УДК 535.012

***Н.Н. Сендер***

*Канд. физ.-мат. наук, зав. каф. математического анализа,*

*дифференциальных уравнений и их приложений*

*Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина*

E-mail: [sender@brsu.brest.by](mailto:sender@brsu.brest.by)

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В ГИРОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ**

Рассмотрена задача о распространении света в гиротропных кристаллах с антисимметричной частью тензора гирации . Получено общее решение уравнения  для вектора магнитного поля собственных волн , применимое к кристаллам всех сингоний. Рассмотрены кристаллы средних и низших сингоний с тензором гирации . Показано что, для средних сингоний, в квазиобыкновенной волне, если  и  не ортогональны, всегда имеется составляющая магнитного поля вдоль направления распространения, тогда как в квазинеобыкновенной волне такая составляющая появляется только при наличии несимметричной части тензора . В кристаллах низших сингоний, поведение векторов поля в волне аналогично их поведению в случае планальных классов одноосных кристаллов. Однако имеется и отличие, которое заключается в том, что в кристаллах класса  имеется две гирационные постоянные  и . Наконец, в классе 1 тензор  имеет 9 компонент, а соответствующие соотношения становятся весьма громоздкими, поэтому анализ этого случая возможен с привлечением численных методов.

Как известно, электромагнитное поле в среде без зарядов и токов описывается уравнениями Максвелла [1].

 (1)

Здесь  и  – векторы напряженностей электрического и магнитного полей,  и  – векторы индукции тех же полей. Считаем, что в среде отсутствуют свободные электрические заряды и токи. Ограничимся далее решением уравнения Максвелла (1) в виде плоских гармонических волн, векторы поля и индукции которых пропорциональны , где  – круговая частота электромагнитного поля в среде;  – волновой вектор;  – фазовая скорость волны в среде;  – единичный вектор волновой нормали.

Введем вектор рефракции [2]

, (2)

где  – показатель преломления среды. Тогда уравнения (1) с учетом (2) можно записать в форме [1]

 (3)

Уравнения (3) необходимо дополнить уравнениями связи и граничными условиями. Будем использовать уравнения связи [1]

, , (4)

где тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости,  – псевдотензор гирации (для краткости псевдотензор будем называть тензором),  –тензор, полученный транспонированием тензора .

Выбранная система уравнений связи (4) имеет преимущества по сравнению с другими системами. Так, закон сохранения энергии соблюдается в обычной форме, а также не изменяются выражения для вектора плотности потока энергии и обычные граничные условия, т.е. они имеют вид:

, (5)

где  – единичный вектор нормали к границе раздела двух сред, направленный из среды 1 в среду 2.

Уравнения Максвелла (3) и материальные уравнения (4) представляют собой полную систему уравнений. Знание одного из векторов поля или индукции позволяет с помощью (3), (4) установить вид трех остальных.

Исключая из (3) и (4)  и  (в оптическом диапазоне ), придем к уравнению для вектора магнитного поля собственных волн  [1]

, (6)

где  – вектор гирации, который имеет вид [1]

, (7)

где  – означает след тензора,  – антисимметричный тензор, дуальный вектору рефракции  [1]. Из уравнения (6) следует уравнение нормалей для определения показателей преломления собственных волн [1]

. (8)

Для дальнейшего удобно получить общее решение уравнения (6). С этой целью разложим вектор  следующим образом:

,

где  – векторы поляризации собственных волн в кристалле (не обязательно единичные) в отсутствии гиротропии,  – единичный вектор волновой нормали. Фактически используемый нами подход представляет собой модификацию метода связанных волн [3], двух поперечных  и продольной волны, распространяющейся вдоль . Умножая (6) слева на  и , получим систему однородных уравнений, из которых найдем поляризации  и  собственных волн гиротропного кристалла. Если учесть, что ,  – показатели преломления для волн , то решение для удобно представить в виде

 (9)

 (10)

В выражениях (9), (10) отброшены члены с параметрами гиротропии степени выше второй [4] и введены обозначения (отметим, что для изонормальных волн ):

, ,

, , (11)

, , .

Величины  представляет собой параметры связи, невозмущенных за счет гиротропии решений уравнений Максвелла для волн  и продольной волны . Уравнение нормалей для определения показателей преломления сводится к виду .

Векторы электрического поля найдем с помощью уравнений (3), (4)

. (12)

Подставляя сюда выражения (9), (10), получим

 (13)

При отсутствии гиротропии ()  и , , , . В прозрачных кристаллах ( – линейные векторы) в направлениях, не совпадающих с направлением оптической оси, члены  пропорциональны величине линейного двулучепреломления, т.е. много больше остальных членов, входящих в выражения (9), (10). Поэтому поляризация изонормальных волн определяется значением «продольной» составляющей  вектора гирации (). В направлении оптической оси , поэтому в (9), (10) для определения поляризации изонормальных волн следует учитывать члены второго порядка малости [4]. Полученные выражения (9) и (10) общие и применимы к кристаллам всех сингоний. Перейдем к рассмотрению кристаллов средних сингоний. В классах  имеем

, (14)

где  – единичный вектор, направленный вдоль оптической оси кристалла,   – показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн. Поляризация собственных волн в отсутствии гиротропии () определяется выражениями [1]

 (15)

где  – векторы рефракции обыкновенной и необыкновенной волн.

