, связанные с полнотой множества действительных чисел.**

Действительные числа. Числовые множества и их границы. Теорема существования точных граней. Классы действительных чисел. Леммы, связанные с полнотой множества $R$ (о вложенных отрезках, о конечном покрытии, о предельной точке).

Литература: [11], [12], [14], [15], [18], [19], [32], [33].

**22. Числовые последовательности и ряды. Критерии сходимости числовых последовательностей и рядов. Число $e$. Признаки сходимости числовых рядов.**

Предел последовательности. Общие свойства пределов, предел и арифметические операции, предельный переход и неравенства. Критерий Коши сходимости последовательности. Число $e$. Понятие числового ряда и его суммы. Критерий Коши сходимости числового ряда. Признаки сходимости числовых рядов.

Литература: [11], [12], [14], [15], [18], [19], [32], [33], [44].

**23. Предел функции. Свойства предела. Критерий Коши существования предела.**

Предел функции в точке (определения Коши и Гейне, их эквивалентность). Общие свойства предела функции. Критерий Коши существования предела функции. Замечательные пределы. Предел монотонной функции. $o$-символика.

Литература: [11], [12], [14], [15], [18], [19], [32], [33], [44].

**24. Степенная, показательная и логарифмическая функции комплексной переменной.**

Определения показательной, логарифмической и степенной функций действительной переменной на основе теории предела. Степенная, показательная и логарифмическая функции комплексной переменной и их свойства.

Литература: [11], [12], [14], [15], [18], [19], [32], [33].

**25. Непрерывность функции в точке. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций.**

Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Непрерывность суммы, произведения и частного, композиции непрерывных функций (теоремы Больцано-Коши, Вейерштрасса, Кантора). Разрывы монотонной функции. Существование и непрерывность обратной функции.

Литература: [11], [12], [14], [15], [18], [19], [32], [33], [44].

**26. Дифференцируемые функции. Производная и дифференциал, их геометрический смысл. Основные правила дифференцирования**.

Производная функции в точке. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Геометрический и механический смысл производной и дифференциала. Производные и дифференциалы суммы, произведения, частного, композиции функций. Дифференцирование обратной функции. Производные функций, заданных параметрически и неявно.

Литература: [11], [12], [14], [15], [18], [19], [32], [33], [44].

**27. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Формула Тейлора.**

Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши). Правила Лопиталя. Формула Тейлора с различными формами остаточного члена (в общей форме, форме Лагранжа, Коши и Пеано). Исследование поведения функций методами дифференциального исчисления (монотонность функции, локальные экстремумы, выпуклость графика функции, точки перегиба).

Литература: [11], [12], [14], [15], [18], [19], [32], [33], [44].

**28. Определенный и несобственный интегралы Римана, их свойства. Условия интегрируемости функции на отрезке. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.**

Определенный интеграл Римана. Условия существования определенного интеграла, его свойства. Критерий Лебега интегрируемости функции по Риману. Существование первообразной для непрерывной функции. Обобщенная первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственный интеграл. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных функций.

Литература: [11], [12], [14], [15], [18], [19], [32], [33], [44].

**29. Функции многих переменных: непрерывность и дифференцируемость. Теорема о неявной функции.**

Функции многих переменных: предел и непрерывность. Дифференцируемость и дифференциал отображения из $R^n$ в $R^m$ в точке. Частные производные и матрица Якоби. Основные законы дифференцирования. Теоремы существования, непрерывности и дифференцируемости неявных функций.

Литература: [11], [12], [14], [15], [18], [19], [32], [33].

**30. Функциональные последовательности и ряды. Признаки равномерной сходимости. Функциональные свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов.**

Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда. Непрерывность предельной функции функциональной последовательности и суммы функционального ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных последовательностей и рядов.

Литература: [11], [12], [14], [15], [18], [19], [32], [33], [42], [44].

## «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

**31. Метрические и полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применение к интегральным уравнениям.**

Метрические и полные метрические пространства. Нормированные пространства. Банаховы пространства. Принцип сжимающих отображений и его применение к интегральным уравнениям.

Литература: [16], [24], [40].

**32. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы векторов в гильбертовом пространстве и разложения по ним. Теорема о проекции.**

Гильбертовы пространства. Ортогональные пространства. Ортогональные системы векторов в гильбертовом пространстве, разложение по ним и построение аппроксимации. Теорема о проекции. Метод ортогонализации.