Учитывая далесе только члены не выше первого порядка малости, из выражений (9)–(11) найдем

 (16)

причем в линейном по  приближении . Таким образом в волне с индексом «1» (назовем ее квазиобыкновенной) вектор магнитного поля описывает эллипс в плоскости, перпендикулярной направлению колебаний электрического вектора. Во второй волне – квазинеобыкновенной, наоборот, эллипс, перпендикулярный вектору магнитного поля, описывает электрический вектор волны.

В одноосных кристаллах классов 3, 4, 6 тензор  имеет три независимых компоненты [1]: .

Поскольку в них , где

, ,

то обычное эллиптическое двулучепреломление, обусловленное гиротропией, имеет место для всех направлений распространения, причем

 (17)

Таким образом, в квазиобыкновенной волне, если  и  не ортогональны, всегда имеется составляющая магнитного поля вдоль направления распространения, тогда как в квазинеобыкновенной волне такая составляющая появляется только при наличии несимметричной части тензора .

Рассмотрим теперь кристаллы низших сингоний. Введем правую тройку ортов , , , совпадающую с главными осями тензора . Считаем, что орт  направлен вдоль кристаллографической оси  кристалла. Для кристаллов класса  тензор  имеет вид [1]:

.

Поскольку , то при распространении света в плоскостях симметрии кристалла, перпендикулярных  или , вращение плоскости поляризации невозможно (включая и направления оптических осей).

Известно, что при отсутствии гиротропии собственные волны распространяются в плоскостях, перпендикулярных векторам , , , полностью аналогичны обыкновенной и необыкновенной волнам в одноосных кристаллах [5]. Так для , лежащих в плоскости, ортогональной вектору , имеем

, , (18)

, .

После несложных вычислений находим

 (19)

В случае, когда свет распространяется в плоскости, ортогональной вектору ,

 (20)

Следовательно, поведение векторов поля в волне аналогично их поведению в случае планальных классов одноосных кристаллов. Однако имеется и отличие, которое заключается в том, что в кристаллах класса  имеется две гирационные постоянные  и . Поэтому, если , то, как следует из (19), (20), частично происходит компенсация влияния одной и второй постоянных на поляризацию волн в кристалле.

В кристаллах класса  тензор  имеет четыре независимых параметра, которые удобно представить в виде компонент двумерных векторов  и  [1] (): . Вычисляя , найдем

, (21)

где вектор  лежит в плоскости, ортогональной , и имеет вид

 (22)

Следовательно, при распространении света в плоскости, ортогональной вектору  или вектору , обычное эллиптическое двулучепреломление отсутствует. В последнем случае поляризация векторов поля определяется соотношениями

 (23)

, ,

, (24)

.

Наконец, в классе 1 тензор  имеет 9 компонент, а соответствующие соотношения становятся весьма громоздкими, поэтому анализ этого случая возможен с привлечением численных методов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров, Ф. И. Теория гиротропии / Ф. И. Федоров. – Минск : Наука и техника, 1976. – 456 с.

2. Федоров, Ф. И. Оптика анизотропных сред / Ф. И. Федоров. – Минск : изд. АН БССР, 1958. – 380 с.

3. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – М. : Мир, 1987. – 616 с.

4. Филиппов, В. В. К учету членов второго порядка малости в теории гиротропии / В. В. Филиппов // ДАН БССР. – 1983. – Т. 27, № 5. – С. 409–411.

5. Федоров, Ф. И. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами / Ф. И. Федоров, В. В. Филиппов. – Минск : Наука и техника, 1976. – 222 с.

Рукопіс паступіў урэдакцыю 31.01.2019

**Sender N.N. Propagation of light in gyrotropic crystals**

*The problem of light propagation in gyrotropic crystals with antisymmetric part of the gyration tensor is considered. The general solution of the equation*  *for the vector of the magnetic field of its own waves*  *applicable to crystals of all syngonies is obtained. Crystals of the average and lower crystal systems with the tensor of gyration*  *are considered. It is shown, that for. It is shown that for the average syngonies in a quasi-ordinary wave, if*  *and*  *are not orthogonal, there is always a component the magnet field along the propagation direction, whereas in a quasi-ordinary wave such component appears only in the presence of an asymmetric part of the tensor*  *. In crystals of lower syngonies, the behavior of the field vectors in the wave is similar to their behavior in the case plannal classes of uniaxial crystals. However, there is a difference, which lies in the fact that in the crystals of class*  *there are two gyration constants*  *and* *. Finally, in class 1, the tensor*  *has 9 components, and the corresponding relations become very cumbersome, so the analysis of this case is possible with the involvement of numerical methods.*