Литература: [2], [16], [40].

**33. Линейные операторы.**

Линейные операторы. Ограниченность, непрерывность и полная непрерывность. Норма оператора. Признаки обратимости операторов.

Литература: [2], [16], [40].

## «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

**34. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.**

Общие понятия для ДУ первого порядка. Интегральные кривые. Поле направлений. Геометрическая интерпретация. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ первого порядка. Линейное ДУ первого порядка. Уравнение Риккати. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Литература: [27], [35], [41], [44].

**35. Системы линейных однородных уравнений первого порядка с переменными и постоянными коэффициентами: общее решение, задача Коши, методы решения. Линейные однородные дифференциальные уравнения $n$-го порядка.**

Системы линейных однородных ДУ первого порядка с переменными и постоянными коэффициентами: структура общего решения, задача Коши, методы интегрирования, теорема существования и единственности. Линейное однородное ДУ $n$-го порядка с переменными и постоянными коэффициентами: структура общего решения, задача Коши, теорема существования и единственности, методы интегрирования.

Литература: [9], [27], [35], [41], [44].

**36. Системы неоднородных уравнений первого порядка с переменными и постоянными коэффициентами: структура общего решения, задача Коши, методы решения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n$-го порядка.**

Системы линейных неоднородных ДУ первого порядка с переменными коэффициентами: задача Коши, теорема существования и единственности, структура частного решения, метод вариации произвольных постоянных; системы линейных неоднородных ДУ первого порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью: структура частного и общего решения. Линейные неоднородные ДУ $n$-го порядка с переменными и постоянными коэффициентами: структура частного и общего решения, задача Коши, теорема существования и единственности.

Литература: [9], [27], [35], [41], [44].

## «ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА»

**37. Алгоритмы.**

Интуитивное понятие алгоритма. Свойства алгоритма. Необходимость уточнения понятия алгоритма. Машина Тьюринга: внешний и внутренний алфавиты, программа, конфигурация, применимость. Числовые функции. Вычислимые функции. Тезис Тьюринга.

Литература: [13], [34].

## «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

**38. Исчисление высказываний.**

Исчисление высказываний. Язык. Аксиомы. Правила вывода. Вывод. Теорема дедукции. Непротиворечивость, полнота, независимость систем аксиом (без доказательств).

Литература: [13], [29].

## «МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»

**39. Линейное программирование.**

Нормальная и каноническая задачи линейного программирования. Графический метод решения. Симплекс-метод. Теория двойственности. Двойственный симплекс-метод. Классические задачи линейного программирования. Метод потенциалов и распределительный метод для решения сетевых и матричных транспортных задач.

Литература: [6], [10], [20], [21].

**40. Вариационное исчисление.**

Простейшая задача вариационного исчисления. Классификация задач ВИ. Метод вариаций. Условия Эйлера, Лежандра, Якоби. Принцип максимума Понтрягина. Достаточные условия оптимальности.

Литература: [1], [10], [20], [21].

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

## ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ВСТУПИТЕЛЬНОМУ ИСПЫТАНИЮ

1. Способы задания графов. Потоки на сетях. Алгоритмы Форда-Фалкерсона.
2. Статистические игры. Критерии для принятия решений.
3. Группы. Примеры групп. Простейшие свойства группы. Подгруппы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.
4. Кольцо. Примеры колец. Простейшие свойства кольца. Подкольцо. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.
5. Поле. Простейшие свойства поля. Поле $Q$. Поле $C$.
6. Векторное пространство. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Подпространства. Линейные многообразия. Изоморфизмы векторных пространств.
7. Системы линейных алгебраических уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса, методом Крамера и матричным способом.
8. Многочлены от одной переменной над полем. Производная многочленов. НОД двух многочленов и алгоритм Евклида. Неприводимые многочлены.
9. Многочлены над полями $C$, $R$ и $Q$. Многочлены от $n$ переменных. Алгебраические и трансцендентные числа.
10. Трехмерное евклидово пространство. Скалярное, векторное и смешанное произведения.
11. Полярные координаты. Простейшие задачи в полярных координатах. Уравнения линий. Эллипс, гипербола и парабола в полярной системе.
12. Плоскость и прямая в аффинном и ортонормированном репере. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве.
13. Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
14. Интерполирование. Интерполяционные многочлены.
15. Решение нелинейных уравнений.
16. Интерполяционные квадратурные формулы.
17. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
18. Равномерное распределение случайной величины.
19. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.
20. Теоремы о выборочной средней и выборочной дисперсии.

21. Действительные числа. Существование точных граней числовых множеств. Основные принципы математического анализа, связанные с полнотой множества действительных чисел.

22. Числовые последовательности и ряды. Критерии сходимости числовых последовательностей и рядов. Число $e$. Признаки сходимости числовых рядов.

23. Предел функции. Свойства предела. Критерий Коши существования предела.

24. Степенная, показательная и логарифмическая функции комплексной переменной.

25. Непрерывность функции в точке. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций.

26. Дифференцируемые функции. Производная и дифференциал, их геометрический смысл. Основные правила дифференцирования.

27. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Формула Тейлора.

28. Определенный и несобственный интегралы Римана, их свойства. Условия интегрируемости функции на отрезке. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.

29. Функции многих переменных: непрерывность и дифференцируемость. Теорема о неявной функции.

30. Функциональные последовательности и ряды. Признаки равномерной сходимости. Функциональные свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов.

31. Метрические и полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применение к интегральным уравнениям.

32. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы векторов в гильбертовом пространстве и разложения по ним. Теорема о проекции.

33. Линейные операторы.

34. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.

35. Системы линейных однородных уравнений первого порядка с переменными и постоянными коэффициентами: общее решение, задача Коши, методы решения. Линейные однородные дифференциальные уравнения $n$-го порядка.

36. Системы неоднородных уравнений первого порядка с переменными и постоянными коэффициентами: структура общего решения, задача Коши, методы решения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n$-го порядка.

37. Алгоритмы.

38. Исчисление высказываний.

39. Линейное программирование.

40. Вариационное исчисление.

## ЛИТЕРАТУРА

1 Алексеев, В. М. Оптимальное уравнение / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В.Фомин. – М. : Наука, 1979. – 430 с.

2 Антоневич, А. Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения / А. Б. Антоневич, Я. В. Радыно. – Минск : Университетское, 2003. – 430 с.

3 Атанасян, Л. С. Геометрия : учеб. пособие : в 2 ч. / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. – М. : Просвещение, 1986. – Ч. 1. – 342 с.

4 Атанасян, Л. С. Геометрия : учеб. пособие : в 2 ч. / Л. С. Атанасян. – М. : Просвещение, 1973. – Ч. 1. – 480 с.

5 Атанасян, Л. С. Геометрия : учеб. пособие : в 2 ч. / Л. С. Атанасян, Г. Б. Гуревич. – М. : Просвещение, 1986. – Ч. 2. – 336 с.

6 Ашманов, С. А. Линейное программирование: учебное пособие / С.А. Ашманов. – М. : Наука, 1981. – 304 с.

7 Базылев, В. Т. Геометрия : учеб. пособие : в 2 ч. / В. Т. Базылев [и др.]. – М. : Просвещение, 1974. – Ч. 1. – 351 с.

8 Базылев, В. Т. Геометрия : учеб. пособие : в 2 ч. / В. Т. Базылев, К. И Дуничев. – М. : Просвещение, 1975. – Ч. 2. – 368 с.

9 Бибиков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Ю. Н. Бибиков. – М. : Высшая школа, 1991. – 302 с.

10 Габасов, Р. Методы оптимизации / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова. – Минск : Изд-во БГУ, 1981. – 350 с.

11 Зорич, В. А. Математический анализ : учеб. пособие: в 2 ч. / В. А. Зорич. – М. : Наука, 1981. – Ч. 1. – 543 с.

12 Зорич, В. А. Математический анализ : учеб. пособие: в 2 ч. / В. А. Зорич. – М. : Наука, 1981. – Ч. 2. – 640 с.

13 Игошин, В. И. Математическая логика и теория алгоритмов / В. И. Игошин. – Саратов : Изд-во Саратовского ун-та, 1991. – 256 с.

14 Ильин, В. А. Основы математического анализа : учеб. пособие : в 2 ч. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – М. : Наука, 1971. – Ч. 1. – 599 с.

15 Ильин, В. А. Основы математического анализа : учеб. пособие : в 2 ч. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – М. : Наука, 1973. – Ч. 2. – 447 с.

16 Колмогоров, А. Н. Элементы функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М. : Наука, 1989. – 624 с.

17 Крылов, В. И. Вычислительные методы высшей математки / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырный. – Минск : Вышэйшая школа, 1972. – Т. 1. – 584 с.; 1975. – Т. 2. – 672 с.

18 Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа : учеб. пособие : в 2 ч. / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Высшая школа, 1981. – Ч. 1. – 687 с.

19 Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа : учеб. пособие : в 2 ч. / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Высшая школа, 1981. – Ч. 2. – 584 с.

20 Кузнецов, А. В. Высшая математика : математическое программирование / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод. – Минск : Вышэйшая школа, 1994. – 286 с.

21 Кузнецов, А. В. Сборник задач и упражнений по высшей математике : математическое программирование / А. В. Кузнецов. – Минск : Вышэйшая школа, 1995. – 382 с.

22 Куликов, Л. Я. Алгебра и теория чисел / Л. Я. Куликов. – М. : Высшая школа, 1979. – 559 с.

23 Курош, А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. – М. : Наука, 1971. – 424 с.

24 Люстерник, Л. Л. Краткий курс функционального анализа / Л. Л. Люстерник, В. В.Соболев. – М. : Высшая школа, 1982. – 271 с.

25 Маркушевич, А. И. Введение в теорию аналитических функций / А. И. Маркушевич, Л. А. Маркушевич. – М. : Просвещение, 1977. – 320 с.

26 Маталыцкий, М.А. Вероятность и случайные процессы: теория, примеры, задачи / М.А. Маталыцкий. – Гродно : ГрГУ, 2006. – 588 с.

27 Матвеев, Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений / Н. М. Матвеев. – СПб. : Лань, 2003. – 832 с.

28 Матысик, О. В. Вычислительные методы / О. В. Матысик, В. Ф. Савчук. – Брест : электронный УМК. – 2011. – 220 с.

29 Мендельсон, Э. Введение в математическую логику / Э. Мендельсон. – М. : Наука, 1984. – 320 с.

30 Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. пособие : в 2 ч. / М. В. Милованов, Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. – Минск. : Вышэйшая школа, 1984. – Ч. 1. – 302 с.

31 Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. пособие : в 2 ч. / М. В. Милованов [и др.]. – Минск : Вышэйшая школа, 1987. – Ч. 2. – 269 с.

32 Никольский, С. М. Курс математического анализа : учеб. пособие : в 2 ч. / С. М. Никольский. – М. : Наука, 1975. – Ч . 1. – 431 с.

33 Никольский, С. М. Курс математического анализа : учеб. пособие : в 2 ч. / С. М. Никольский. – М. : Наука, 1975. – .Ч. 2. – 407 с.

34 Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов / Ф. А. Новиков. – СПб. : Питер, 2000. – 304 с.

35 Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И. Г. Петровский. – М. : Наука, 1970. – 279 с.

36 Погорелов, А. В. Геометрия : учеб. пособие / А. В. Погорелов. – М. : Наука, 1983. – 288 с.

37 Проскуряков, И. В. Числа и многочлены / И. В. Проскуряков. – М. : Просвещение, 1965. – 283 с.

38 Розанов, Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика / Ю.А. Розанов. – М. : Наука, 1985. – 320 с.

39 Таха, Х. А. Введение в исследование операций : Пер. с англ. / Х. А. Хата. – 6-е изд. – М. : Вильямс, 2001. – 912 с.

40 Треногин, В. А. Функциональный анализ / В. А. Треногин. – М. : Наука, 1980. – 495 с.

41 Федорюк, М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. – М. : Наука, 1980. – 351 с.

42 Шабат, Б. В. Введение в комплексный анализ : учеб. пособие : в 2 ч. / Б. В. Шабат. – М. : Наука, 1985. – Ч.1. – 336 с.

43 Шнеперман, Л. Б. Курс алгебры и теории чисел в задачах и упражнениях : учеб. пособие : в 2 ч. / Л. Б. Шнеперман. – Минск : Вышэйшая школа, 1986. – Ч. 1. – 274 с.

44 Кожух, И.Г. Математический анализ : учеб. Пособие / И.Г. Кожух. – Минск : Изд-во Гревцова, 2011. – 448 с.

# КРИТЕРИИ ОЦЕНОК РЕЗУЛЬТАТОВ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

## 10 баллов – десять

– **систематизированные, глубокие и полные знания** по всем разделам программы вступительного испытания, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы, доказательства приведены с требуемым обоснованием;
– **точное использование** научной терминологии (в том числе на иностранном языке), логически правильное, стилистически грамотное изложение ответа на вопросы;
– **безупречное владение** инструментарием дисциплин программы вступительного испытания, умение за короткое время эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
– **выраженная способность** самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации;
– **полное и глубокое** усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой вступительного испытания;
– **умение ориентироваться** в теориях, концепциях и направлениях по изучаемым дисциплинам программы вступительного испытания и давать им критическую оценку.

## 9 баллов – девять

– **систематизированные, глубокие и полные знания** по всем разделам программы вступительного испытания;
– **точное использование** научной терминологии (в том числе на иностранном языке), логически правильное, стилистически грамотное изложение ответа на вопросы;
– **при изложении материала** допускается один недочёт, который легко устраняется самим отвечающим;
– **владение инструментарием** дисциплин учебной программы вступительного испытания, умение за короткое время эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
– **способность самостоятельно** и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы вступительного испытания;
– **полное усвоение** основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой вступительного испытания.

## 8 баллов – восемь

– **систематизированные, глубокие и полные знания** по всем поставленным вопросам в объеме программы вступительного испытания;
– **при обосновании доказательств** теорем либо при изложении иного требуемого теоретического материала имеются один-два недочёта, которые студент сам исправляет по замечанию экзаменатора;

– **владение инструментарием** дисциплин программы вступительного испытания, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
– **способность самостоятельно** решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках программы вступительного испытания;
– **усвоение основной** и дополнительной литературы, рекомендованной программой вступительного испытания.

**7 баллов – семь**

– **систематизированные, глубокие и полные знания** по всем разделам программы вступительного испытания;
– **использование научной терминологии**, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
– **при доказательстве теорем** и изложении материала допускается не более одной ошибки или двух недочетов;
– **владение** инструментарием дисциплин программы вступительного испытания, умение его использовать в постановке и решении учебных и профессиональных задач;
– **способность** самостоятельно решать усложненные проблемы в стандартной ситуации в рамках программы вступительного испытания;
– **усвоение** основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой вступительного испытания.

**6 баллов – шесть**

– **достаточно полные и систематизированные знания** в объеме программы вступительного испытания;
– **использование** основной научной терминологии, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
– **владение** инструментарием дисциплин программы вступительного испытания, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
– **способность** самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы вступительного испытания, допускаются две-три ошибки, недочета в вычислениях, выборе метода решения, которые приводят в отдельных случаях к неверному результату;
– **усвоение основной литературы**, рекомендованной программой вступительного испытания.

**5 баллов – пять**

– **достаточные знания** в объеме программы вступительного испытания;
– **использование** основной научной терминологии, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы, однако, доказательства либо отсутствуют, либо приводятся очень фрагментарно, схематично;

– **владение** инструментарием дисциплин программы вступительного испытания, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
– **способность** самостоятельно применять типовые решения в рамках программы вступительного испытания, однако решение типовых заданий нерационально, содержит вычислительные ошибки;
– **усвоение** основной литературы, рекомендованной программой вступительного экзамена.

**4 балла – четыре**

– **достаточный объем знаний** в рамках программы вступительного испытания;
– **использование** основной научной терминологии, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок, появление затруднений при ответе в применении отдельных специальных умений и навыков, но демонстрируется знание основных формул, определений, алгоритмов;
– **владение** инструментарием дисциплин программы вступительного испытания, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
– **умение** под руководством преподавателя решать стандартные (типовые) задачи.

**3 балла – три**

– **недостаточно полный объем знаний** в рамках программы вступительного испытания;
– **использование** основной научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными логическими ошибками;
– **слабое** владение инструментарием дисциплин программы вступительного испытания, некомпетентность в решении стандартных (типовых) задач;
– **неспособность** осознать связь теоретического материала с примерами и задачами;
– **неумение ориентироваться** в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплинам вступительного экзамена.

**2 балла – два**

– **фрагментарные** знания в рамках программы вступительного испытания;
– **неумение** использовать научную терминологию дисциплины, наличие в ответе грубых логических ошибок;
– **практические** навыки отсутствуют, неспособность исправить ошибки даже с помощью рекомендаций преподавателя.

**1 балл – один**

– **отсутствие** знаний и компетенций в рамках программы вступительного испытания **или отказ от ответа**.